

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO



FACULTAD DE MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA



TAREAS QUE POTENCIAN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE PRIMARIA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRA EN DOCENCIA DE LA
MATEMÁTICA

PRESENTA:

VIRGINIA SALAZAR LUNA

Directora de tesis:
Dra. Guadalupe Cabañas-Sánchez

Agradecimientos

Un agradecimiento de manera particular a la Dra. Guadalupe Cabañas Sánchez, que como directora de esta tesis, me ha orientado y apoyado con sus conocimientos invaluable para llevar a cabo este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de Maestría. Becaria No. 628398

A los profesores que me apoyaron para llevar a cabo la maestría compartiendo conmigo sus conocimientos y sobre todo su amistad.

A mis padres y mis hermanos, por el apoyo para realizar mis estudios.

A mis amigos y compañeros de la maestría por todos los momentos que pasamos juntos. Por la confianza que en mi depositaron y haber vivido esta etapa con todo el apoyo de ustedes.

ÍNDICE DE CONTENIDO

Presentación	1
Capítulo 1	3
Introducción	3
y planteamiento del problema	3
1.1. Algebrización del currículum un enfoque de enseñanza	3
1.2. Experiencias en el currículum de primaria de EEUU.....	6
1.3. El Currículo de Matemáticas de primaria en México	8
1.4. Planteamiento del problema	11
Capítulo 2	13
Los libros de texto	13
en el currículum	13
2.1. El rol de los libros de texto en el curriculum	13
Capítulo 3	18
Fundamentos teóricos	18
y.....	18
Metodológicos	18
3.1. Fundamentos teóricos	18
3.1.1. Marco analítico.....	18
3.1.2. Cinco grandes ideas matemáticas en las prácticas de pensamiento algebraico	21
3.2. Aspectos metodológicos	24
3.2.1. Fases metodológicas del análisis del contenido de los libros de texto de matemáticas	27
Capítulo 4	33
Caracterización de las tareas	33
del Pensamiento algebraico temprano.....	33
4.1. Introducción	33
4.1. Estructura de los documentos revisados.....	34
4.2. Aspectos considerados al delimitar las tareas relativas al eje SN-PA.....	40
4.3 Tareas del libro de Matemáticas de primer grado	43

Capítulo 5	56
Conclusiones	56
5.1. Introducción	56
5.2. El Análisis de Contenido como metodología en la revisión de libros de texto	56
5.3. Análisis del libro de Matemáticas de primer grado	58
5.4. Reflexiones	62
Referencias Bibliográficas	64
ANEXOS	70

Presentación

El contexto del estudio son las tareas del libro de texto de matemáticas de primer grado de primaria que distribuye la Secretaría de Educación Pública en México. Se analizan aquellas que potencian el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, a fin de caracterizarlas. El desarrollo de este tipo de pensamiento, se ha venido promoviendo desde hace más de una década por investigadores del área de Matemática Educativa (e.g. Blanton & Kaput, 2005; Carraher, et al, 2006; Kaput, 2008; NCTM, 2000; 2006) no como una asignatura, sino como una manera de desarrollar formas de pensar y actuar sobre objetos, relaciones, estructuras y situaciones matemáticas, como guía hacia una enseñanza con comprensión y significado de las matemáticas (Vergel, 2014). Ello, a fin de incrementar la comprensión de los niños sobre los conceptos algebraicos, y la probabilidad de éxito en el estudio del álgebra principalmente, en secundaria.

Las tareas se constituyeron en nuestra unidad de análisis. En particular, las que se ubican en el eje Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico. Su caracterización tomó como base el marco analítico de Demosthenous y Stylianides (2014) y las grandes ideas de Blanton, Stephens, Knuth, Murphy, Isler y Kim (2015).

El estudio evidencia que una mayoría de tareas del libro de texto de matemáticas de primer grado de primaria, se ubica en el eje temático sentido numérico y pensamiento algebraico. Asimismo, en ese eje, una mayoría, potencia una comprensión relacional del signo igual, así como el reconocimiento de patrones numéricos. La estructura de la ecuación, aparece implícita en formas de razonamiento involucrado en situaciones relativas a la equivalencia entre objetos o cosas.

El trabajo se reporta en cinco capítulos. En el primero, se discute la necesidad de estudios de este tipo en el marco de la actual reforma educativa en México y se delimita

el objetivo. Se sustenta en los aportes del estudio reportado en Cabañas-Sánchez, Salazar y Nolasco-Hesiquio (2017). En el segundo, se comenta brevemente acerca del rol e importancia de los libros de texto. En el tercer capítulo presentan los aspectos teóricos y metodológicos en que se sustenta la caracterización de las tareas. El capítulo cuatro discute resultados y el cinco, conclusiones y reflexiones finales.

Capítulo 1

Introducción y planteamiento del problema

1.1. Algebrización del currículum un enfoque de enseñanza

La expresión *álgebra temprana* (*Early Algebra* en inglés), se ha acuñado desde hace más de una década, para referirse al desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros años escolares, y la integración del álgebra en el currículo de la escuela primaria (e.g., Blanton & Kaput, 2005; Carraher, et al, 2006; Kaput, 1998, 2000; NCTM, 2000, 2006; Schliemann et al, 2003). Desde entonces, parece haber un consenso porque el estudio del álgebra se aborde de manera longitudinal, desde jardín de niños hasta bachillerato, a fin de que tengan a largo plazo, experiencias sostenidas de álgebra en la matemática escolar (e.g., Blanton & Kaput, 2005; Carraher et al, 2006; Kaput, 1998, 2000; NCTM 2000; 2006).

La incorporación del álgebra desde los primeros años escolares, se plantea no como una asignatura, sino como una manera de desarrollar formas de pensar y actuar sobre objetos, relaciones, estructuras y situaciones matemáticas, como guía hacia una enseñanza con comprensión y significado de las matemáticas (Vergel, 2014, en Cabañas-Sánchez et al, 2017). Una premisa fundamental, es que incrementará la comprensión de los niños sobre los conceptos algebraicos, a la vez que aumentará la probabilidad de éxito en el estudio de las matemáticas más avanzadas, especialmente álgebra, en los grados de secundaria (Blanton, et al, 2015). La propuesta se enmarca en la “algebrización del currículo”, en términos de los planteamientos de Kaput (2000; 2008), esto es, la integración del pensamiento algebraico en las matemáticas escolares, la cual comprende en definitiva la instrucción a alumnos de 6 a 12 años tanto del razonamiento algebraico como de las relaciones algebraicas (Vergel, 2014). Esta perspectiva convoca a

los docentes a promover en las aulas el estudio de patrones, relaciones y propiedades matemáticas y, de este modo, cultivar hábitos de pensamiento que atiendan a la estructura que subyace a las matemáticas (Molina, 2009 en Cabañas-Sánchez et al, 2017). Se trata, de desarrollar simultáneamente el pensamiento numérico y el algebraico desde la Educación Primaria, con la finalidad de desarrollar un aprendizaje con comprensión que facilite el estudio posterior del álgebra en la Educación Secundaria (Socas, 2011).

La propuesta o enfoque *Early-Algebra* difiere de lo que se conoce como *Pre-álgebra* (Molina, 2009; Vergel, 2014). Ambos enfoques están relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas antes del estudio formal del álgebra. Pre-álgebra persigue suavizar la abrupta transición de la aritmética al álgebra y, de este modo, mitigar las dificultades que típicamente encuentran los niños en el aprendizaje del álgebra, supuestamente debidas a la diferente naturaleza de ambas sub-áreas (Molina, 2009 en Cabañas-Sánchez et al 2017). En cambio los objetivos del Early-Algebra son más amplios, el cual considera que las dificultades que manifiestan los niños en el aprendizaje del álgebra son debidas principalmente al modo en que las matemáticas elementales son introducidas y trabajadas. Para ello se recomienda profundizar en la forma estructural y general de las matemáticas y no sólo trabajar en experiencias aisladas de cálculos. Se trata de una forma nueva de trabajar, que busca favorecer que los alumnos de niveles escolares más bajos puedan alcanzar el éxito matemático en los grados posteriores. Otra diferencia radica en que pre-álgebra no cuestiona la idea de que la enseñanza del álgebra comience en educación secundaria (Carraher y Schliemann, 2007 en Molina, 2009), y además enfatiza en los contenidos matemáticos previos a la introducción formal de los conceptos algebraicos, tales como propiedades de exponentes, polinomios, productos notables, etcétera.

El pensamiento algebraico temprano se remite a tres prácticas (Blanton et al, 2011; Brizuela & Blanton, 2014): la generalización, la representación y el razonamiento. Estas prácticas se derivan del trabajo de Kaput (Kaput, 2008, en Brizuela & Blanton, 2014, pp. 41-42) que describe dos aspectos fundamentales del álgebra:

- 1) Álgebra como la simbolización sistemática de generalizaciones en base a regularidades y restricciones, y;

- 2) Álgebra como el razonamiento y las acciones sintácticamente guiadas sobre generalizaciones que se expresan en sistemas simbólicos convencionales.

Estos aspectos atraviesan tres líneas (Kaput, 2008) longitudinales del álgebra escolar:

- Álgebra como el estudio de las estructuras y sistemas abstraídos de cálculos y relaciones (por ejemplo, álgebra como aritmética generalizada);
- Álgebra como el estudio de funciones, relaciones y la variación conjunta, y;
- Álgebra como la aplicación de un conjunto de lenguajes de modelado para expresar y apoyar el razonamiento acerca de situaciones siendo modelado.

La idea central que sugieren es que la “Early Algebra” enriquece la enseñanza tradicional de las matemáticas, en los diferentes niveles educativos, facilitando a los alumnos un desarrollo adecuado del Pensamiento algebraico, de esta manera se puede organizar la enseñanza de la Aritmética y del Álgebra evitando saltos, rupturas y cortes didácticos entre ambas; y establecen tres puntos básicos para comenzar con “Early Algebra”: Aritmética y razonamiento numérico, Aritmética y razonamiento cuantitativo, Aritmética y funciones.

Como resultado de este cambio curricular, un cuerpo emergente de la investigación sobre el pensamiento algebraico en primaria, ha proporcionado evidencia importante respecto de cómo los niños piensan algebraicamente (Blanton, et al, 2015; Blanton & Kaput, 2011). En ese contexto, se han documentado habilidades de los niños para desarrollar una comprensión relacional del signo igual (Carpenter, Franke, y Levi, 2003; Mc-Neil et al, 2006), de cómo los niños de primaria desarrollan su pensamiento funcional (Schliemann et al., 2011) y en la práctica representacional, atendiendo a la apropiación de las tablas y las letras para representar cantidades indeterminadas (Brizuela & Blanton, 2014), de los significados que le atribuyen (Burgell & Ochoviet, 2015). Así también, que los estudiantes de primaria son capaces de participar en un razonamiento algebraico bastante sofisticado que tradicionalmente se ha retrasado hasta la escuela media o posterior (Blanton, et al, 2015), en proponer rutas de acceso al pensamiento algebraico temprano, basadas en la noción de razón y proporción, y de los procesos de generalización (Butto y Rojano, 2010; Butto, 2012), o maneras de concebir el razonamiento algebraico elemental (Godino, et al,

2012), basada en los tipos de objetos y procesos matemáticos introducidos en el enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático.

Varios investigadores (e.g. Carpenter et al. 2003; Schliemann et al, 2003; Carraher, Schliemann y Brizuela, 2000; Brizuela y Schliemann, 2003) evidencian la factibilidad y potencialidad de la introducción temprana de algunas ideas algebraicas, como la estructura de la ecuación, que aparece implícita por el modo de razonamiento que implican situaciones relativas al valor faltante, así también, favorecer que se aprenda a pensar en las operaciones aritméticas como funciones y no como cálculos sobre números particulares. Bastable y Schifter (2007) por su parte, afirman que “cuando la enseñanza está fundamentada en las ideas matemáticas de los alumnos y en promover su curiosidad matemática, los niños tienden a exhibir maneras algebraicas de pensar en el contexto de lecciones de aritmética, geometría o medida” (Bastable y Schifter, 2007, p. 2).

La propuesta (Socas, 2011) consiste en incorporar a las aulas de Educación Primaria actividades dirigidas a la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas para de este modo desarrollar competencias propias del Álgebra. Tal y como señalan Blanton y Kaput (2005, en Socas, 2011) son actividades que generan un ambiente de trabajo en Matemáticas en la que los alumnos exploran, modelizan situaciones, hacen predicciones, discuten, argumentan y comprueban ideas además de practicar habilidades de cálculo.

A grandes rasgos, se puede decir que desde la investigación en Educación Matemática sobre pensamiento algebraico, se promueve desde hace ya varios años, la introducción del algebra temprana desde preescolar hasta el bachillerato a diferentes niveles, enfatizando en desarrollar formas de *pensar algebraicamente* desde los primeros años de escolaridad.

1.2. Experiencias en el currículo de primaria de EEUU

Un ejemplo donde ya se promueve en la educación básica el pensamiento algebraico temprano se plantea en el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) dedicada al mejoramiento de la educación matemática para todos los alumnos y de manera particular sostienen, que no se trata de impartir un curso de álgebra a los

alumnos de educación preescolar y primaria, sino de desarrollar el pensamiento algebraico a lo largo del período que se inicia en la educación preescolar. Las expectativas para preescolar, primero y segundo grado de primaria, relacionadas con el pensamiento algebraico son (NCTM, 2000, p. 90):

- Patrones, relaciones y funciones: ordenar objetos por tamaño, número y otras propiedades; clasificar. Reconocer, describir y extender patrones tales como secuencias de sonidos y formas, o patrones numéricos simples, y traducir de una representación a otra. Analizar cómo son generados patrones que se repiten.
- Representar y analizar situaciones matemáticas y estructuras, utilizando símbolos algebraicos: ilustrar principios generales y propiedades de operaciones tales como conmutatividad, utilizando números específicos. Utilizar representaciones concretas, figurales y verbales para desarrollar notaciones simbólicas convencionales o inventadas por los estudiantes.
- Utilizar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas: modelar situaciones que impliquen suma y resta de números enteros, utilizando objetos, figuras y símbolos.
- Analizar cambios en varios contextos: describir cambios cualitativos (ej. el crecimiento de un estudiante).

El estándar propuesto por la NCTM plantea que los programas educativos en este sentido deben permitirle a los alumnos generar modelos, patrones, relaciones y funciones matemáticas, además, de un correcto uso del simbolismo algebraico. Este estándar no propone el álgebra como un contenido educativo en los niveles de primaria, más bien, se plantea fomentar desde los primeros años la investigación y el razonamiento algebraico, con el objetivo de alcanzar, en secundaria, metas ambiciosas en esta área. Pretende que el álgebra se convierta en un punto de relación entre la geometría y el análisis de datos (NCTM, 2000).

1.3. El Currículo de Matemáticas de primaria en México

En el actual curriculum de la escuela básica, es en los Estándares Curriculares donde se expresa aquello que los alumnos deben saber y ser capaces de hacer. Se organizan en cuatro periodos escolares de tres grados cada uno, que van desde preescolar hasta secundaria, tal como se muestra en la figura 1.1.

1 ^{er} PERIODO ESCOLAR			2 ^o PERIODO ESCOLAR			3 ^{er} PERIODO ESCOLAR			4 ^o PERIODO ESCOLAR		
Preescolar			Primaria						Secundaria		
1°	2°	3°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	1°	2°	3°

Figura 1.1. Períodos escolares de la Educación Básica en México (SEP, 2011a)

a) *Estándares de Matemáticas*

Los estándares Curriculares de Matemáticas (ECM) presentan la visión de una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos. Comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares para conducirlos a altos niveles de alfabetización matemática (SEP, 2011a).

Por cuanto a los contenidos matemáticos, en particular para primaria que es donde ubica este trabajo, se estructuran en tres ejes temáticos (SEP, 2011b), que coinciden con los de secundaria: (1) Sentido numérico y pensamiento algebraico (SN-PA), (2) Forma, espacio y medida (FE y M), y; (3) Manejo de la información (MI). Los temas articulados a cada eje y propósitos consisten de lo siguiente:

(1). *Eje sentido numérico y pensamiento algebraico*. En este eje se abordan tres temas: números y sistemas de numeración, problemas aditivos y problemas multiplicativos. Los ECM para este eje establecen que al término del **segundo periodo** el estudiante: lee, escribe y compara números naturales de hasta cuatro cifras. Así como resolver problemas de reparto en los que el resultado es una fracción de la forma $m/2^n$; además de resolver problemas que impliquen sumar o restar números naturales, utilizando los algoritmos convencionales; y por último resolver

problemas que impliquen multiplicar o dividir números naturales utilizando procedimientos informales.

Los ECM que se establecen al término del **tercer periodo** escolar, el alumno: lee, escribe y compara números naturales, fraccionarios y decimales. Resuelve problemas aditivos con números fraccionarios o decimales, empleando los algoritmos convencionales. Resuelve problemas que impliquen multiplicar o dividir números naturales empleando los algoritmos convencionales. Por último; Resuelve problemas que impliquen multiplicar o dividir números fraccionarios o decimales entre números naturales, utilizando los algoritmos convencionales.

Los contenidos relativos al eje SN-PA están orientados a potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, de primero a sexto grado. Aluden a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra:

- La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético. Encierra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira, en la educación básica, el estudio de la geometría y la medición.
- La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán ser generalizadas con el álgebra.
- La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

(2). *Eje Forma, Espacio y medida*. El eje incluye tres temas: Figuras y cuerpos geométricos, Ubicación espacial y Medida. El ECM para este eje establece que al término del segundo periodo (tercero de primaria) el alumno: Mide y compara longitudes utilizando unidades no convencionales y algunas convencionales comunes (m, cm). Los alumnos saben calcular e interpretar medidas de longitud y tiempo, e identifican características particulares de figuras geométricas. En este periodo se trabajan dos temas Figuras y cuerpos geométricos y Medida.

En el caso del tercer periodo (al concluir sexto grado), el ECM establece que el alumno: Explica las características de diferentes tipos de rectas, ángulos, polígonos y cuerpos geométricos. Utiliza sistemas de referencia convencionales para ubicar puntos o describir su ubicación en planos, mapas y en el primer cuadrante del plano cartesiano. Establece

relaciones entre las unidades del Sistema Internacional de Medidas, entre las unidades del Sistema Inglés, así como entre las unidades de ambos sistemas. Usa fórmulas para calcular perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros. Utiliza y relaciona unidades de tiempo (milenios, siglos, décadas, años, meses, semanas, días, horas y minutos) para establecer la duración de diversos sucesos.

Forma, espacio y medida integra los tres aspectos esenciales alrededor de los cuales gira el estudio de la geometría y la medición en la educación primaria:

- La exploración de las características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos.
- La generación de condiciones para el tránsito a un trabajo con características deductivas.
- El conocimiento de los principios básicos de la ubicación espacial y el cálculo geométrico.

(3). *Eje Manejo de la Información.* En este eje se abordan dos temas Análisis y representación de datos y Proporcionalidad y funciones. El eje MI se introduce en tercer grado con el tema “Análisis y representación de datos” donde se espera que los alumnos emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en imágenes, textos, tablas, gráficas. Este tema se plantea en el segundo periodo (tercero de primaria).

El ECM que se establece al término del tercer periodo (cuarto, quinto y sexto de primaria) el alumno: Calcula porcentajes y utiliza esta herramienta en la resolución de otros problemas, como la comparación de razones y resuelve problemas utilizando la información representada en tablas, pictogramas o gráficas de barras e identifica las medidas de tendencia central de un conjunto de datos.

El eje incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informadas, de manera que se orienta hacia:

- La búsqueda, organización y análisis de información para responder preguntas.

- El uso eficiente de la herramienta aritmética que se vincula de manera directa con el manejo de la información.
- La vinculación con el estudio de otras asignaturas.

Este eje incorpora temas de proporcionalidad porque provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón. El tema proporcionalidad y funciones se aborda en quinto grado y sexto grado.

De acuerdo con la organización pedagógica de los contenidos matemáticos de la escuela básica en México, en términos de ejes temáticos, se reconoce que los contenidos que potencian el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, se articula al eje SN-PA ya que su estudio involucra de forma directa a la aritmética y el álgebra. Los contenidos tienen factibilidad en el álgebra temprana en los tres temas *números y sistemas de numeración*, *problemas aditivos* y *problemas multiplicativos*. En primer grado de primaria en el que centramos el estudio, se trabajan dos temas, “números y sistemas de numeración” y “problemas aditivos”. El primero, involucra secuencias numéricas en la introducción de patrones numéricos y geométricos, y el segundo tema, problemas que sitúan a los estudiantes a establecer relaciones de equivalencia entre objetos, cosas, asimismo, a trabajar con los números y sistemas de numeración en el contexto de la descomposición aditiva, del valor “faltante”, del elemento neutro y de la desigualdad.

Por cuanto al eje FE y M, de los tres temas planteados, en primer grado se reconoce sólo el de “Medida”.

1.4. Planteamiento del problema

En el contexto mexicano, la tendencia de comenzar temprano con el estudio del álgebra, ha cobrado interés en los últimos años y se evidencia en las nuevas reformas que impactan los planes y programas tanto del currículo de primaria como el currículo de la formación de maestros para este nivel educativo (Aké, Mojica, Ramos, 2015). En el curriculum de primaria, esta tendencia se reconoce más que en los estándares curriculares, a través de los contenidos matemáticos articulados al eje SN-PA y de manera más específica, en el programa de matemáticas y en los libros Desafíos

Matemáticos para el alumno y Desafíos Matemáticos para el profesor, distribuidos por la SEP.

Las consideraciones generales sobre este eje, remiten a la exploración de propiedades y procesos de generalización. Este tipo de procesos, como refieren Godino y colaboradores (Godino, et al 2015), constituyen uno de los rasgos característicos de la actividad algebraica, esto es, el estudio de situaciones donde se pasa de considerar casos particulares de objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, etc.), a clases o tipos de tales objetos. Si bien, contenidos como patrones y razonamiento proporcional no son considerados en los estándares curriculares que guían el desarrollo de los contenidos matemáticos de primaria (Aké, Mojica, Ramos, 2015), los libros de texto de matemáticas para el estudiante y los del profesor distribuidos por la SEP, proporcionan información relevante respecto de aquellos que potencian formas de pensamiento algebraico. Por ello, la investigación en Educación Matemática también analiza el contenido de estos textos y de otros materiales instruccionales (e.g. Ortiz de Haro, 2002; Gómez, Ortiz de Haro, Batanero & Contreras, 2013). Sin embargo, en México, pocos estudios (si los hay) se han ocupado de analizar el contenido de los libros de texto de matemáticas, particularmente los que potencian el desarrollo del pensamiento algebraico, en el marco de la actual reforma educativa. En el interés por profundizar en la comprensión del enfoque de enseñanza pensamiento algebraico temprano en la escuela primaria mexicana, este trabajo analiza las tareas de los libros de texto de matemáticas de la escuela elemental, en el marco del eje SN-PA. El estudio se enfoca a aquellas tareas en las que se reconoce un componente algebraico esencial en primer año.

El **objetivo** que se planteó en este trabajo, consistió en:

Caracterizar las tareas relacionadas con el álgebra temprana planteadas en el libro de texto de matemáticas de primer grado de primaria, orientadas al desarrollo del pensamiento algebraico temprano.

Para ello, nos planteamos como pregunta guía del estudio, la siguiente:

¿Qué características presentan las tareas relacionadas con el álgebra temprana en el libro de texto de primer grado de educación primaria?

Capítulo 2

Los libros de texto en el currículum

2.1. El rol de los libros de texto en el currículum

El desarrollo de este capítulo se sustenta del estudio de Cabañas-Sánchez y colaboradores (2017), en el que se reconoce al libro de texto como el principal recurso curricular para profesores y estudiantes en el salón de clases de acuerdo con Pepin, Gueudet y Trouche, (2013), pues se conciben como las herramientas físicas más íntimamente relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje. Su papel exacto de mediación puede variar de acuerdo a las características específicas de las diferentes naciones, los sistemas educativos y en las aulas (Valverde et al., 2002). Desempeñan un papel importante respecto de lo que ocurre en las aulas, al orientar la actividad matemática y a que los estudiantes construyan conocimiento, por lo que objetivos y enfoques de enseñanza del plan de estudios se ponen manifiesto en ellos (Demosthenous y Stylianides, 2014). Si bien no es el único, es el recurso más utilizado en la enseñanza, que tiene una gran influencia a la hora de decidir qué y cómo enseñar y que con el tiempo este pasa a ser el principal controlador del currículo (Bullejos, 1983; Villarrasa, 1992).

Los libros de texto en general y los de matemáticas en particular, a través de los siglos y en el mundo han diferido en muchos sentidos (Jones, Bokhove, Howson & Fan, 2014). Kilpatrick (2014) reconoce que en el caso de matemáticas, se ha dado más en el enfoque y la forma, que sobre su función o su contenido. Por cuanto a su función (principal), los reconoce como depositarios del conocimiento oficialmente aceptado, aunque a veces se han alistado como recursos para la solución de problemas creativos o como material para el autoaprendizaje. Se les concibe además, como un medio típico de "conservar" el

conocimiento matemático, así también, como un segundo nivel de transposición didáctica, después del primer nivel que lo constituirán los currículos y programas oficiales (Ortiz de Haro, 2002).

En sistemas educativos centralizados, los objetivos de la educación se establecen a nivel nacional y se desarrollan a través del currículum y los libros de texto. El sistema educativo básico de nuestro país es centralizado, de manera tal que los objetivos de la educación se establecen a nivel nacional por la SEP, quien tiene a su cargo el desarrollo de los planes y programas de estudio y los libros de texto gratuitos, entre ellos los de matemáticas. En el caso de la escuela primaria, los libros de texto de matemáticas en México se distribuyen en todo el país cada ciclo escolar en las escuelas tanto públicas como privadas. De manera que todos los alumnos tienen los mismos libros de texto de matemáticas, con la salvedad de las escuelas privadas, quienes tienen la libertad de completar con otros textos. De ahí que los responsables de las políticas educativas los utilizan como un medio esencial para decidir lo que deben aprender los estudiantes tal como reconocen Battista y Clements (2000).

La investigación sobre los libros de texto ha examinado muchas de sus características, mirando cómo han cambiado con el tiempo y, con menos frecuencia, en qué se diferencian en las comunidades (Kilpatrick, 2014 en Cabañas-Sánchez et al, 2017), esto se asocia con las reformas educativas fundamentalmente en una mayoría de países. Hay quien se ha enfocado a identificar errores matemáticos en libros de texto de primaria, a describirlos, clasificarlos y descubrir las relaciones que pudieran existir entre las distintas clasificaciones que se establezcan, así como su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes que los utilizan (e.g., Fernández, 2013). Por su parte Gravemeijer (2014), discute sobre la necesidad de transformar la enseñanza de las matemáticas en el siglo XXI. Reconoce limitaciones de los libros de texto como medio de hacer dicha transformación. Destaca las tareas que en ellos se plantean, pues considera que limitan a los profesores en la adaptación al tipo de razonamiento de los estudiantes. Desde su perspectiva, los libros de texto debieran informar a los maestros acerca de las teorías locales de enseñanza y explicar las actividades mentales de trayectorias hipotéticas de aprendizaje, en las que tienen que centrarse. Reconoce además, que los libros de texto tendrán que ser más explícitos acerca de las teorías que se utilizan y deberán contener actividades de enseñanza ejemplares. De otra parte, el reporte de la prueba TIMSS

aplicada en 37 países para cuarto grado y a 50 países para octavo grado, señala que “en la mayoría de los países el libro de texto sigue siendo la base principal de la enseñanza de las matemáticas” (Martin, Mullis y Foy 2007, p.10). Según Rodríguez (2006), el libro de texto es el principal recurso de enseñanza, llegando a utilizarlo como currículum en combinación con otros materiales.

En ese mismo contexto, Yerushalmy (2014) sostiene, que los libros de texto deben proporcionar orientación y dar oportunidades para que los estudiantes aprendan, por lo que los objetivos y las ideas del plan de estudios se ponen de manifiesto en ellos. Por cuanto a los profesores, este investigador considera que los libros de texto también dan una guía para llevar adelante la enseñanza, en línea con las expectativas de la autoridad externa que puede ser la escuela, el plan de estudios, o la evaluación central. En esta función, reconoce además, que el libro de texto sirve como programa de estudios y cronometrador, y que al autor se le concibe como la entidad autorizada y encargada de la entrega del contenido y de lo pedagógico. Resume, señalando que la cultura de libros de texto en la enseñanza de matemáticas actual sugiere lo siguiente:

- a) El libro de texto sigue siendo un objeto clave que actúa como guía pedagógica autorizada para lo que debería ser aprendido y de cómo debe ser enseñado y evaluado;
- b) Si bien el libro de texto se supone proporcionan los dispositivos para involucrar activamente a los estudiantes, los estudios se centran en los compromisos con los libros de texto que se reservan principalmente para los profesores;
- c) La enseñanza no depende de un solo libro de texto: aproximadamente el 30% se lleva a cabo por los profesores que utilizan otros materiales de enseñanza, y;
- d) Los recursos tecnológicos se consideran como enriquecimiento, mientras que el libro de texto sigue siendo la autoridad central.

Diversos autores concuerdan en el papel central que los profesores asignan a los libros de texto, al que le otorgan mayor importancia; es incluso uno de los materiales

fundamentales en los que los profesores se apoyan para desarrollar su actividad profesional. Este hecho se ha subrayado también en otros trabajos (e. g. Campanario, 2001; Cabero et al., 2002; Mazzitelli et al, 2005; Perales y Jiménez, 2002) en los que destacan que los libros de texto se han constituido en un material en el que las distintas editoriales plasman el currículo que luego el profesor intentará transmitir.

Sin duda los libros de texto desempeñan un papel fundamental en la enseñanza en general y de las matemáticas en particular. En el campo de la investigación también ha sido objeto de estudio. En el contexto, recientemente se inició una discusión en torno a los libros de texto de matemáticas, a través del primer congreso internacional, denominado *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development* por sus siglas *ICMT* realizado en el Reino Unido en julio de 2014. El objetivo general, fue compartir resultados de investigación, experiencias de desarrollo y las ideas de reforma, discutir temas y orientaciones relativas a la investigación y el desarrollo de libros de texto de matemáticas (Jones et al, 2014).

La literatura sobre análisis de libros de texto nos ofrece una variedad de puntos de vista y en el presente trabajo se utiliza el término libro de texto para designar aquellos libros que utilizan habitualmente profesores y estudiantes a lo largo del curso escolar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por tal motivo se inicia por entender el concepto de libro de texto desde diferentes perspectivas, a continuación se definen cada una de ellas.

Danisova (2006) al responder a la interrogante, expresa que se trata de una publicación para ayudar al profesor con un contenido metódicamente adaptado y limitado por el currículum nacional; un recurso fundamentalmente didáctico que ayuda a desarrollar un proceso educacional; una producción que integra fuentes de información en el largo plazo accesibles para todos los estudiantes y profesores; y un instrumento que colabora a implementar el control y la evaluación del proceso de aprendizaje del estudiante.

De forma semejante Escolano (1997, citado en Maz y Rico, 2015), lo concibe como “un soporte curricular y un espejo de la sociedad” que pone de manifiesto prácticas institucionalizadas sobre cómo los conocimientos científicos se gestionan y se enseñan, se comparten y se difunden socialmente.

En este trabajo se concibe al libro de texto desde la perspectiva de Valverde y colaboradores (Valverde et al., 2002), como:

... “las herramientas físicas más íntimamente relacionados con la enseñanza y el aprendizaje. Su papel exacto de mediación puede variar de acuerdo a las características específicas de las diferentes naciones, los sistemas educativos y en las aulas. (Valverde et al, 2002, p.2).

Considerando el rol que tiene el uso de los libros de texto, en los últimos años se ha acrecentado el número de investigaciones en torno a ellos, y van desde estudios longitudinales a estudios de casos referidos a analizar un único texto escolar en relación con algún contenido específico, así como en niveles educativos. Aunque se reconoce, que una mayoría de estudios se ubican en el nivel básico (e.g. Cabañas-Sánchez, 2011; Flores, 2005; Salcedo, 2015), pocos se han enfocado al nivel medio y superior (e.g., Cabañas-Sánchez, 2011). En nivel básico, pocos (si los hay) se han enfocado al análisis de tareas en el marco del enfoque pensamiento algebraico temprano.

Capítulo 3

Fundamentos teóricos y Metodológicos

3.1. Fundamentos teóricos

El estudio se sustenta de un marco analítico, el cual delimita a las tareas de los libros de texto de matemáticas como unidad de análisis, en nuestro caso, las del libro de primer grado de primaria. Se consideran las tres categorías de tareas relacionadas con el álgebra temprana propuestas en Demosthenous y Stylianides (2014), y las cinco grandes ideas representadas en Blanton y colaboradores (2015), articuladas al desarrollo del pensamiento algebraico temprano, a fin de reconocer en las tareas el componente algebraico, y con base en ello, caracterizarlas. En segundo lugar, se decide que las tareas relacionadas con el álgebra temprana no se limitarán a aquellas que implican el uso de letras, en razón de que se considera que el simbolismo de la letra no es una condición ni necesaria ni suficiente para el pensamiento algebraico (Radford 2010, 2012). A continuación se describe en qué consiste el marco analítico y cada una de las categorías.

3.1.1. Marco analítico

El marco analítico que sustenta las categorías de análisis propuestos por Demosthenous y Stylianides (2014) para el estudio del algebra temprana en los libros de texto de matemáticas, considera tres componentes (Stylianides, 2008; 2009): el matemático, el psicológico y el pedagógico. Las tres categorías de tareas relacionadas con el álgebra delimitadas en Demosthenous y Stylianides (2014) consisten de: a) Relaciones aritméticamente situadas (**RAS**), b) Relaciones basadas en reglas (**RBR**), y; c) Relaciones conocidas-desconocidas (**RC-D**).

a) Componentes del marco analítico

a.1). Componente matemático. Su principal característica es que integra varias actividades relacionadas al compromiso con el objeto de estudio, lo que permite examinarlo de manera integrada. Como sugiere su nombre, este componente del marco puede apoyar la investigación sobre la actividad del objeto de estudio desde una perspectiva matemática. En esta perspectiva, el observador (o examinador) de la actividad (por ejemplo, la actividad de clase o actividad descrita en los libros de texto) se considera que es una persona matemáticamente competente (por ejemplo, el investigador o el profesor) que analiza la actividad determinada, usando consideraciones matemáticas. Este componente tiene como objetivo servir como una plataforma útil para la realización de diferentes tipos de investigaciones con un enfoque en el objeto de estudio: análisis de los libros de texto, exámenes establecidos en el aula, análisis de las sesiones de desarrollo profesional, etc.

a.2.). Componente psicológico. Se centra en el estudiante. Una investigación sobre el objeto de estudio desde una perspectiva psicológica examina la percepción del estudiante sobre la naturaleza matemática de un objeto matemático relacionado con el objeto de estudio, ya que la percepción se refleja por ejemplo, en la solución del estudiante en una tarea o en los comentarios del estudiante sobre la solución de otro estudiante en una tarea.

a.3). Componente pedagógico. Utiliza tanto la matemática como el componente psicológico. Una investigación sobre el objeto de estudio desde una perspectiva pedagógica se centra en dos cuestiones principales e interrelacionadas. La primera cuestión se refiere a cómo la naturaleza matemática de un objeto matemático relacionado con el objeto de estudio (como se deriva de la aplicación de una perspectiva matemática) se compara con la percepción que el estudiante tiene de esta naturaleza (como se deriva por la aplicación de una perspectiva psicológica). Las posibles discrepancias que surgen de esta comparación pueden ayudar a identificar posibles focos de acciones pedagógicas de los profesores, con el objetivo de apoyar el perfeccionamiento de la comprensión de los estudiantes de la naturaleza de un objeto de estudio particular. La segunda cuestión es una extensión de la primera: una vez que la instrucción compara e identifica posibles discrepancias entre las percepciones de los estudiantes de determinados objetos

matemáticos particulares y la comprensión convencional de estos objetos en la comunidad matemática, la instrucción tiene que buscar activamente formas de ayudar a los estudiantes a refinar gradualmente sus percepciones hacia los entendimientos convencionales (por ejemplo, Ball, 1993; Harel y Sowder, 2007; Stylianides, 2007).

Consideraciones en este trabajo de los tres componentes

Este trabajo adopta los tres componentes del marco analítico de Stylianides (2008; 2009), con algunas adaptaciones al psicológico y al pedagógico. Del primero, los aspectos que se adaptaron aluden a que se considera el tipo de razonamiento involucrado en el proceso de solución de las tareas. Con base en ello, se reconoce por ejemplo, que en tareas relativas al valor faltante, conllevan a la estructura de la ecuación, otras, que remiten a la comparación de cantidades, se articulan de manera implícita a la propiedad transitiva. Este tipo de análisis, se establece con base en la conexión que se realiza entre el libro de matemáticas para el profesor (LMP) y el programa de matemáticas de primer grado (PMP). Del componente pedagógico, se retoman las orientaciones didácticas que se dan al profesor en el LMP, acerca de la intención didáctica de los desafíos matemáticos planteados en el libro de matemáticas para el alumno (LMA).

b) Categorías de tareas relacionadas con el álgebra temprana

b.1) Relaciones Aritméricamente Situadas (RAS). Se centran en la estructura de la aritmética ocupándose del comportamiento de operaciones aritméticas y propiedades como objetos matemáticos y por qué funcionan así. Además, estas tareas podrían involucrar a los estudiantes en la generalización de estas relaciones. Esta categoría de tareas corresponde a lo que se conoce en la literatura como aritmética generalizada (Carpenter et al., 2003; Kaput, 2008).

Un **ejemplo** es la siguiente tarea para estudiantes de tercer grado de primaria, la que involucra a la propiedad conmutativa de la suma.

$$39 + 121 = 121 + 39$$

En ella, se pide a los estudiantes que sin realizar cálculos, indiquen si la expresión siguiente es verdadera o falsa, y que expliquen su elección.

b.2) Relaciones Basadas en Reglas (RBR). Se centran en las relaciones dentro de un conjunto de datos o entre conjuntos de datos. Estas tareas podrían involucrar a los estudiantes en la formación de una regla que se aplica a todos los elementos de los conjuntos de datos, poniendo a prueba las reglas plausibles, extendiendo una regla para casos cercanos y lejanos y generalizar una regla. Además, estas tareas podrían ofrecer oportunidades para trabajar con representaciones equivalentes de la misma norma (por ejemplo, verbal y expresiones algebraicas).

Un **ejemplo** es una tarea que pide a los estudiantes generalizar el estado funcional de un patrón geométrico creciente, apoyándose de material tangible (cerillas).



b.3) Relaciones Conocidos – Desconocidos (RC-D). Están centradas en las relaciones entre cantidades y números conocidos y desconocidos, y tratan a las incógnitas como objetos (entidades que se destacan por su cuenta) y no como procesos. La naturaleza de las relaciones varían a complejas relaciones directas (es decir, las relaciones de las que no hay puente directo entre conocidos y desconocidos).

Un **ejemplo**, es la siguiente tarea en la que se pide a los estudiantes de primaria, llenar espacios en blanco, con un valor que hace que las siguientes expresiones numéricas sean verdaderas.

$$a) 7 + 3 = 4 + \underline{\quad} \quad \text{¿Por qué?}$$

$$b) 5 + 3 = \underline{\quad} + 3 \quad \text{¿Por qué?}$$

Esta tarea está asociada a un valor faltante (cantidad desconocida). Por el tipo de razonamiento involucrado en el proceso de solución, en ella está inmersa la estructura de la ecuación y la relación de equivalencia.

3.1.2. Cinco grandes ideas matemáticas en las prácticas de pensamiento algebraico

El estudio retoma las cinco *grandes ideas* planteadas en Blanton y colaboradores (2015).The a fin de reconocer un componente algebraico esencial en las tareas. Estas

grandes ideas se combinan con las categorías de Demosthenous y Stylianides (2014), dado que estas dan cuenta de lo relacional de modo más general. Esta combinación (véase tabla No. 3.1) permite evidenciar de manera más específica dicho componente, pues al articular las categorías de Demosthenous y Stylianides (2014) y Blanton y colaboradores (2015) se reconocen relaciones o estructuras matemáticas asociadas al tipo de razonamiento que demanda el proceso de resolución de tareas del libro de texto analizado, sobre pensamiento algebraico temprano.

Cinco grandes ideas matemáticas:

- a) Equivalencia, expresiones, ecuaciones y desigualdades (EEED).** Incluye el desarrollo de una comprensión relacional del signo igual, en representación y el razonamiento con expresiones y ecuaciones en su forma simbólica, y la descripción de las relaciones entre dos o más cantidades generalizadas que pueden o no, ser equivalentes.
- b) Aritmética generalizada (AG).** Involucra a la generalización de las relaciones aritméticas, incluidas las propiedades fundamentales de número y operación (por ejemplo, la propiedad conmutativa de la suma), y el razonamiento acerca de la estructura de expresiones aritméticas en lugar de su valor computacional.
- c) Pensamiento funcional (PF).** Implica relaciones generalizadoras entre cantidades covariacionales y que representa el razonamiento con esas relaciones a través del lenguaje natural, notación algebraica (simbólico), tablas y gráficos.
- d) Variable (Var).** Refiere a la notación simbólica como herramienta lingüística para representar ideas matemáticas de forma sucinta. Incluye los diferentes roles que juega la variable en diferentes contextos matemáticos (Blanton et al., 2011).
- e) Razonamiento proporcional (RP).** Refiere a las oportunidades para el razonamiento algebraicamente alrededor de dos cantidades generalizadas que están relacionados de una manera tal que la proporción de una cantidad a la otra es invariante.

La tabla No. 3.1 resume el componente matemático articulado al *álgebra temprana*, que resulta de combinar las categorías de tareas de Demosthenous y Stylianides (2014) y Blanton y colaboradores (2015).

Tabla 3.1

Marco Analítico: Componente matemático (algebraico)

Categorías del Álgebra Temprana						
Componente Matemático	RAS		RBR		RC-D	
	EEED	AG	PF	RP	EEED	Var
	Equivalencia	Propiedades fundamentales de número y operación.	Sucesiones numéricas	Dos cantidades generalizadas que están relacionados de una manera tal que la proporción de una cantidad a la otra es invariante.	Equivalencia	Notación simbólica
Expresiones	El razonamiento acerca de la estructura de expresiones aritméticas.	Patrones recursivos	Relaciones covaricionales	Ecuaciones	como herramienta lingüística para representar ideas matemáticas en diferentes contextos.	
Ecuaciones						
Desigualdad						

3.2. Aspectos metodológicos

Las metodologías que han empleado las distintas investigaciones enfocadas en analizar libros de texto escolar son muy diversas y distintas (Hurtado, 2016). El estudio se sustenta de la metodología Análisis de Contenido (AC) propuesta en Bernete (2013), la cual es utilizada para analizar todo tipo de documento, ya sea oral, escrito o icónico, en el que aparece cualquier relato concerniente a cualquier objeto de referencia.

a) El análisis de contenido como metodología de la investigación

El AC se distingue de otros procedimientos de análisis textual porque no es sólo descriptivo, ni directamente interpretativo del corpus textual que se somete a la observación. Incluye un nivel analítico previo a la interpretación. Las fases de una investigación donde se utiliza el AC son similares a las de cualquier investigación social, donde se emplean otros métodos que el lector puede conocer por este mismo volumen. Se distinguen tres grandes fases en esta metodología (Bernete, 2013: 236):

FASE 1. Trabajo previo a la obtención de los datos.

En este apartado se llevan a cabo los mismos procedimientos que se requieren para cualquier investigación social. Un proyecto de investigación donde se utilizan técnicas de análisis de contenido debe contener los aspectos siguientes: a) Se formula el problema, los objetivos y, si es el caso, las hipótesis, con sus correspondientes definiciones de términos, b) Se eligen los documentos a ser analizados, c) Selección de datos para verificar las hipótesis y organización de los datos en un sistema de categorías, d) Se divide el corpus en unidades de análisis, y; e) Se planifica la recogida de los datos y el modelo de análisis.

A continuación se describe cada una de ellas.

- a) **Formulación del problema, objetivos y, en su caso, las hipótesis, con sus correspondientes definiciones de términos.** En esta parte se plantea el problema, considerando los tres elementos básicos, el enunciado del problema, la justificación y el objetivo del problema afinando y estructurando formalmente de lo que será investigado y establecer qué se pretende en la investigación. Así como sus correspondientes definiciones de términos que serán utilizados en el desarrollo de la investigación

- b) **Elección de documentos.** En este caso se presenta el conjunto de los documentos que se analizan y recibe el nombre de corpus o universo de análisis, se determina en función de los objetivos al contemplar las siguientes reglas: su *pertinencia*; es decir que deben contener información adecuada a los objetivos del análisis; Así como *exhaustividad* ya que no se pueden seleccionar arbitrariamente. Toda selección debe justificarse; *representatividad*, ya sea porque se acota correctamente el universo de estudio o porque se analiza una muestra estadísticamente representativa y, la *homogeneidad* por si se pretende hacer un análisis comparativo, previamente habrá que explicitar cuál es el punto de vista que se establece para realizar dicha comparación.
- c) **Selección de datos para verificar las hipótesis y organización de los datos en un sistema de categorías.** En este paso se organizan los datos en un sistema de categorías; los criterios de clasificación de la información relevante para los objetivos propuestos dan lugar a un repertorio de categorías analíticas, cuya presencia o ausencia (en su caso, frecuencia, asociación, etc.) se espera que tengan una cierta significatividad. Las categorías (construcciones conceptuales del investigador) pueden establecerse a priori, en cuyo caso, las expresiones que tengan valor informativo irían encajando en ellas (sin forzarlas) a medida que se las encuentre en el texto; cuando estas categorías son elementos de una clasificación, deben ser homogéneas, es decir, que estén organizadas con el criterio que rige la clasificación; mutuamente excluyentes, refiriéndose con esto a que los significados de ellas deben ser claramente diferenciados y exhaustivos con el fin de que, cubran todas las posibilidades de la variable que se hace operativa.
- d) **División del corpus en unidades de análisis.** El corpus o conjunto de documentos se fragmenta en unidades más pequeñas a diferentes niveles: i) la unidad de muestreo compuesta por cada uno de los documentos constitutivos del corpus o universo al que se referirán los resultados del análisis. ii) la unidad de contexto refiriéndose a cada una de las partes en que se divide la unidad de muestreo; no se considera necesaria en algunas investigaciones que hacen uso del AC; Bernete (2013), cita un ejemplo de este tipo de unidad, refiriéndose a ella cuando toma una “sección” (como en los periódicos) de un fragmento de algún anuncio o programa televisivo. Cada sección o fragmento de la unidad de

muestreo puede contener información que dé lugar a una o más unidades de registro. iii) la unidad de registro, es cada una de las entradas de información relevante para su posterior tratamiento. Por ejemplo en el caso de la encuesta, la unidad de registro suele ser cada una de las entrevistas realizadas. O mejor, el conjunto de las respuestas obtenidas en cada entrevista, que se plasman en un documento intermedio (el cuestionario) y de ahí pasan a la base de datos, susceptible de tratamiento informático. El cuestionario se llama “protocolo de análisis” o “ficha de registro” donde aparecen las variables y las categorías tal como han sido ordenadas definitivamente.

- e) **Planificación de la recogida de los datos y modelo de análisis.** En esta parte se plantea el protocolo o ficha donde se transcriben los datos de cada unidad de registro que debe ser el desarrollo de un modelo al representar en forma organizada los diferentes tipos de datos que tendrán que recogerse por su relevancia para cubrir los objetivos del trabajo de investigación.

FASE 2. Extracción de los datos. Comprende: a) La transcripción de los datos encontrados en el material que se analiza a los documentos intermedios, y; b) la construcción del libro de códigos.

Esta segunda fase consiste de la recogida de datos, y su transcripción en fichas de registro, que sirven para convertir el contenido de cada unidad de registro en información codificada. Cada una de las fichas (y, con ella, cada registro en la base de datos) debe recoger todos los datos pertinentes (es decir, ajustados al diseño) que puedan obtenerse de la unidad de análisis.

FASE 3. Explotación de los datos: operaciones e interpretación de resultados

En esta última fase, para que los resultados del análisis puedan ser verificados por otros investigadores, se requiere que defina con claridad cuál es su objeto de estudio y cuáles son las operaciones a las que lo somete. Un buen plan de explotación indica qué se espera de cada operación prevista con los datos y para qué objetivo específico o hipótesis será útil esa operación, ya se trate de un cruce de variables o de la distribución de una sola variable.

El plan de explotación de los datos de cualquier investigación está enfocado al hallazgo de regularidades en los fenómenos que se investigan porque así es como progresa el conocimiento científico. Si se hallan excepciones a las reglas y a tales excepciones se les encuentra una razón de ser, entonces se está proponiendo una nueva regularidad (que puede ser una ampliación o matización de la anterior, no necesariamente una sustitución). En esta etapa se entra en el análisis propiamente dicho, porque se inicia el proceso de identificación y representación de pautas relevantes en los resultados; se da el paso a la interpretación recurriendo al marco teórico que se considere adecuado al efecto y con el cual debe plantearse el diseño del análisis.

3.2.1. Fases metodológicas del análisis del contenido de los libros de texto de matemáticas

Fase I. Método de análisis de contenido en este trabajo

a) Formulación del problema, los objetivos, con sus correspondientes definiciones

El estudio consiste de un análisis del contenido del libro de texto, *Desafíos Matemáticos para el Alumno (LMA)* y *Desafíos Matemáticos para el Profesor (LMP)* aprobados por la SEP en el marco de la actual reforma educativa (SEP, 2011b). El trabajo se enfoca en analizar las tareas propuestas en el libro de texto de matemáticas de primer grado de primaria, en los que se reconoce un componente algebraico esencial implícito con la finalidad de categorizarlas. El propósito es de tipo didáctico, para caracterizar tareas relacionadas con el álgebra temprana. El término didáctico engloba al menos dos aspectos: uno referido a la organización y disposición de un saber para su enseñanza y otro referido al entorno o contexto donde se lleva a cabo el aprendizaje de la matemática (Castañeda, González & Molina, 2014, p. 13). El estudio considera ambos.

a.1) Conceptos pedagógicos básicos.

Los *Desafíos matemáticos* son secuencias de actividades o problemas que demandan a docentes y estudiantes el uso de las herramientas matemáticas que se quiere, construyan. Se componen de *consignas* o problemas que se plantean a los estudiantes, de la forma en que se organizarán para realizar el trabajo (individual, equipo o grupal) y de aquello que les permitirán hacer o usar y de lo que no se permite. Los *Desafíos* a su vez, incluyen la intención didáctica y se ubica en el LMP. En ella se describe el tipo de

recursos, los procedimientos, ideas y saberes que se espera pongan en juego los estudiantes ante la necesidad de resolver cada desafío.

Tareas: Una tarea se comprende como cualquier ejercicio, problema, actividad o partes de ellos que han sido hechas para hacerse por separado en los libros de texto de los estudiantes (Stylianides, 2009).

a.2) *Códigos:* El componente algebraico se identificó mediante: palabras y/o símbolos claves y/o de algunas estructuras algebraicas. Estos elementos, se codificaron, según se presentaron o se reconocieron en el LMP, ya sea de manera explícita (código 01) o bien implícita (código 02).

Tabla 3.2
Código explícito e implícito

Código	Descriptor
01: Código explícito	Este código se estableció para reconocer palabras clave y/o símbolos relevantes como: símbolo algebraico / pensamiento algebraico / representaciones algebraicas / estructura de una ecuación, generalización algebraica / verbal / simbólico, encontrar la regla / fórmula, números generales, investigación de las relaciones entre números o correspondencia entre cosas / cantidades, patrones, sucesiones, funciones, propiedades (elemento neutro, conmutativa y desigualdad) y relaciones aritméticas (relación de equivalencia), formar y resolver ecuaciones, encontrar la incógnita o buscar la cantidad que falta (valor faltante), resolución de problemas.
02: Código implícito	Se estableció este código a fin de reconocer el componente algebraico, de modo implícito ya sea desde la intención didáctica, del contenido (en el LMP) y/o desde las tareas de los LMA. Ello, porque en el proceso de solución de determinadas tareas, la forma de razonamiento a desarrollar por los estudiantes, se articula de manera implícita a determinadas estructuras matemáticas (por ejemplo: ecuación, desigualdad) o bien a significados como el del signo igual. Es así como desde el libro LMP, se estableció una conexión con el de LMA.

Por cuanto al programa de matemáticas, la conexión se estableció con el libro LMP, a objeto de reconocer qué contenidos matemáticos corresponden al eje SN-PA y el bloque en que se ubican. Esta fase se apoyó de fichas de registro para organizar los datos con base en las categorías, las grandes ideas matemáticas y los códigos establecidos.

b) Documentos

El análisis de las tareas se situó en el libro de primer grado *Desafíos Matemáticos para el Alumno* (LMA), distribuido por la SEP (SEP, 2014a) en todas las escuelas primarias públicas en México, común a todos los alumnos en esa etapa de escolaridad. El análisis

se apoyó además, del libro *Desafíos Matemáticos para el Profesor* (LMP) primer grado (SEP, 2014b) y el programa de enseñanza de matemáticas de primer grado (SEP, 2011b).

c) Categorización para el análisis

El marco analítico del presente trabajo, se despliega al considerar las tres categorías de tareas (ver marco analítico, sección 3.1.1) relacionadas con el álgebra, adaptadas por Demosthenous y Stylianides (2014), que consisten de: a) Relaciones Aritméticamente Situadas, b) Relaciones Basadas en Reglas, y; c) Relaciones Conocidos-Desconocidos y finalmente, dos códigos fueron seleccionados a fin de indicar a través de ellos, si el componente algebraico se encuentra implícito o bien explícito en las tareas. El análisis de este componente, considera la revisión de las orientaciones didácticas del libro del profesor, en correspondencia con las tareas presentadas en el libro del estudiante. De modo que se codificó como CO1 si el componente algebraico aparece explícito y como CO2 implícito. De forma particular se integran las grandes ideas propuestas en Blanton y colaboradores (2015) que incluyen 1) equivalencia, expresiones, ecuaciones y las desigualdades; 2) la aritmética generalizada; 3) el pensamiento funcional; 4) la variable; y 5) el razonamiento proporcional. Se combina la categoría de Demosthenous y Stylianides (2014) con las grandes ideas matemáticas de Blanton y colaboradores (2015), para realizar una descripción exhaustiva del razonamiento algebraico implicado en las tareas presentes en el libro de texto. En la tabla 3.3, se muestra como se relacionan las categorías y las cinco grandes ideas matemáticas para desarrollar el análisis de contenido algebraico.

Tabla 3.3

Categorías utilizadas para desarrollar el Análisis de Contenido (Marco de Análisis)

Categorías					
	EEED	AG	PF	Var	RP
RAS	Equivalencia	Propiedades fundamentales de número y operación.			
	Expresiones				
	Ecuaciones	El razonamiento acerca de la estructura de expresiones aritméticas.			
	Desigualdad				
			Sucesiones		

RBR			Patrones numéricos Patrones recursivos Relaciones covaricionales		Dos cantidades generalizadas que están relacionados de una manera tal que la proporción de una cantidad a la otra es invariante.
RC-D	Equivalencia Ecuaciones			Notación simbólica como herramienta lingüística para representar ideas matemáticas en diferentes contextos.	

Finalmente en los dos últimos incisos correspondiente a la división del corpus en unidades de análisis y la planificación de la recogida de los datos al igual que el modelo de análisis, se establecen en la fase 2, que es donde se lleva a cabo la recogida de datos, la descripción e implementación de la ficha de registro.

Fase II. Aplicación de la extracción de los datos de los libros de textos de matemáticas

Se lleva a cabo la recogida de datos encontrados en los desafíos del libro de texto de matemáticas de primer grado y se transcriben los datos encontrados en los libros a las fichas de registro que se utilizan para convertir el contenido de cada unidad de registro en información codificada. A continuación se explica cómo se lleva a cabo el llenado de la ficha de registro con los datos pertinentes que puedan obtenerse de la unidad de análisis (tareas) y se presentan algunos ejemplos.

Fichas de registro para la recogida de datos en los libros de texto.

El llenado de la ficha de registro que en este apartado se aborda sobre el análisis de contenido para capturar cada una de las tareas que se identifican en el libro de texto con relación a las características que presentan sobre el razonamiento algebraico temprano

se muestra a continuación. Se hizo el llenado en una tabla que codifica las tareas encontradas en el libro de texto de la educación primaria y se ubican en los anexos. En el apartado “libro de texto”, aparece el código asignado al libro de texto por ejemplo, el libro de texto de matemáticas para el primer grado del nivel escolar primaria quedó codificado como: DM1. Como un primer ejemplo de la evidencia se presenta la ficha de registro de primer grado que se observa en la tabla 3.4 donde se transcribe la tarea identificada en la categoría RAS y RC-D, en el cual el razonamiento algebraico involucra el código explícito y se ubica en la gran idea de equivalencia y la estructura de una ecuación.

Una vez que el total de las tareas se codificaron, se vació el contenido en la tabla 3.5, para su posterior tratamiento e interpretación de acuerdo a la pregunta de investigación. El ejemplo que se muestra en la tabla 3.4, se codificó la tarea número 21 identificada en el libro de texto de primer grado, asignando el valor “01” por cada código que se identificó en la tarea como explícito y con el código “02” a las tareas identificadas como implícito.

De este modo, todas las tareas quedaron codificadas para su posterior tratamiento a través del marco analítico el cual contribuyó a darle respuesta a nuestra pregunta de investigación.

Tabla 3.4
Ficha de registro para DM1

Tabla: Evidencia de la categoría RAS, RBR y RC-D en los componentes EEED y PF relacionado con el pensamiento algebraico temprano.					
DM1 Libro de texto Desafíos Matemáticos Primer Grado					
Tarea	Código Explícito / Implícito	Evidencia	CATEGORÍA/COMPONENTE		
			RBR (PF)	RC-D (EEED)	RAS (EEED)
21	01	<p>Desafío 12. ¿Cuántos objetos faltan en la mesa para que tengas la misma cantidad que en la mesa amarilla? Dibújalos.</p> 		Estructura de una ecuación	Equivalencia

Esta tarea se ubica en el bloque I, página 29 del LMA de primer grado, lección 12: Quitar y poner. Ejemplo de una tarea asociada a la categoría de (RAS y RC-D). En la tarea 1, se presenta el resolver situaciones de equivalencia cuyo razonamiento involucra la estructura de una ecuación y la comprensión relacional del signo igual en la gran idea de (EEED).

Tabla 3.5

Totales de tareas algebraicas identificadas en el libro de texto de primer grado de primaria.

Número de tarea	RAS				RBR			RC-D	
	EEED Equivalencia	EEED Expresión	EEED Ecuación	EEED Desigualdad	PF Patrones Sucesiones	PF Patrón Recursivo	PF Relación Covariacional	EEED Equivalencia	EEED Ecuación
68	29	0	0	1	29	0	0	0	9

Capítulo 4

Caracterización de las tareas del Pensamiento algebraico temprano

4.1. Introducción

El análisis de contenido desde la perspectiva de Bernete (2013), parte de la formulación del problema, objetivo y definiciones centrales, delimitados en el capítulo. Seguidamente, se establece el corpus, que consiste de los documentos en que se sustenta el análisis, y con base en ello, se lleva a cabo la extracción de los datos para derivar en su interpretación. Este capítulo se ocupa de caracterizar las tareas relativas al desarrollo del Pensamiento Algebraico Temprano desde el libro de texto de Matemáticas para el estudiante de primer año de primaria. En razón de que el Pensamiento algebraico temprano se desarrolla de manera transversal en la escuela primaria, a través de los contenidos matemáticos de los tres ejes en que pedagógicamente fueron organizados, para reconocer con precisión qué tareas se ubican en el eje **SN-PA**, así como la intención didáctica, el análisis tomó como base tres documentos oficiales, apegados al currículum de la escuela primaria: a) el programa de matemáticas de primer grado (PMP), b) el libro de matemáticas de primer grado para el profesor (LMP), y; c) el libro de matemáticas de primer grado para el alumno (LMA).

El primer apartado del capítulo describe la estructura de los documentos revisados, la conexión que se estableció entre el contenido, así como de los elementos coadyuvantes en la identificación del componente algebraico. En el segundo, se delimitan los aspectos considerados para reconocer las tareas que promueven el desarrollo del pensamiento algebraico temprano, en el libro de texto de matemáticas de primer grado de primaria. El tercero y último, caracteriza las tareas, atendiendo al componente algebraico.

4.1. Estructura de los documentos revisados

a) El Programa de Matemáticas de primer grado (PMP)

En el PMP se declaran: a) las competencias a desarrollar en matemáticas, b) los propósitos de la matemática para la educación básica y de manera particular para la educación primaria, c) el enfoque didáctico, d) los estándares curriculares de matemáticas, y; e) la organización de los aprendizajes. En esta última sección, se establece que los contenidos matemáticos se organizan por ejes y temas. En ese contexto, en primer grado, las competencias a desarrollar se articulan a contenidos matemáticos de los ejes **SN-PA** y **FE y M**.

El **eje** se refiere a la dirección o rumbo de una acción (SEP, 2011b). En el eje **SN-PA** se quiere destacar que lo que dirige el estudio de aritmética y álgebra es el desarrollo del sentido numérico y del pensamiento algebraico. Lo cual implica que los estudiantes deben ser capaces de utilizar los números y las operaciones en contextos diversos, como:

- La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético.
- La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán ser generalizadas con el álgebra.
- La puesta en juego de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

Por cada eje se desprenden varios temas, y para cada uno de ellos, hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad.

Los **temas** son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos), y varios grados o incluso niveles de escolaridad (SEP, 2011b). En el caso de primaria y en particular en primer grado se consideran dos temas: *Números y sistemas de numeración* y *Problemas aditivos*.

Los **contenidos** matemáticos son aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio de acuerdo al PMP, requiere entre dos y cinco sesiones de clase y se organizan de tal manera que se espera, los estudiantes vayan accediendo a ideas y recursos matemáticos cada vez más complejos, a la vez que sean capaces de relacionar

lo que ya saben con lo que están por aprender. Esto es, conocimiento previo con un conocimiento objeto de estudio.

b) Libro de matemáticas para el profesor (LMP)

El LMP se concibe como un auxiliar didáctico para el profesor de cada grado de primaria. La finalidad principal, es que conozca: a) Qué **Desafíos matemáticos** se plantean en el LMA, b) la intención didáctica de tales *Desafíos*, y; c) el contenido matemático al que se articula dicho *Desafío*, consecuentemente, a qué eje, así como las consideraciones previas y observaciones posteriores. De manera que este libro se conforma precisamente de esos elementos (La figura 4.1 los destaca con recuadros).

Desde el punto de vista pedagógico, los **Desafíos matemáticos** son secuencias de actividades o problemas que demandan a docentes y estudiantes el uso de las herramientas matemáticas que se quiere, construyan (SEP, 2014b).

Las **consignas** por su parte, son las actividades o problemas que se plantean a los estudiantes, así como la forma en que se organizarán para realizar el trabajo (individual, equipo o grupal) y de aquello que les permitirán hacer o usar y de lo que no se permite (SEP, 2014b).

La **intención didáctica** es la que le da información al profesor de los procedimientos, ideas y saberes que se espera pongan en juego los estudiantes ante la necesidad de resolver la tarea que se les plantea (SEP, 2014b).

Las **consideraciones previas** son los aspectos que el docente debe tomar en cuenta y conocer con antelación para apoyar al estudiante, así también explicaciones sobre conceptos y estrategias de solución ante las tareas. Es decir, para desarrollar determinadas competencias en los estudiantes por medio de los *Desafíos*, debe tener claridad acerca de qué conocimientos previos debe asegurar que hayan comprendido, las posibles dificultades conceptuales o procedimentales, formas de proceder ante una tarea o problema, posibles vías de solución, entre otros.

Un aspecto por demás fundamental previsto en el LMP, son las **observaciones posteriores**. Se articulan a la práctica del profesor, y con base en ello, se plantea que el profesor debe reflexionar en torno a su propia práctica y sobre la eficacia de la consigna.

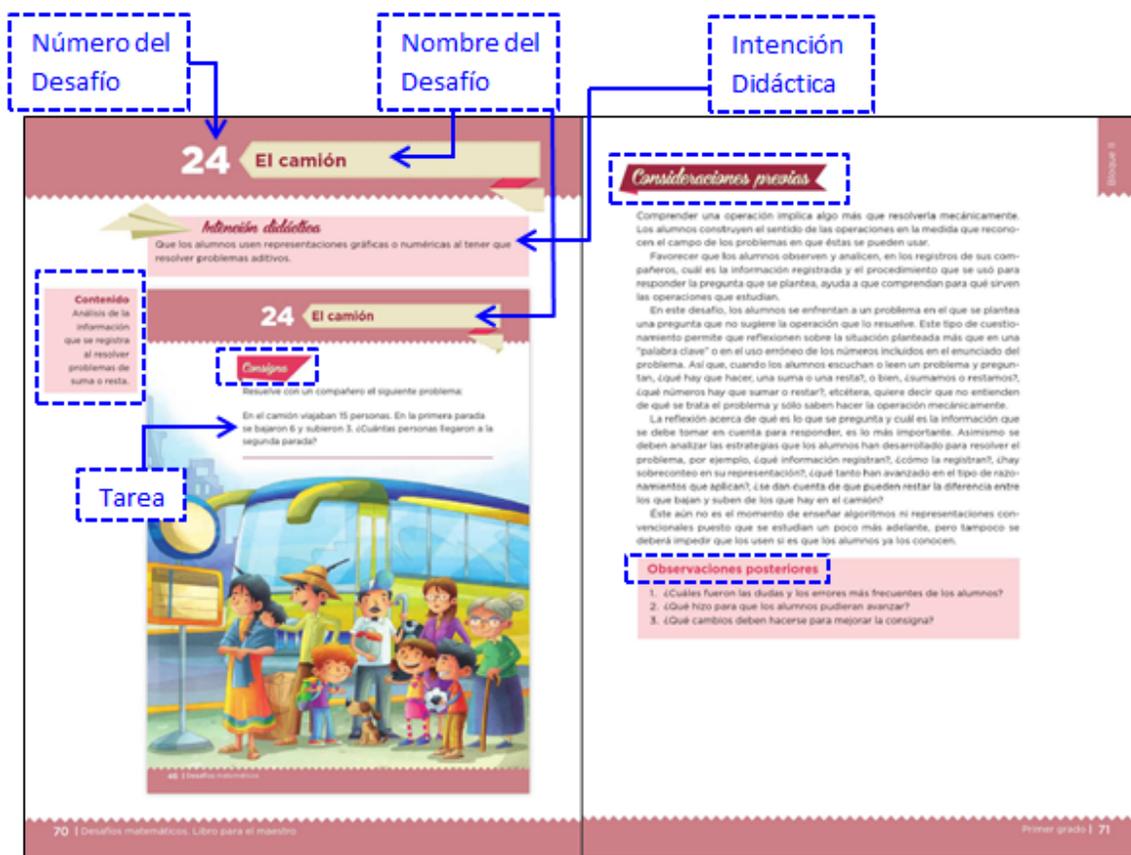


Figura 4.1. Elementos que constituyen el LMP de primer grado.

El análisis al LMP fue básico, dado que es un material de tipo pedagógico en el que el profesor de primaria encuentra las orientaciones didácticas para el desarrollo de los *Desafíos Matemáticos* (o lecciones) planteados a los estudiantes en el libro de texto de matemáticas, asimismo, el contenido matemático objeto de estudio en cada uno, así como las intenciones didácticas. No obstante, el análisis del contenido en este trabajo, evidenció que el LMP resultó insuficiente para reconocer en qué eje se ubican los *Desafíos*, los temas y contenidos matemáticos asociados a los aprendizajes esperados. Para ello, el análisis del contenido del LMP se articuló al del PMP, para reconocer qué *Desafíos* se ubican en el eje **SN-PA**, el tema y contenido involucrado. Y con base en ello, delimitar el número de *Desafíos* a ser analizados.

b.1) Elementos del LMP que coadyuvaron en la identificación del componente algebraico

Una vez delimitados los *Desafíos Matemáticos* relativos al eje **SN-PA**, se procedió a cuantificar las tareas que los conforman, y con base en ellas identificar el componente algebraico. Cuatro elementos del LMP fueron básicos en el análisis: a) La intención didáctica de los *Desafíos*, b) Las consideraciones previas para intervenir en las tareas, c) El contenido matemático articulado a cada *Desafío*, y; d) El enunciado de las tareas que conforman los *Desafíos*.

¿Cómo se identificó el componente algebraico?

El componente algebraico se reconoció mediante: palabras y/o símbolos claves y/o de algunas estructuras matemáticas (Véase tabla No.3.2). Estos elementos se **codificaron** según se presentaron o se reconocieron en el LMP, ya sea de manera explícita (**código 01**) o bien implícita (**código 02**). Se describen en seguida.

01: Código explícito. Se usó cuando se reconocieron palabras claves y/o símbolos relevantes como: símbolo /pensamiento / representaciones / ecuaciones, generalización algebraica / verbal / simbólico, encontrar la regla / fórmula, números generales, investigación de las relaciones entre números / cantidades, patrones, sucesiones numéricas, funciones, propiedades y relaciones aritméticas, formar y resolver ecuaciones, encontrar la incógnita, resolución de problemas.

02: Código implícito. Se utilizó cuando no se reconocieron palabras claves en la intención didáctica de los *Desafíos*, y/o en las consideraciones previas para intervenir en las tareas, y/o en el contenido matemático articulado a cada *Desafío*, y/o en el enunciado de las tareas que conforman los *Desafíos*. Pero si, se reconoce al componente algebraico, de modo implícito desde las tareas de los *Desafíos*. Ello, porque en el proceso de solución de determinadas tareas, la forma de razonamiento a desarrollar por los alumnos, se articula de manera implícita a determinadas estructuras matemáticas (por ejemplo: ecuación, desigualdad) o bien a significados como el del signo igual. Es así como desde el LMP, se establece una conexión con el LMA.

- **Ejemplo de tareas con un componente algebraico con código explícito y/o implícito**

El ejemplo de las tareas con el componente tanto explícito como implícito, se retoma del trabajo de Cabañas-Sánchez y colaboradores (2017), es como sigue.

Es mediante la *consigna* en *Desafíos* del libro LMA y de los aspectos pedagógicos *contenido* e *intención didáctica* que se dan al profesor en el libro LMP para su desarrollo, cómo se reconoce y codifica el componente algebraico **explícito** y/o **implícito**, por la presencia o no de palabras clave. Con base en la *intención didáctica* y el apartado *contenido* (en el LMP) que refieren al *Desafío 11* del libro LMA de primer grado, se reconoce y codifica el componente algebraico de modo **explícito**, por la presencia de las palabras clave "patrones" y "sucesiones" (inciso a en figura 4.2). Estas palabras clave se identifican además, en las *consideraciones previas* que el profesor debe tomar en consideración en el desarrollo de cada Desafío Matemático. La tarea de este desafío, remite al estudiante a identificar y describir patrones mientras crean sucesiones geométricas. En el *Desafío 14* por su parte, el componente algebraico también se reconoce explícito mediante las palabras clave "lo que falta", "le corresponda" y "sucesiones" (inciso b, figura 4.2). La tarea sitúa al estudiante a trabajar con la gran idea **equivalencia**, mientras establecen una relación de equivalencia entre número de sombreros con duendes.

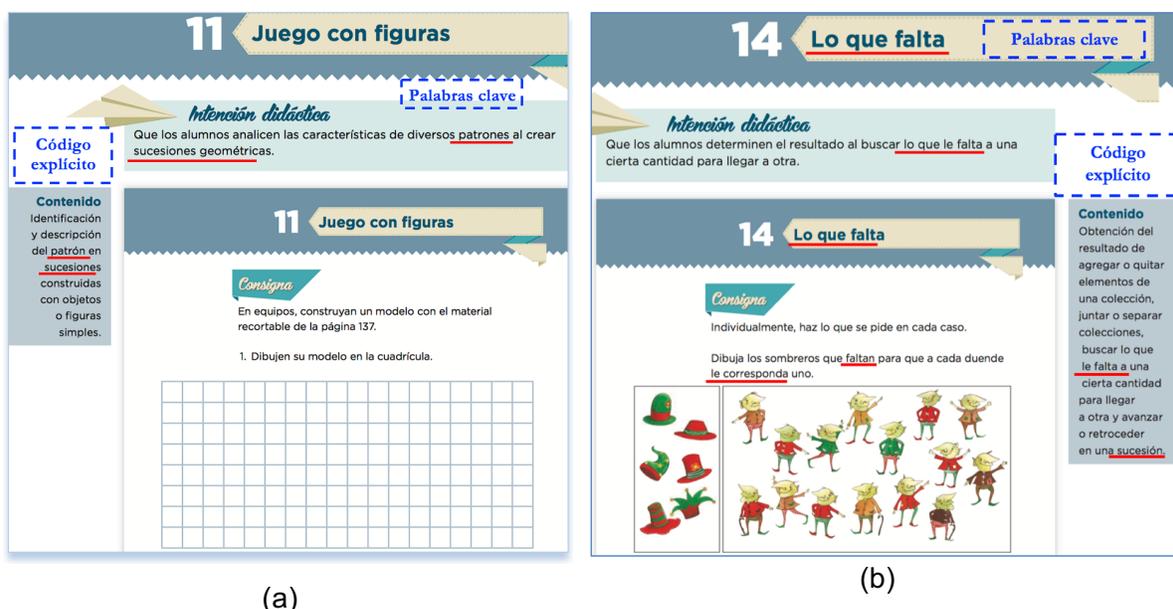


Figura 4.2. Componente algebraico explícito en el libro LMP y LMA (Figura 1 en Cabañas-Sánchez, et al., 2017).

La forma de razonamiento de la tarea en el Desafío 14, involucra de modo explícito a la **estructura** de la gran idea **ecuación** en razón de que aborda un problema de valor faltante, así como a la equivalencia entre dos cantidades.

El componente algebraico con código **implícito** se ilustra mediante las tareas 1 y 2 en consigna 2 del *Desafío 33* del libro LMA (Figura 4.3). El contexto, es el cálculo mental de adiciones y sustracciones de dígitos. El razonamiento involucrado en el proceso de solución, involucra de modo implícito a la estructura de la gran idea matemática ecuación, al momento que el estudiante establece relaciones de equivalencia. La gran idea matemática equivalencia, implica además, la comprensión del significado del signo igual mientras expresan una relación entre dos cantidades.

Consigna 2

Individualmente, resuelve los siguientes problemas.

1. En la siguiente suma, cambia uno de los números para que los resultados sean 9, 10, 11 y 12. Anota cada suma en uno de los cuadros.

$4 + 4 = 8$

2. En la siguiente resta, cambia uno de los números para que los resultados sean 2, 3, 4 y 5. Anota cada resta en uno de los cuadros.

$9 - 8 = 1$

Bloque III

Primer grado | 65

Figura 4.3. Componente algebraico implícito en el libro LMA (Figura 2 en Cabañas-Sánchez, et al., 2017).

Las grandes ideas matemáticas de Blanton y colaboradores (2015) y el marco analítico de Demosthenous y Stylianides (2014) fueron fundamentales para reconocer el componente algebraico tanto implícito como explícito. En Demosthenous y Stylianides (2014) por ejemplo, una palabra clave es **ecuación**, que se codifica como un componente

algebraico **explícito**. Sin embargo, por el nivel de desarrollo de los estudiantes, esta palabra clave es posible que no aparezca ni en el LMP ni en el LMA como en el caso de primer grado. Ello no significa que por la forma de proceder y de razonar al resolver las tareas, este componente esté ausente. Ejemplo de ello es el Desafío 23, que aparece **implícito**, dado que en el proceso de solución de la tarea, la forma de razonamiento involucra a la **estructura** la gran idea matemática **ecuación**, definida en Blanton y colaboradores (2015) como ecuaciones en su forma simbólica, asociadas a problemas de valor faltante. El uso de los dos marcos permite caracterizar detalladamente cada tarea. En Demosthenous y Stylianides (2014) se plantean las categorías y las palabras claves de manera general y en Blanton y colaboradores (2015) permite reconocerlas de forma particular.

c) Libro de matemáticas para el alumno (LMA)

La revisión del contenido del LMA se enfocó en su organización. Destacan los siguientes elementos: En primer lugar el LMA presenta una **introducción**, la que especifica el objetivo del libro, aspectos didácticos en el diseño de las tareas de los Desafíos (como el uso de juegos), la forma de intervenir en las tareas (trabajo individual o integrados en equipos), así también, del desafío para los estudiantes de buscar estrategias que les ayuden a ganar o para dar solución ante el planteamiento de un problema; y para orientarlos en algún tema de interés. En el índice se establecen los **bloques**, cada libro presenta cinco, donde se indica el número y el título de los Desafíos. Por último, los Desafíos presentan las consignas, usualmente de una a cuatro, y estos se constituyen de tareas.

4.2. Aspectos considerados al delimitar las tareas relativas al eje SN-PA

Con el propósito de reconocer qué tareas del LMA de primer grado, se ubican en el eje **SN-PA**, y con base en ello, delimitar el componente algebraico, el análisis a los documentos oficiales, se llevó a cabo como sigue:

En primer término, se revisó el Programa de matemáticas de primer grado, a fin de saber qué **CONTENIDOS** matemáticos por **TEMA** corresponden al eje **SN-PA** (ver figura 4.4). A partir de ello, se analizó el LMP de primer grado, con el fin de identificar qué Desafíos matemáticos de los que se plantean en el LMA, están articulados a esos **CONTENIDOS** (inciso a en figura 4.5). Ello, en razón de que es en el LMP, en el que

se dan a conocer tanto las intenciones didácticas de cada Desafío, como los contenidos matemáticos objeto de estudio, tal como se describió en el apartado 4.1. Una vez hecho esto, se cuantificaron las tareas que comprenden cada uno de los Desafíos, y además, en cuál de ellas, se reconoce ya sea implícita o explícitamente, el componente algebraico. Esto se hizo estableciendo una conexión entre el PMP, el LMP y el LMA.

La figura 4.4. Evidencia por ejemplo, que los contenidos matemáticos siguientes:

- Identificación y uso de los números ordinales para colocar objetos, o para indicar el lugar que ocupan dentro de una colección de hasta 10 elementos.
- Conocimiento del sistema monetario vigente (billetes, monedas, cambio).

Son parte del tema NÚMEROS Y SISTEMAS DE NUMERACIÓN. En cambio los contenidos:

- Análisis de la información que se registra al resolver problemas de suma o resta.
- Expresión simbólica de las acciones realizadas al resolver problemas de suma o resta, sumando los signos +, -, =.

Forman parte del tema PROBLEMAS ADITIVOS. Así también, que los cuatro contenidos se ubican en el eje **SN-PA**.

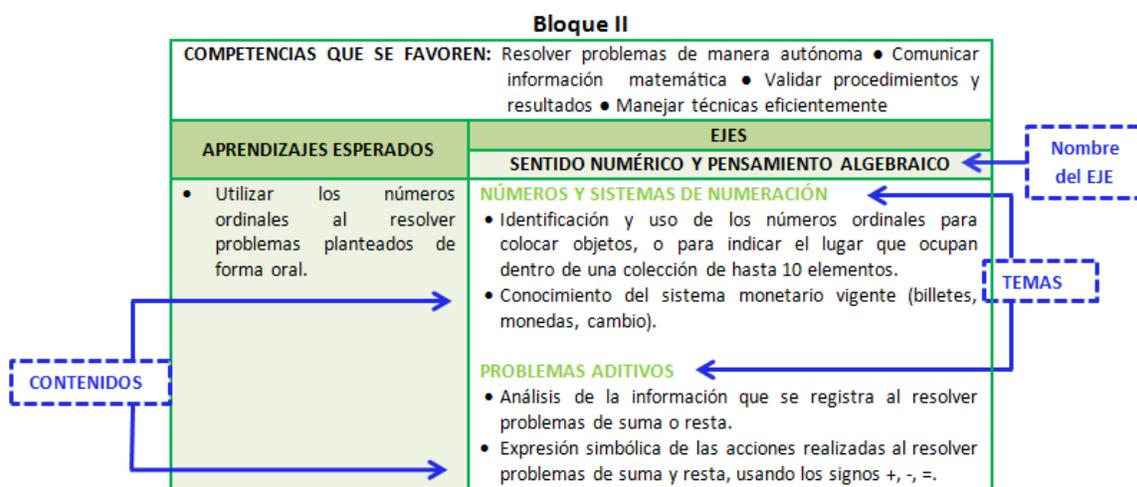


Figura 4.4. Ejemplo de contenidos por tema del eje SN-PA en el Programa de Matemáticas 1

El segundo de los contenidos del tema *Números y sistemas de numeración* en este ejemplo, es objeto de estudio en el Desafío No. 22, el cual comprende desde la perspectiva de cómo se concibe a la tarea, cuatro tareas. Si se analiza el LMA, se observa que no se les da a conocer el Contenido matemático (ver **inciso a** en figura 4.5).

Por consiguiente, del análisis tanto al LMP como del LMA, se determinó el número de tareas por Desafío, y la intención didáctica de cada uno, como se evidencia en el Desafío 22 del LMA (incisos a y b en figura 4.5).

La figura 4.5 del **inciso b** por ejemplo, remite a una de las orientaciones didácticas que se dan al profesor en el LMP, en términos de **intención didáctica**, para el desarrollo de competencias articuladas al **contenido matemático** que implica el conocimiento del sistema monetario vigente (billetes, monedas, cambio). Las que se espera se desarrollen mediante cuatro tareas (véase inciso b).

22 ¿Cuánto cambio queda?

ABARROTES

Consigna.
En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Juan fue a comprar un kilo de azúcar que cuesta \$12 y su mamá le dio un billete de \$20 para pagar. ¿Cuánto debe recibir de cambio?
2. Si además del azúcar compra un chocolate que cuesta \$3, ¿cuánto dinero debe regresar de cambio a su mamá?
3. Otro día, Juan fue a comprar un refresco que costó \$17 y un kilo de tortillas que costó \$11. Llevaba un billete de \$20 y una moneda de \$10. ¿Le alcanzó para pagar?

¿Cuánto le sobró o cuánto le faltó?
4. Una persona que estaba en la tienda compró un garrafón de agua que costó \$27 y medio kilo de jamón que costó \$33. Pagó con un billete de \$100 y le dieron \$30 de cambio. ¿Le dieron el cambio correcto?

¿Por qué?

44 | Desafíos

22 ¿Cuánto cambio queda?

Intención didáctica
Que los alumnos identifiquen el valor de las monedas y billetes, al resolver problemas aditivos.

22 ¿Cuánto cambio queda?

ABARROTES

Consigna.
En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Juan fue a comprar un kilo de azúcar que cuesta \$12 y su mamá le dio un billete de \$20 para pagar. ¿Cuánto debe recibir de cambio?
2. Si además del azúcar compra un chocolate que cuesta \$3, ¿cuánto dinero debe regresar de cambio a su mamá?
3. Otro día, Juan fue a comprar un refresco que costó \$17 y un kilo de tortillas que costó \$11. Llevaba un billete de \$20 y una moneda de \$10. ¿Le alcanzó para pagar?

¿Cuánto le sobró o cuánto le faltó?
4. Una persona que estaba en la tienda compró un garrafón de agua que costó \$27 y medio kilo de jamón que costó \$33. Pagó con un billete de \$100 y le dieron \$30 de cambio. ¿Le dieron el cambio correcto?

¿Por qué?

44 | Desafíos

Contenido
Conocimiento del sistema monetario vigente (billetes, monedas, cambio).

Primer grado | 65

a)

b)

Figura 4.5. Desafío Matemático presente en el LMP así como en el LMA

Sobre la base del análisis del LMP y el PMP, se reconoció qué Desafíos o lecciones del LMA, se articulan al eje SN-PA. Estas lecciones fueron el objeto de nuestro análisis, a fin de determinar qué tareas son las que promueven el Pensamiento Algebraico Temprano en ese grado.

4.3 Tareas del libro de Matemáticas de primer grado

Del análisis al LMA de primer grado, en correspondencia con el LMP, se reconoce que se plantean 57 Desafíos, 87 Consignas y 125 Tareas. De ellos, corresponden al eje SN-PA: 51 Desafíos, 79 Consignas y 117 tareas, tal como se muestra en la tabla siguiente:

Tabla 4.1
Desafíos, consignas y tareas de los cinco bloques

	Ejes	
	SN-PA FE y M	SN-PA
Desafíos	57	51
Consignas	87	79
Tareas	125	117

De las 117 tareas del eje SN-PA, en 68 (58%) de ellas se reconoce el componente algebraico, en su mayoría de forma explícita. Curricularmente, se sitúan en los temas NÚMEROS Y SISTEMAS DE NUMERACIÓN y en PROBLEMAS ADITIVOS. En el primer tema se encontró un total de 51 tareas. Del segundo tema, 17 tareas. El resto de las tareas, 49 (42%), quedan a nivel comprensión del enunciado de una situación y del desarrollo de habilidades del cálculo de sumas y restas. Este tipo de tareas, en general, se plantean en el marco de una situación cercana al contexto de los estudiantes.

El análisis consideró si está implícito o explícito el componente algebraico, cuando se reconocen las palabras claves que se enfatizan en el LMP, dichas palabras claves se señalan en el marco analítico para reconocer una tarea que involucra el pensamiento algebraico temprano. En general, se reconocen cuatro tipos de componentes algebraicos en las tareas del eje SN-PA, del LMA de primer año de primaria: la relación de equivalencia, la relación de desigualdad, patrones numéricos y la estructura de la ecuación.

a) Tareas que promueven el Desarrollo Algebraico Temprano en el LMA de primer grado

En las 68 tareas del LMA de primer año asociada al pensamiento algebraico temprano, se reconoce al componente algebraico de modo explícito y/o implícito. De ellas, 30 se ubican en la categoría RAS, 29 en RBR, y; 9 tanto en RAS como en RC-D. El estudio revela además, que desde primer grado se promueven formas de razonamiento que involucran a la estructura de la ecuación (como puede ver en la tabla 4.2), en tareas relativas al valor faltante en un contexto de la gran idea equivalencia.

Siguiendo las grandes ideas matemáticas de Blanton y colaboradores (2015) y la categoría de tareas de Demosthenous y Stylianides (2014), se aislaron cinco tipos de componentes en las tareas del eje SN-PA del LMA de primer año de primaria (Cabañas-Sánchez, et al., 2017): 1) Equivalencia, 2) Desigualdad, 3) Patrones, 4) Sucesiones (numéricas y geométricas), y; 5) Estructura de la ecuación. Las sucesiones, en su mayoría numéricas, remiten al estudio de patrones.

La gran idea equivalencia y la desigualdad, se reconoce en tareas tipo RAS, la equivalencia y la estructura de la ecuación en las de tipo RAS y RC-D, y aquellas que refieren al desarrollo del pensamiento funcional, en las de tipo RBR, que se introduce mediante el estudio de patrones en sucesiones.

Tabla 4.2
Distribución por porcentaje de las tres categorías de tareas relacionadas con el álgebra y las grandes ideas matemáticas

Categoría (s)	Ideas Matemáticas	No. Tareas	%
RAS	Equivalencia	29	43%
	Desigualdad	1	1%
RAS RC-D	Equivalencia y estructura de la ecuación	9	13%
RBR	Pensamiento funcional (Patrones numéricos y geométricos, sucesiones)	29	43%
Total		68	100%

a.1.) Tareas tipo RAS

En el contexto de las ideas de Blanton y colaboradores (2015), por el tipo de razonamiento inmerso en la solución de tareas tipo RAS del LMA, se articulan de modo explícito al concepto *equivalencia*, y de modo implícito al de *desigualdad*. En tareas referidas a la gran idea **equivalencia**, el razonamiento incluye a la descomposición aditiva en sumandos de un dígito, en números de dos cifras hasta números de tres cifras y el componente **desigualdad** como relaciones entre dos o más cantidades expresadas de forma verbal al identificar el significado de “mayor que” y “menor que” articulada a la propiedad de transitividad.

a.2.) Tareas tipo RBR

Es mediante este tipo de tareas, que se inicia con el desarrollo del **pensamiento funcional**, mientras se ubica a los estudiantes a reconocer **patrones numéricos**. Las exigencias de este tipo de tarea, ubican al estudiante a reconocer el comportamiento de los patrones numéricos, para luego articularlos con el lenguaje verbal o escrito, y es en grados posteriores, que se formalizan, al involucrar patrones recursivos con progresiones aritméticas y geométricas.

a.3.) Tareas tipo RAS y RC-D

El análisis reporta que en primer grado de primaria, las tareas tipo RC-D aparecen articuladas a problemas de valor faltante, y que además, involucran a la relación de **equivalencia**. Por el tipo de razonamiento que implica su solución, aparece implícita y/o explícita la estructura de una **ecuación**. Desde el punto de vista didáctico, el planteamiento de este tipo de tareas en el LMA de los primeros grados de primaria, hacen uso de representaciones figurales o dibujos en su mayoría. Estos dibujos, generalmente aluden a los personajes o cosas a los que refieren las condiciones iniciales de las tareas. Ejemplo de ello, es la tarea del Desafío 23, que trata de que los estudiantes contesten una pregunta con base en la información que dan los dibujos.

b) Ejemplo de tareas que promueven el pensamiento algebraico temprano

b.1) La relación de equivalencia en tareas tipo RAS

La relación de equivalencia aparece en 29 tareas de la categoría tipo RAS, de modo **explícito**. De ellas, 19 corresponden al tema *números y sistemas de numeración*, el resto (10), al tema *problemas aditivos*. Estas tareas están planteadas en contextos diversos, en

los Desafíos siguientes: 1, 19, 20, 22, 34, 40, 41, 43, 44, 45, 48, 49, 52, 53, 54 y 55. El número de tareas por desafío oscila entre uno y cuatro. Este tipo de tareas promueven además, la comprensión del signo igual “=”.

El *Desafío 1*, contiene dos tareas. El contexto, es una situación que ubica al estudiante a comparar colecciones pequeñas de cosas o personas, con base en su cardinalidad, a fin de que determinen si contiene igual número de elementos. De estas tareas, sólo en una se reconoce al componente algebraico, de modo **explícito**, a través de la consigna 1 (véase figura 4.6).

En grupo, contesten las siguientes preguntas con base en la imagen.

- En este salón, ¿la cantidad de niñas es igual a la de niños?
- ¿La cantidad de pupitres es igual a la cantidad de alumnos?
- ¿La cantidad de libros es igual a la cantidad de alumnos?

The illustration shows a classroom with several children. In the background, three children are standing near a bookshelf filled with books. In the foreground, there are several desks and chairs. Some children are sitting at desks, while others are standing or sitting on the floor. The scene is designed to provide a context for counting and comparing different groups of objects and people.

Figura 4.6. Relación de equivalencia entre colecciones de objetos

En los *Desafíos 19* y *20* se plantea una tarea, en el *22*, cuatro. El contexto, son situaciones que involucran a la **descomposición aditiva**, mientras comparan conjuntos de cantidades de dinero mediante diversas estrategias (*Desafío 19*), o analizan distintas expresiones que representan una misma cantidad (*Desafío 20*), o bien, identifican el valor de las monedas y billetes al resolver problemas aditivos (*Desafío 22*).

En las tareas de estos tres desafíos se reconoce al componente algebraico (ver ejemplo en figuras de incisos a) y b) de figuras 4.7).

De manera individual, resuelve los siguientes problemas.

Pedro y Guadalupe vendieron paletas en su escuela durante cuatro semanas. Querían juntar dinero para comprarle un regalo a su abuelita. Registra quién de los dos juntó más dinero cada semana.

Primera semana	Segunda semana
 Pedro	 Pedro
 Guadalupe	 Guadalupe
¿Quién juntó más dinero? _____	¿Quién juntó menos dinero? _____

Tercera semana	Cuarta semana
 Guadalupe	 Guadalupe
 Pedro	 Pedro
¿Quién juntó más dinero? _____	¿Quién juntó menos dinero? _____

Recorten las monedas y billetes de la página 129 y, en equipos, sigan las indicaciones a continuación.

- Cada equipo elige un juguete de los que aparecen en la ilustración.
- Después, cada integrante del equipo toma los billetes y las monedas que necesita para pagarlo.
- Entre todos revisen si los billetes y las monedas que eligieron, efectivamente, alcanzan para pagar el juguete.



Contesta las preguntas.

¿Qué compraste?

¿Cuánto costó?

¿Cuáles monedas y billetes usaste para pagar?

a)

b)

Figura 4.7. Relación de equivalencia en una descomposición aditiva (LMA, pp. 41-42)

b.2) La desigualdad en tareas tipo RAS

La gran idea **desigualdad** aparece **implícita** en la tarea del desafío 21 del LMA. El contexto, es la comparación de cantidades de dinero en monedas y billetes de denominaciones diferentes, representados por medio de dibujos. La relación de desigualdad aparece **implícita** de comparar cuatro grupos de cantidades de dinero que resultan de contar billetes y monedas (véase figura 4.8). Se comparan los dineros del grupo A con B, La mayor de estas con C y finalmente la mayor de estas con D que involucra una **relación de transitividad**.

En cada una de las tareas que involucra el componente algebraico encontrado en el LME con apoyo del LMP, se identifica una relación de equivalencia y desigualdad en la categoría tipo RAS, codificado como **explícito** e **implícito**. En las tareas se reconoce la

descomposición aditiva en cantidades que involucran dígitos en el conteo de los números del 1 al 9 y progresivamente van cambiando donde intervienen números de dos dígitos hasta llegar a las cantidades con tres números; en estos casos el razonamiento involucrado trata sobre la descomposición de dichas cantidades y en el caso de la tarea relacionada a la desigualdad implica una comparación de grupos de cantidades de dinero. En la tabla 4.3, muestra un concentrado de las tareas identificadas en la categoría tipo RAS.

En parejas, usen las monedas y los billetes del material recortable de la página 127 para resolver los siguientes problemas.

En una escuela, los cuatro grupos de primer grado hicieron una colecta entre los alumnos para comprar un paquete de 3 libros de cuentos que cuesta \$85.

¿Cuál grupo recolectó más dinero?

Peguen en su cuaderno las monedas y los billetes que se necesitan en cada grupo para completar \$85 y comprar los 3 libros.

¿A qué grupo le faltaba más dinero?

¿A qué grupo le faltaba menos dinero?

Grupo 1º A



Grupo 1º B



Grupo 1º C



Grupo 1º D



Figura 4.8. Relación de desigualdad en la comparación de cantidades de dinero

En las tareas que se plantean en el LMA se reconoce que se pueden plantear al dar un sentido algebraico al signo “igual” al expresarla como una relación de “equivalencia” articulada en el análisis a la descomposición aditiva en la mayoría de las tareas que involucra a la categoría tipo RAS.

Tabla 4.3
Resumen de tareas identificadas en el libro LMA de primer grado de primaria en la categoría RAS

Tareas tipo RAS/cantidad

EEED Equivalencia	EEED Expresión	EEED Ecuación	EEED Desigualdad
29	0	0	1

b.3) Patrones en tareas tipo RBR

El **pensamiento funcional** se ha conceptualizado ampliamente, para incorporar la construcción y la generalización de patrones y relaciones utilizando diversas herramientas lingüísticas y representacionales y el tratamiento de relaciones generalizadas o funciones que resultan como objetos matemáticos útiles por derecho propio (Blanton & Kaput, 2011). Como sostienen los Principios y Normas del NCTM (2000, p.37), los niños en los grados elementales deben ser capaces de comprender patrones, relaciones y funciones.

La literatura sobre el pensamiento funcional nos ofrece una variedad de puntos de vista y en el presente trabajo se reconoce el propuesto en (Blanton, et al, 2015), a continuación se define:

El **pensamiento funcional** es el proceso de construir, describir y razonar con y sobre las funciones. Puede servir como punto de entrada importante en el álgebra porque implica la generalización de relaciones entre cantidades; representando esas relaciones, o funciones, de múltiples maneras usando lenguaje natural, notación algebraica formal, tablas y gráficos; y razonar con fluidez con estas representaciones con el fin de interpretar y predecir el comportamiento de la función (Blanton, et al, 2015).

En este trabajo se analizan las tareas que plantea el LMA de primaria para encontrar **patrones numéricos** e identificar el desarrollo del pensamiento funcional relacionado con el razonamiento y las habilidades aritméticas verbales y no verbales, incluyendo el conteo, la comprensión numérica, cálculo y resolución de problemas.

El **pensamiento funcional** que involucra patrones numéricos aparece en 29 tareas de la categoría tipo RBR, de modo **explícito**. Todas las tareas se encontraron en el tema *números y sistemas de numeración*. Estas tareas se plantean en diversos contextos, en los Desafíos siguientes: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 30, 31, 32 y 40.

En el Desafío 4 se plantea cuatro tareas, en el 5, dos. El contexto, son situaciones que involucra la expresión oral de la sucesión numérica ascendente (Desafío 4) y descendente (Desafío 5), a partir de diferentes números.

En las tareas de ambos Desafíos se reconoce el componente algebraico (ver ejemplo en figuras de inciso a) y b) de figuras 4.9).

Consigna 1
En grupo, canten "La gallina papanatas".

La gallina papanatas
puso un huevo en la canasta
puso dos
puso tres
puso cuatro
puso cinco
puso seis
puso siete
puso ocho
puso nueve
puso diez
¿quieres que te cuente otra vez?



Consigna 2
En grupo, canten "La gallina papanatas" a partir del número que diga el profesor o un compañero. Por ejemplo:

La gallina papanatas
puso tres huevos en la canasta
puso cuatro
puso cinco
puso seis
puso siete
puso ocho
puso nueve
puso diez
¿quieres que te cuente otra vez?



a)

Consigna 1
En grupo, canten "Los diez perritos".

Yo tenía diez perritos, uno se lo llevó Irene, ya nomás me quedan nueve.	De los cuatro que quedaban, uno se fue con Andrés, ya nomás me quedan tres.
De los nueve que quedaban, uno se lo di al jarocho, ya nomás me quedan ocho.	De los tres que me quedaban, uno se enfermó de tos, ya nomás me quedan dos.
De los ocho que quedaban, uno se fue con Vicente, ya nomás me quedan siete.	De los dos que me quedaban, uno se quedó con Bruno, ya nomás me queda uno.
De los siete que quedaban, uno se lo di a Moisés, ya nomás me quedan seis.	Este uno que quedaba, se lo llevé mi cuñada y ya no me queda nada.
De los seis que me quedaban, uno se fue para un circo, ya nomás me quedan cinco.	Cuando ya no tenía nada, la perra estaba cargada y ahora ya tengo otros diez.
De los cinco que quedaban, uno se quedó en el teatro, ya nomás me quedan cuatro.	



b)

Figura 4.9. Pensamiento funcional en patrones numéricos (LMA, pp. 13-15)

En el Desafío 6 se plantea dos tareas, pero sólo en una tarea se reconoce el componente algebraico. En el 7 se plantea dos tarea, en el 8, dos y en el 9 tres tareas, donde se reconoce el componente algebraico de modo **explícito**. El contexto, son situaciones que involucra la escritura de la sucesión numérica hasta el 30, mientras forman sucesiones numéricas de uno en uno en tablas (Desafío 6), o bien descubran algunas regularidades en la sucesión al completar una tabla (Desafío 7), o utilicen diferentes estrategias para contar y registrar colecciones con objetos (Desafío 8), o practiquen y exploren la escritura de números mayores en tablas (Desafío 9). El componente algebraico que involucra a las 6 tareas se identifica patrones numéricos, donde el estudiante tiene que reconocer las regularidades de una sucesión escrita.

Consigna 2
Utilicen las piezas del material recortable de la página 139 para reproducir el siguiente modelo.

Continúen haciendo el modelo hasta que se usen todas las piezas.

a)

Consigna
En equipos, construyan un modelo con el material recortable de la página 137.

1. Dibujen su modelo en la cuadrícula.

2. Peguen los modelos en alguna de las paredes del salón.
3. Comenten en grupo las características de cada uno de ellos.

b)

Figura 4.11. Pensamiento funcional en patrones numéricos (LMA, pp. 26-28)

En la categoría tipo RBR, se reconoce las tareas que involucra el componente algebraico **pensamiento funcional** en la identificación de patrones numéricos, donde se expresa de forma verbal hasta llegar a la forma escrita y a su vez la representación con dibujos geométricos en una sucesión numérica, así como como en tablas donde se presenta la secuencia numérica y en el planteamiento de juegos. En las tareas que se especifican para primer grado se identifica que inician la sucesión numérica planteando los números del 1 al 10, cambiando el grado de dificultad al plantearles la secuencia del 1 al 30 y finalmente a identificar las sucesiones donde se incluye al cero hasta el número 100. En la tabla 4.6, se muestra el concentrado de las tareas identificadas en el libro de texto de primer grado en las que involucra al pensamiento funcional.

Tabla 4.4

Resumen de tareas identificadas en el libro LMA de primer grado de primaria en la categoría RBR

Tareas tipo RBR/cantidad		
PF Patrones numéricos Sucesiones	PF Patrón Recursivo	PF Relación Covariacional
29	0	0

b.4) La relación de equivalencia y la estructura de una ecuación en tareas tipo RAS y RC-D

La **estructura de una ecuación** aparece en 9 tareas de la categoría tipo RC-D, de modo **implícito** y/o **explícito** e involucra a problemas de valor faltante. De ellas, 2 corresponden al tema *números y sistemas de numeración*, el resto (7), al tema *problemas aditivos*. Estas tareas están planteadas en contextos diversos, en los Desafíos siguientes: 3, 12, 13, 14, 23, 33 y 47. El número de tareas por desafío oscila entre uno y dos. Este tipo de tareas promueven además, la comprensión del signo igual “=” en una relación de **equivalencia** de modo **explícito**.

El Desafío 3 contiene dos tareas. El contexto, es una situación que ubica al estudiante a comparar colecciones pequeñas, con base en su cardinalidad, a fin de que comparen y completen colecciones para que éstas tengan la misma cantidad de elementos. De estas tareas, sólo una involucra el componente algebraico, de modo **explícito**, a través de la consigna 2 (véase figura 4.12), en términos de “lo que falta”. Por la forma de razonamiento que se espera realice el estudiante en el proceso de resolución de esta tarea, refiere de modo implícito a la **estructura de una ecuación**, al reconocerla como una situación de valor faltante. También se puede observar una relación de **equivalencia** al indicar en la tarea que en ambas partes de la ficha sean iguales y también se reconoce la propiedad del **neutro aditivo** para el caso de la primera ficha y la última.



Figura 4.12. Estructura de una ecuación en problemas de valor faltante (LMA, pp. 12)

El Desafío 23 contiene una tarea. El componente algebraico se reconoce la estructura de una ecuación que involucra el valor faltante, implicando un razonamiento sobre cantidades desconocidas como se muestra en la figura 4.13 (Bloque II). El componente algebraico se presenta de modo **implícito**, al no identificar palabras claves relevantes en el LMP. También se reconoce una relación de equivalencia expresada de forma **explícita**.



Figura 4.13. Estructura de una ecuación en problemas de valor faltante (LMA, pp. 45)

En la categoría tipo RC-D las tareas involucran el componente algebraico en la **estructura** de la gran idea **ecuación** al identificarse como tareas de “valor faltante” y aparece de modo **implícito** y/o **explícito**. Como se trata del libro de primer año el valor faltante se expresa en dibujos o figuras, al igual que en objetos y en algunos juegos. En las tareas que se plantean en el libro de texto ubicado en la categoría tipo RAS y RC-D, el signo “igual” se articula una relación de “equivalencia”, siendo indispensable para entender el significado de una ecuación y así contribuir al conocimiento algebraico (Castro, 2012).

La tabla 4.5 presenta el total de tareas reconocidas en la categoría de RC-D implicando el componente algebraico que involucra la estructura de una ecuación.

Tabla 4.5
Resumen de tareas identificadas en el libro LMA de primer grado de primaria categoría en la RC-D.

Tareas tipo RC-D/cantidad		
EEED Equivalencia	EEED Equivalencia/Ecuación	EEED Ecuación
0	9	0

La Tabla 4.6 muestra el porcentaje (%) de las tareas categorizados con el componente algebraico que en este trabajo fueron explícitamente identificadas como tales en el LMP, mientras que el porcentaje (%) restante fueron identificadas como implícitamente. Para las tareas identificadas como implícitas, no se reconoció las palabras claves o comentarios pertinentes en el LMP. Un pequeño porcentaje lo conforman las tareas que involucran ambos códigos.

Tabla 4.6

Porcentaje de tareas relacionadas con el pensamiento algebraico temprano explícitamente e implícitamente identificadas en primer grado

Tipo de código/Tareas	Primer grado	%
Explícitamente identificado	n = 61	89.70%
Implícitamente identificado	n = 2	2.94%
Explícito/Implícito	n = 5	7.35%
Total	68	100%

Capítulo 5

Conclusiones

5.1. Introducción

El objetivo de este trabajo consistió en analizar las tareas del libro que potencian el desarrollo del pensamiento algebraico temprano en primaria, a fin de caracterizarlas. En particular, las referidas al libro de texto Desafíos Matemáticos de primer grado para el alumno, que distribuye de manera gratuita la SEP. De ahí que las tareas se constituyeran en nuestra unidad de análisis. Para llevar adelante este trabajo, se eligió un marco analítico *ad hoc* a este tipo de estudios, así también, una metodología específica para el análisis de contenidos de cualquier tipo. Esta metodología, orientó el trabajo previo a la obtención de los datos, así como su análisis.

5.2. El Análisis de Contenido como metodología en la revisión de libros de texto

La Metodología en que se sustenta el estudio, es la del Análisis de Contenido de Bernete (2013), que consta de tres fases: a) Trabajo previo a la obtención de los datos, b) Extracción de los datos, y; c) Explotación de los datos. Se desarrollaron como sigue:

Fase 1: Trabajo previo a la obtención de los datos. Esta fase consistió en delimitar el problema de investigación, el objetivo, la selección de los materiales a examinar para el logro del objetivo, el establecer códigos para reconocer el componente algebraico y se delimitaron las categorías para caracterizar las tareas objeto de estudio.

a) *Documentos analizados:* Se examinó el libro de *Matemáticas* del alumno (LMA) de primer grado para el alumno (SEP, 2014a), *Libro de Matemáticas para el Profesor* (LMP) de primer grado (SEP, 2014b) y el programa de enseñanza de matemáticas de primer grado (SEP, 2011b).

b) *Conceptos pedagógicos básicos*.

En el marco de los documentos revisados, se reconocen cuatro conceptos básicos: a) *Desafíos matemáticos*, b) *consignas* o problemas y; c) *Tareas*.

c) *Códigos*: El componente algebraico se identificó mediante: palabras y/o símbolos claves y/o de algunas estructuras algebraicas. Estos elementos, se codificaron, según se presentaron o se reconocieron en el LMP, ya sea de manera explícita (código 01) o bien implícita (código 02).

Código	Descriptor
01: Código explícito	Este código se estableció para reconocer palabras clave y/o símbolos relevantes como: símbolo /pensamiento / representaciones / ecuaciones, generalización algebraica / verbal / simbólico, encontrar la regla / fórmula, números generales, investigación de las relaciones entre números o correspondencia entre cosas / cantidades, patrones, sucesiones, funciones, propiedades y relaciones aritméticas, formar y resolver ecuaciones, encontrar la incógnita o buscar la cantidad que falta (valor faltante), resolución de problemas.
02: Código implícito	Se estableció este código a fin de reconocer el componente algebraico, de modo implícito ya sea desde la intención didáctica, del contenido (en el LMP) y/o desde las tareas de los LMA. Ello, porque en el proceso de solución de determinadas tareas, la forma de razonamiento a desarrollar por los estudiantes, se articula de manera implícita a determinadas estructuras matemáticas (por ejemplo: ecuación, desigualdad) o bien a significados como el del signo igual. Es así como desde el LMP, se estableció una conexión con el LMA.

Fase 2. Extracción de los datos. Refiere a la identificación y registro de las tareas de los Desafíos del libro LMA potencian el pensamiento algebraico temprano con base en el componente algebraico. En razón de que el Pensamiento algebraico temprano se desarrolla de manera transversal en la escuela primaria, a través de los contenidos matemáticos de los tres ejes en que pedagógicamente están organizados, se tomaron en consideración las que se ubican en el eje SN-PA.

Para reconocer con precisión qué tareas se ubican en este eje, así como la intención didáctica, el análisis tomó como base tres documentos oficiales, apegados al currículum de la escuela primaria: a) el programa de matemáticas de primer grado, b) el LMP, y; c) el LMA. Esta fase se apoyó de fichas de registro, para organizar los datos a partir de las categorías, las grandes ideas matemáticas y los códigos establecidos.

Fase 3. Explotación de los datos: interpretación de resultados. Esta etapa se centró en el análisis propiamente dicho, porque se inicia el proceso de identificación y representación de pautas relevantes en los resultados; se da el paso a la interpretación recurriendo al marco teórico que se considere adecuado al efecto y con el cual se plantea el diseño del análisis.

5.3. Análisis del libro de Matemáticas de primer grado

a). Tareas del libro de Matemáticas de primer grado

El análisis al libro LMA primer grado en correspondencia con el LMP y el programa de enseñanza de matemáticas, evidencia que en total se plantean 125 tareas (Cabañas-Sánchez et al., 2017). De ellas, 117 corresponden a contenidos del eje SN-PA. De las 117 tareas, 68 (58%) se articulan al desarrollo del pensamiento algebraico temprano. En una mayoría, el componente algebraico se reconoce de forma explícita, en términos del descriptor.

Tabla 5.1
Desafíos, consignas y tareas de los 5 bloques

	Ejes	
	FE-M SN-PA	SN –PA
Desafíos	57	51
Consignas	87	79
Tareas	125	117

Las tareas se ubican en dos temas curriculares: a) *Números y sistemas de numeración*, y; b) en *problemas aditivos*. El resto, quedan a nivel comprensión del enunciado de una situación y del desarrollo de habilidades del cálculo de sumas y restas. Este tipo de tareas, en general, se plantean en el marco de una situación cercana al contexto de los estudiantes.

b). Caracterización de las tareas del libro de Matemáticas de primer grado

De las 68 tareas en las que se reconoce un componente algebraico elemental el análisis evidencia que el 44.1% se enfoca a potenciar que los estudiantes desarrollen una comprensión relacional del signo igual, mientras comparan cantidades de personas y de objetos, en una imagen. En este tipo de tareas, aunque en menor cantidad, se reconoce que el 11.8% involucran de modo implícito, a la estructura de la ecuación, por la forma de

razonamiento que se espera desarrollen los estudiantes en el proceso de solución y el 1.5%, el componente algebraico implica a la desigualdad. El 42.6% por su parte, involucra el reconocimiento de patrones numéricos al tiempo que analizan regularidades al completar sucesiones y/o expresarlas verbalmente, ya sea en orden ascendente o descendente.

Tabla No. 5.2
Tareas/Categorías/Ideas Matemáticas

Categoría (s)	Ideas Matemáticas	No. Tareas	%
RAS	Equivalencia	29	44.1%
	Desigualdad	1	1.5%
RAS RC-D	Equivalencia y estructura de la ecuación	9	11.8%
RBR	Pensamiento funcional (Patrones numéricos y Sucesiones)	29	42.6%
Total		68	100%

La relación de equivalencia en tareas tipo RAS, suele referir a situaciones que implican la descomposición aditiva entre cantidades y es así como se reconoce la comprensión del significado del signo “=”.

Siguiendo las grandes ideas matemáticas de Blanton y colaboradores (2015) y la categoría de tareas de Demosthenous y Stylianides (2014), se aislaron cuatro tipos de componentes en las tareas del eje SN-PA del LMA de primer año de primaria: la relación de equivalencia, la relación de desigualdad, patrones numéricos y la estructura de la ecuación.

b.1.) Tareas tipo RAS

Por el tipo de razonamiento inmerso en el proceso de solución de tareas tipo RAS del LMA, se vinculan de modo explícito con la relación de *equivalencia*, y de modo implícito, a la de *desigualdad*. En tareas de **equivalencia**, el razonamiento implica la comprensión del significado del signo igual, en situaciones que involucra a la descomposición aditiva (véase tabla No. 5.3) en sumandos de un dígito, en números de dos cifras hasta números de tres cifras.

Tabla No. 5.3

Tarea tipo RAS/Equivalencia en situaciones que implican la descomposición aditiva.

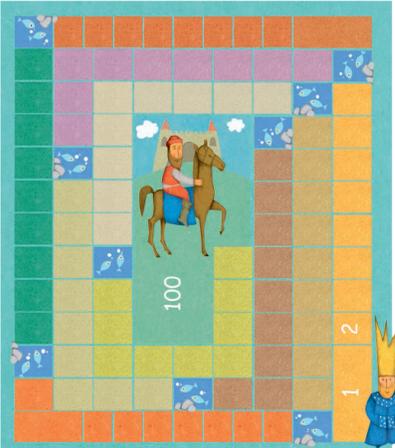
TAREAS QUE INVOLUCRAN IDEAS ALGEBRAICAS	CATEGORÍAS	CÓDIGO/IDEAS MATEMÁTICAS	DESCRIPCIÓN
<p>Desafío 34. En equipos hagan lo que se indica.</p> <p>1. Encuentren todas las sumas diferentes con dos números que den como resultado 15.</p>  <p>Reúnanse con otro equipo y revisen sus sumas y restas. Ahora compartan las suyas con el resto del grupo. Pueden completar su trabajo anotando las sumas o restas que no hayan tomado en cuenta.</p>	<p>RAS</p>	<p>02: Equivalencia</p>	<p>- Comprensión del significado del signo “=” mientras expresan de diferentes maneras, una relación de equivalencia entre dos cantidades, en situaciones que involucran una descomposición aditiva.</p>

El contexto de la relación de desigualdad es la comparación de cantidades de dinero en monedas y billetes de denominaciones diferentes, representados por medio de dibujos. Aparece **implícita** mientras se comparan cuatro grupos de cantidades de dinero que resultan de contar billetes y monedas. Se comparan los dineros del grupo A con B, La mayor de estas con C y finalmente la mayor de estas con D, lo que refiere a una relación de **transitividad**.

b.2.) Tareas tipo RBR

Con tareas de este tipo se inicia el desarrollo del **pensamiento funcional**, mientras se ubica a los estudiantes a reconocer **patrones numéricos** en sucesiones de tipo numérico. Las exigencias en esta clase de tarea, sitúan al estudiante a reconocer el comportamiento de los patrones numéricos, para luego articularlos con el lenguaje verbal o escrito, y es en grados posteriores, que se formalizan, al involucrar patrones recursivos con progresiones aritméticas y geométricas. Ejemplo de tarea que involucra el PF (véase tabla No. 5.4).

Tabla No. 5.4
Tarea tipo RBR/Reconocimiento de patrones numéricos

TAREAS QUE INVOLUCRAN IDEAS ALGEBRAICAS	CATEGORÍAS	CÓDIGO/IDEAS MATEMÁTICAS	DESCRIPCIÓN
<p>Desafío 31. Organizados en parejas sigan estas instrucciones y respondan las preguntas. Anoten en el tablero de la página 113 lo que se pide.</p>  <p>1. Escriban de menor a mayor todos los números de dos cifras que inicien con 5. ¿Qué número es el primero de ese grupo? ¿Y cuál es el último?</p>	RBR	01: Pensamiento Funcional que involucra patrones numéricos	<ul style="list-style-type: none"> - Identificación de regularidades de la sucesión numérica del 1 al 100. - Reconocimiento implícito de patrones numéricos (de 1 en 1) al completar sucesiones.

b.3.) Tareas tipo RAS y RC-D

Las tareas tipo RC-D aparecen articuladas a problemas de valor faltante, las que además, refieren a la relación de **equivalencia**. Por el tipo de razonamiento involucrado en el proceso de solución, aparece implícita y/o explícita la estructura de una **ecuación**. Desde el punto de vista didáctico, el planteamiento de este tipo de tareas en el LMA de los primeros grados de primaria, hacen uso de representaciones figurales o dibujos en su mayoría. Estos dibujos, generalmente aluden a los personajes o cosas a los que refieren las condiciones iniciales de las tareas. Ejemplo de ello, es la tarea del Desafío 12 (Véase figura No. 5.5), que trata de flores y mesas, de modo que los dibujos refieren a ellos.

Tabla No. 5.5
Tarea tipo RAS y RC-D/Equivalencia y estructura de la ecuación

TAREAS QUE INVOLUCRAN IDEAS ALGEBRAICAS	CATEGORÍAS	CÓDIGO/IDEAS MATEMÁTICAS	DESCRIPCIÓN
<p>Desafío 12. ¿Cuántos objetos faltan en la mesa verde para que tengas la misma cantidad que en la mesa amarilla? Dibújalos.</p> 	<p>RAS y RC-D</p>	<p>01: Equivalencia 01: Estructura de la ecuación</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comprensión del significado del signo “=” mientras expresan una relación de equivalencia entre dos cantidades de objetos. - Resolución de una tarea relativa al valor faltante, cuyo razonamiento se articula de modo explícito, a la estructura de una ecuación.

5.4. Reflexiones

El libro de texto de matemáticas de primaria, distribuido por la SEP en las escuelas públicas, es común para todos los estudiantes en México. El análisis de los libros de texto de matemáticas proporciona información relevante de los contenidos matemáticos que se abordan por eje temático, así también de aquellos que potencian formas de pensamiento algebraico. El estudio evidencia, que en primer grado de primaria, se privilegia el desarrollo de una comprensión relacional del signo igual, mientras establecen relaciones de equivalencia entre objetos o personas, tal como se afirma en Cabañas-Sánchez y colaboradores (2017). En línea con estos autores, en ese contexto, algunas situaciones implican en el proceso de solución, las formas de razonamiento del estudiante se articulen de manera implícita, a la estructura de la ecuación. Otra forma de potenciar el pensamiento algebraico temprano en este nivel educativo, se establece mediante el reconocimiento de patrones numéricos al completar sucesiones numéricas, en un primer momento se trabaja a nivel de enunciarlos verbalmente ya sea en orden ascendente o bien descendente. En otro momento, se les ubica a trabajar sobre tablas para llegar a generalizar.

Los estudios en México sobre el desarrollo del pensamiento algebraico temprano son incipientes. Los que se han desarrollado hasta ahora, se han centrado en el estudiante. Se requieren investigaciones articuladas a la práctica del profesor de matemáticas de primaria y a su formación. Por cuanto al análisis de los libros de texto de matemáticas de primaria, se requiere un más amplio, que evidencie la trayectoria que sigue el desarrollo del pensamiento algebraico temprano. Así también, estudios que favorezcan en condiciones escolares, esta forma de pensamiento.

Referencias Bibliográficas

- Aké, L.P.; Mojica, J.M.; Ramos, B. (2015). Introducción del pensamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la educación básica en México. *Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen I: Formación Inicial para Primaria*. Editores: Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruíz. República Dominicana.
- Bastable, V., & Schifter, D. (2007). Classroom stories: examples of elementary students engaged in early algebra. In J. Kaput, D. W. Carraher, M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 165–184). Mahwah: Erlbaum.
- Bastable, V., & Schifter, D. (2008). Classroom stories: Examples of elementary students engaged in early algebra. In J. Kaput, D. W. Carraher, M. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 165–184). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Battista, M. T., & Clements, D. H. (2000). Mathematics curriculum development as a scientific endeavor. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 737-760). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bernete, F. (2013) Análisis de contenido. In Lucas Marín, A. y Noboa, A. (coords.): *Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de datos*. Fragua / Fondo de Cultura Universitaria, Madrid / Montevideo, pp. 221-261.
- Blanton, M. & Kaput, J. (2011). Functional Thinking as a Route Into Algebra in the Elementary Grades. In J. Cai, E. Knuth (eds.), *Early Algebraization, Advances in Mathematics Education (5-23)*. Berlin Heidelberg: Springer. doi: 10.1007/978-3-642-17735-4_2.
- Blanton, M.; Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education* 36(5), 412-446.
- Blanton, M.; Levi, L.; Crites, T.; Dougherty, B. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3–5. In R. M. Zbiek (Series Ed.), *Essential understanding series*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Blanton, M.; Stephens, A.; Knuth, E.; Murphy, A.; Isler, I.; Kim, J-S. (2015). The Development of Children's Algebraic Thinking: The Impact of a Comprehensive Early Algebra Intervention in Third Grade. *Journal for Research in Mathematics Education* 46 (1), 39–87.
- Brizuela, B. M., & Schliemann, A. (2003). Fourth graders solving equations. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 2003 joint meeting of PME and PMENA (vol. 2, pp. 137-144)*. Honolulu: University of Hawai'i.
- Brizuela, B. M.; Blanton, M. (2014). El desarrollo del pensamiento algebraico en niños de escolaridad primaria. *Revista de Psicología-Segunda Época (UNLP)*, 14, 37-57.
- Bullejos, J. (1983). Análisis de actividades en textos de física y química en 2º de BUP. *Enseñanza de las Ciencias*. 1(3): 147-157.
- Burgell, F., Ochoviet, C. (2015) Significados del signo de igual y aspectos de su enseñanza. Un estudio realizado con estudiantes de primer año de enseñanza secundaria y sus profesores. *Enseñanza de las Ciencias* 33(3), 77-98.
- Butto, C. & Delgado, J. (2012). *Rutas hacia el álgebra. Actividades en Excel y Logo*. México, DF. Horizontes Educativos. ISBN 978-607-413-137-6.
- Butto, C. & Rojano, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. *Educación Matemática*, 22 (3), 55-86.
- Cabañas-Sánchez, G. (2011). *El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico* (Tesis inédita de doctorado). México: Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav-IPN.
- Cabañas-Sánchez, G.; Salazar, V.; Nolasco-Hesiquio, H. (2017). Tareas que potencian el desarrollo del pensamiento algebraico temprano en libros de texto de matemáticas de primaria. En L. Aké (Ed) en *Pensamiento algebraico en México desde diferentes enfoques* (aceptado para su publicación).
- Carpenter, T. P.; Frankle, M. L.; Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically. Integrating Arithmetic and Algebra in Elementary School*. Portsmouth, NH: Heinemann.

- Carraher, D., Brizuela, B. M., & Schliemann, A. D. (2000). Bringing out the algebraic character of arithmetic: Instantiating variables in addition and subtraction. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th conference of the International Group for the PME (vol. 2, pp. 145-152)*. Hiroshima, Japan: Hiroshima University.
- Carraher, D.W.; Schliemann, A. D.; Brizuela, B. M.; Earnest, D. (2006). Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education, 37* (2), 87–115.
- Castañeda, A. González, R.I. & Molina, J.G. (2014). Secuencia didáctica para el estudio de las funciones a través de la graficación. En G. Buendía, M. Ferrari & G. Martínez-Sierra, (Coords), *Resignificación de funciones para profesores de matemáticas* (pp.13-32).
- Demosthenous, E.; Stylianides, A. (2014). Algebra- Related tasks in primary school textbooks. *Proceedings of the Joint Meeting 2 – 369 of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 2*, pp. 369-376. Vancouver, Canadá.
- Godino, J. D.; Castro, W.F.; Aké, L.; Wilhelmi, M.R. (2012). Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental. *Bolema 26* (42B), 483-511.
- Gómez, E.; Ortiz de Haro, J.J.; Batanero, C.; Contreras, J.M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *UNION 35*, 75-91.
- Gravemeijer, K. (2014). Transforming mathematics education: The role of Textbooks and teachers. In Y. Li, E. A., Silver, & S. Li (Eds.), *Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices* (pp. 153-172). New York, NY: Springer.
- Hurtado, I. (2016). *La noción de conservación del área en los libros de texto de matemáticas. Un análisis de contenido* (Tesis inédita de maestría). Universidad Autónoma de Zacatecas: Unidad Académica de Matemáticas.
- Jiménez, J.D.; Perales, F.J. (2002). La evidencia experimental a través de la imagen de los libros de texto de Física y Química. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias 1* (2), 114-129.

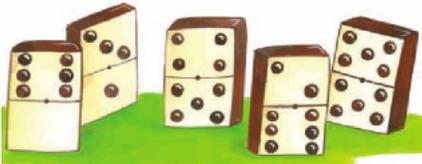
- Jones, K., Bokhove, C., Howson, G., & Fan, L. (Eds.) (2014), *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT 2014)*. Southampton: University of Southampton.
- Kaput, J. (1998). Teaching and Learning a New Algebra. En E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp.133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from a engine of inequity for an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*: National Center of Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science (NCISLA). Dartmouth, MA.
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? En J. Kaput, D. W. Carraher; M. L. Blanton (Eds), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). New York: Routledge.
- Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Kilpatrick, J. (2014). From Clay Tablet to Computer Tablet: The evolution of school mathematics textbooks. In Jones, K., Bokhove, C., Howson, G. & Fan, L. (Eds.) (2014) *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development 2014 (ICMT-2014)* 29-31. University of Southampton, UK.
- McNeil, N.; Grandau, L.; Knuth, E.; Alibali, M.; Stephens, A.; Hattikudur, S.; Krill, E. (2006). Middle-School Students' Understanding of the Equal Sign: The Books They Read Can't Help. *Cognition and instruction* 24 (3), 367-385.
- Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3(3), 135-156.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Kennedy, A. M. y Foy, P. (2007). PIRLS 2006 international report IEA's progress in the international Reading literacy study in primary schools in 40 countries. *International Study Center of Education*. Boston, College.

- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: Author.
- Ortiz de Haro, J.J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. España: Universidad de Granada.
- Pepin, B.; Gueudet, G.; Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM Mathematics Education* 45, 685–698.
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education* 12(1), 1-19.
- Radford, L. (2012). Early algebraic thinking: Epistemological, semiotic, and developmental issues. *ICME-12 Regular Lecture*. Seoul, South Korea. July 8-15, 2012.
- Rodríguez J. (2006). La investigación sobre los libros de texto y materiales curriculares. Primer seminario internacional de textos escolares. Mineduc. Santiago. Disponible en: <http://www.textosescolares.cl/admin/admdocs/biblioteca.php> (Consulta 26-02-2008).
- Salcedo, A. (2015). Análisis de las actividades de estadística propuestas en textos escolares de primaria. *Revista UNIÓN*, 43, 70-87.
- Schliemann, A. D.; Carraher, D.; Brizuela, B. M.; Earnest, D.; Goodrow, A.; Lara-Roth, S.; Peled, I. (2003). Algebra in elementary school. In N. A. Pateman; B. J. Dougherty; J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PME-NA* (vol. 4, pp. 127-134). Honolulu: University of Hawai'i.
- Schliemann, A.D., Carraher, D.W., & Brizuela, B. (2011). *El Carácter Algebraico de la Aritmética: De las ideas de los niños a las actividades en el aula*. Buenos Aires: Paidós.
- SEP (2011a). *Plan de Estudios 2011. Educación Básica*. México.

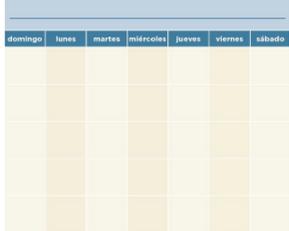
- SEP (2011b). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro, primer grado*. México.
- SEP (2014a). *Desafíos Matemáticos Alumno. Libros de texto de Primaria. Primer grado*. México.
- SEP (2014b). *Desafíos Matemáticos. Libros para el Maestro. Primer grado*. México.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números 77*, 5-34.
- Stylianides, G. (2009). Reasoning-and-Proving in School Mathematics Textbooks. University of Pittsburgh. *Mathematical Thinking and Learning*, 11:4, 258–288, DOI: 10.1080/10986060903253954.
- Valverde, G.; Bianchi, L.; Wolf, R.; Schmidt, Houagn, R. (2002). *According To the Book: Using TIMSS To Investigate The Translation Of Policy Into Practice In The World Of Textbooks*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)* (Tesis inédita de doctorado). Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Villarasa, A. (1992): *Materials curriculares: la reforma del material. Perspectiva escolar*, 161:2-6. España.
- Yerushalmy, M. (2014). Challenging the authoritarian role of textbooks. In Jones, K., Bokhove, C., Howson, G. & Fan, L. (Eds.) (2014) *International Conference on Mathematics Textbook Research and Development 2014 (ICMT-2014)* 29-31. University of Southampton, UK.

ANEXOS

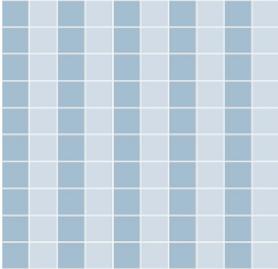
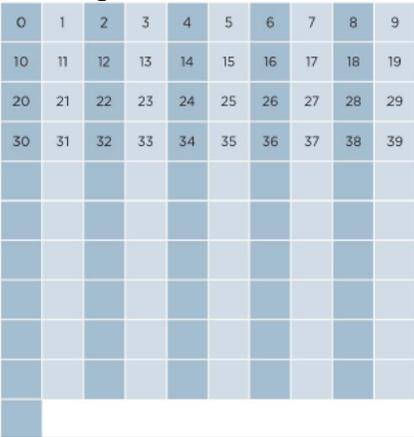
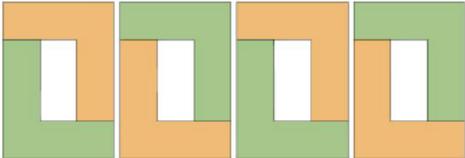
Ficha de registro para DM1

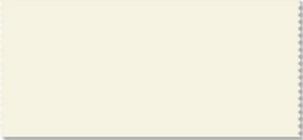
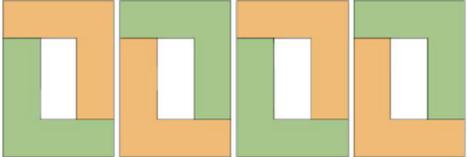
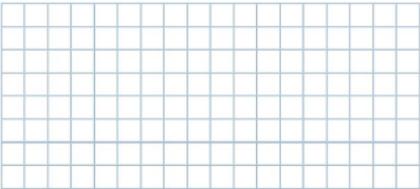
DM1 Libro de texto Desafíos Matemáticos Primer Grado					
Tarea	Código Explícito / Implícito	Evidencia	CATEGORÍAS/COMPONENTES		
			RBR (PF)	RC-D (EEED)	RAS (EEED)
1	01	<p>Desafío 1. En grupo, contesten las siguientes preguntas con base en la imagen:</p>  <p>En este salón, ¿la cantidad de niñas es igual a la cantidad de niños? ¿La cantidad de pupitres es igual a la cantidad de alumnos? ¿La cantidad de libros es igual a la cantidad de alumnos? (SEP, 2014a, p. 10)</p>			Equivalencia
2	01	<p>Desafío 3. Dibuja los puntos que faltan para que las dos partes de cada ficha sean iguales.</p> 	Estructura de una ecuación		Equivalencia, Propiedad Neutro Aditivo
3	01	<p>Desafío 4. En grupo, canten “La gallina papanatas” inician con un huevo y finalizan en diez.</p> 		Patrones Numéricos	

4	01	<p>Desafío 4. En grupo, canten “La gallina papanatas” a partir del número que diga el profesor o un compañero.</p> 		Patrones Numéricos	
5	01	<p>Desafío 4. En grupo, canten “La gallina papanatas”. Comiencen en el número que diga el profesor o un compañero y continúen hasta el número que sepan. No paren en el número 10.</p> 		Patrones Numéricos	
6	01	<p>Desafío 4. En grupo, canten otra vez “La gallina papanatas”. Pongan en un recipiente el número de huevos que van mencionando.</p> 		Patrones Numéricos	
7	01	<p>Desafío 5. En grupo, canten “Los diez perritos”. Iniciando en diez y descendiendo hasta llegar al número uno.</p> 		Patrones Numéricos	
8	01	<p>Desafío 5. En equipos, formen un círculo y pongan 10 objetos en el centro. Mientras retiran uno a uno los objetos, digan en voz alta el número de objetos que siguen dentro del círculo.</p> 		Patrones Numéricos	

9	01	<p>Desafío 6. Trabajen en parejas y respondan lo siguiente en la hoja del calendario. Es importante que los dos tengan las mismas respuestas. Al final completen las fechas.</p> <p>¿Cuál es el nombre del mes? ¿Qué fecha le corresponde al segundo lunes?</p> <p>Escriban las fechas de todos los días de la primera semana completa del mes</p> <p>¿Cuáles son las fechas que les corresponden a todos los miércoles y jueves?</p> <p>Escriban las fechas de los cuatro últimos días del mes</p> <p>¿Qué días de este mes no van a asistir a la escuela?</p> <p>Anota las fechas</p> 		Patrones Numéricos	
10	01	<p>Desafío 7. En equipos, hagan lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> Anoten las fechas que faltan en el calendario  <ol style="list-style-type: none"> Presenten su trabajo al grupo. Comparen las fechas que escribieron con lo que anotaron otros equipos. Expliquen a sus compañeros qué hicieron para saber qué números faltaban. 		Patrones Numéricos	
11	01	<p>Desafío 7. En equipos, sigan estas instrucciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> Encierren en un círculo rojo todas las fechas que empiezan con el número 1, después del 10. Encierren en un círculo azul todas las fechas que empiezan con el número 2, después del 19.  <ol style="list-style-type: none"> Respondan las preguntas. ¿Cuántas fichas quedaron encerradas con círculo rojo? Léanlas en voz alta. ¿Cuántas fichas quedaron encerradas con círculo azul? Léanlas en voz alta. Lean en voz alta las fechas a partir de la que indique el maestro. 		Patrones Numéricos	

12	01	<p>Desafío 8. Organicen equipos de tres integrantes.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El maestro entregará muchos frijoles a cada equipo. 2. Cada integrante del equipo tomará el mayor número de frijoles que pueda con una mano. 3. Cuenten los frijoles que están en su mano para que los registren en la tabla. 4. Repitan el ejercicio cinco veces. Gana quien tenga más frijoles. <table border="1" data-bbox="467 447 989 695"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Nombre</th> <th colspan="5">Número de frijoles</th> </tr> <tr> <th>Primera vez</th> <th>Segunda vez</th> <th>Tercera vez</th> <th>Cuarta vez</th> <th>Quinta vez</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	Nombre	Número de frijoles					Primera vez	Segunda vez	Tercera vez	Cuarta vez	Quinta vez																				Patrones Numéricos	
Nombre	Número de frijoles																																	
	Primera vez	Segunda vez	Tercera vez	Cuarta vez	Quinta vez																													
13	01	<p>Desafío 8. Con su equipo, realicen lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Cada equipo debe tener un tablero del material recortable, página 141, y algunos frijoles. 2. Por turnos, cada alumno lance los dados y ponga en su tablero el número que indiquen ambos dados. Por ejemplo, si cae un 5 y un 4, pone 9 frijoles. 3. Sólo pueden poner un frijol en cada círculo del tablero. 4. Cuando su maestro diga: “Alto”, entre todos contarán los frijoles que cada uno tiene en su tablero. 5. Gana quien haya colocado más frijoles. 		Patrones Numéricos																														
14	01	<p>Desafío 9. En equipos, jueguen a los relevos.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Todos los equipos se colocarán en fila frente al pizarrón. 2. Los primeros de cada fila escribirán una numeración del 1 hasta el número que sepan. 3. Cuando el maestro diga: “El que sigue”, el primer niño que escribió se formará al final de su fila y el que estaba detrás de él seguirá la numeración. 4. Gana el equipo que escriba correctamente la numeración más larga. 		Patrones Numéricos																														

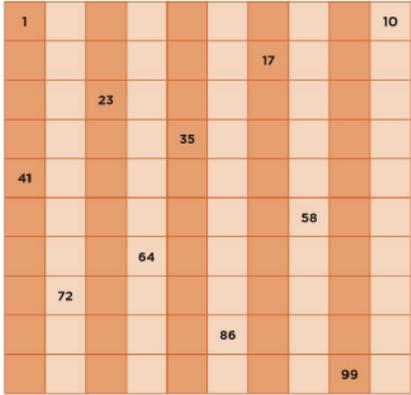
15	01	<p>Desafío 9. De manera individual sigue las instrucciones.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Cuando el maestro lo indique, escribe en la siguiente cuadrícula la sucesión numérica lo más rápido que puedas; empieza con el 1. 2. Cuando el maestro diga la palabra “Alto” deja de escribir.  <ol style="list-style-type: none"> 3. Compara tu sucesión con la de tus compañeros. 4. Gana quien llegó al número más alto, sin saltarse números y siguiendo el orden correcto de la sucesión. 		Patrones Numéricos	
16	01	<p>Desafío 9. De manera individual completa la sucesión numérica hasta llegar al 100.</p> 		Patrones Numéricos	
17	01	<p>Desafío 10. En parejas, contesten y hagan lo que se indica.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. El siguiente modelo se elaboró con varias piezas que tienen la misma forma.  <p>¿Cuántas piezas se utilizaron?</p>		Patrones Numéricos	

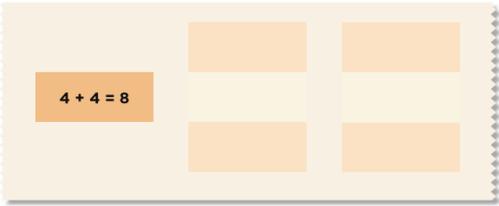
18	01	<p>Desafío 10. En parejas, contesten y hagan lo que se indica.</p> <p>2. Tracen en el siguiente espacio una de las piezas que se utilizó para formar la figura.</p> 		Patrones Numéricos	
19	01	<p>Desafío 10. Utilicen las piezas del material recortable, página 139, para reproducir el siguiente modelo:</p>  <p>Continúen haciendo el modelo hasta que se usen todas las piezas.</p>		Patrones Numéricos	
20	01	<p>Desafío 11. En equipos construyan un modelo con el material recortable, página 137.</p> <p>1. Dibujen su modelo en la cuadrícula.</p>  <p>2. Peguen los modelos en alguna de las paredes del salón.</p> <p>3. Comenten en grupos sobre las características de cada uno de ellos.</p>		Patrones Numéricos	
21	01	<p>Desafío 12. ¿Cuántos objetos faltan en la mesa para que tengas la misma cantidad que en la mesa amarilla? Dibújalos.</p> 	Estructura de una ecuación.		Equivalencia

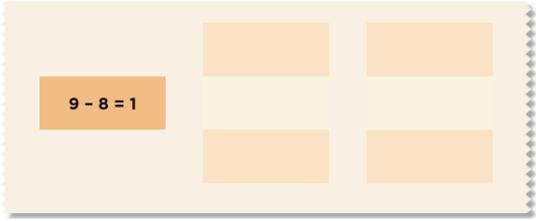
22	01	<p>Desafío 13. En equipos, resuelvan los siguientes los siguientes problemas:</p>  <p>1. Ana tenía 7 globos y su mamá le compró otros 8. ¿Cuántos globos tiene Ana? 2. Al jugar con los globos se le rompieron 5. ¿Cuántos globos tiene ahora Ana? 3. Ana regaló globos a su amiga Lulú y ahora sólo le quedan 7. ¿Cuántos globos le regaló a Lulú?</p>	Estructura de una ecuación.		Equivalencia
23	01	<p>Desafío 14. Individualmente, haz lo que se te pide en cada caso. Dibuja los sombreros que faltan para que a cada duende le corresponda uno.</p>  <p>En parejas, comparen su trabajo. ¿Cuántos sombreros dibujaron?</p>	Estructura de una ecuación.		Equivalencia
24	01	<p>Desafío 14. Dibuja las flores que faltan para que cada mariposa se pare en una.</p>  <p>En parejas, comparen su trabajo. ¿Cuántas flores dibujaron?</p>	Estructura de una ecuación.		Equivalencia

25	01 y 02	<p>Desafío 19. De manera individual resuelve los siguientes problemas: Pedro y Guadalupe vendieron paletas en su escuela durante cuatro semanas. Querían juntar dinero para comprarle un regalo a su abuelita. Registra quien de los dos juntó más dinero cada semana.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;">Primera semana</td> <td style="width: 50%;">Segunda semana</td> </tr> <tr> <td> Pedro</td> <td> Pedro</td> </tr> <tr> <td> Guadalupe</td> <td> Guadalupe</td> </tr> </table> <p>¿Quién juntó más dinero? ¿Quién junto menos dinero?</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;">Tercera semana</td> <td style="width: 50%;">Cuarta semana</td> </tr> <tr> <td> Guadalupe</td> <td> Guadalupe</td> </tr> <tr> <td> Pedro</td> <td> Pedro</td> </tr> </table> <p>¿Quién juntó más dinero? ¿Quién junto menos dinero?</p>	Primera semana	Segunda semana	 Pedro	 Pedro	 Guadalupe	 Guadalupe	Tercera semana	Cuarta semana	 Guadalupe	 Guadalupe	 Pedro	 Pedro			Equivalencia
Primera semana	Segunda semana																
 Pedro	 Pedro																
 Guadalupe	 Guadalupe																
Tercera semana	Cuarta semana																
 Guadalupe	 Guadalupe																
 Pedro	 Pedro																
26	01 y 02	<p>Desafío 20. Recorten las monedas y billetes de la página 129 y en equipos hagan lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> Cada equipo elige un juguete de los que aparecen en la ilustración. Después, cada integrante del equipo toma los billetes y las monedas que necesita para pagarlo. Entre todos revisen si los billetes y las monedas que eligieron, efectivamente alcanzan para pagar el juguete.  <p>Contesten las preguntas: ¿Qué compraste?, ¿Cuánto costo? Y ¿Cuáles monedas y billetes usaste para pagar?</p>			Equivalencia												

32	01 y 02	<p>Desafío 23. Reúnete con un compañero y contesten las preguntas con base en la información que dan los dibujos.</p>  <p>Alicia está pintando huevos de cerámica.</p> <p>¿Cuántos huevos más pintó Alicia para completar la caja?</p>	Estructura de una ecuación		Equivalencia
33	01	<p>Desafío 30. Repartan entre todos los integrantes del grupo un juego de tarjetas de los que utilizaron para jugar “Tarjetas ordenadas”.</p> <ol style="list-style-type: none"> Hagan una sola fila dentro del salón o en el patio. El primero de la fila pasa al frente, coloca una de sus tarjetas en el piso o en la pared y regresa a su lugar. El segundo niño de la fila debe colocar una de sus tarjetas antes de la que ya estaba, si su número es menor, o después si su número es mayor. Así continúan hasta que todos hayan colocado las tarjetas que les tocaron. Las tarjetas deben quedar ordenadas del 1 al 100 Si algún compañero se equivoca, ayúdenlo a ubicar correctamente su tarjeta. 		Patrones Numéricos	

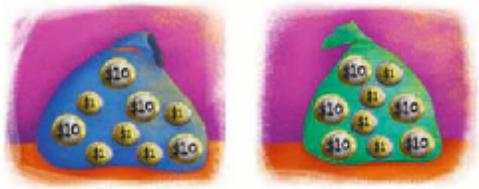
34	01	<p>Desafío 30. Completen la siguiente tabla en parejas. Apóyense en la lista de números que formaron en la consigna 1.</p> 		Patrones Numéricos	
35	01	<p>Desafío 31. El dibujante no terminó el castillo que está en el material recortable, página 111. Individualmente completa el dibujo de acuerdo con las siguientes instrucciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Sigue el orden de los números y une con una línea los puntos que van del 1 al 50. 3. Identifica el castillo del rey y coloréalo. 		Patrones Numéricos	
36	01	<p>Desafío 31. Organizados en parejas sigan estas instrucciones y respondan las preguntas. Anoten en el tablero de la página 113 lo que se pide.</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. Escriban de menor a mayor los números de las casillas donde hay riachuelos. ¿En qué se parecen los números que escribieron? 		Patrones Numéricos	
37	01	<p>Desafío 31. Organizados en parejas sigan estas instrucciones y respondan las preguntas. Anoten en el tablero de la página 113 lo que se pide.</p> <ol style="list-style-type: none"> 5. Escriban de menor a mayor, los números que están un lugar antes de las casillas donde hay riachuelos. ¿En qué se parecen los números que escribieron? 		Patrones Numéricos	
38	01	<p>Desafío 31. Organizados en parejas sigan estas instrucciones y respondan las preguntas. Anoten en el tablero de la página 113 lo que se pide.</p> <ol style="list-style-type: none"> 6. Escriban de menor a mayor todos los números de dos cifras que inicien con 5. ¿Qué número es el primero de ese grupo? ¿Y cuál es el último? 		Patrones Numéricos	
39	01	<p>Desafío 31. Organizados en parejas sigan estas instrucciones y respondan las preguntas. Anoten en el tablero de la página 113 lo que se pide.</p> <ol style="list-style-type: none"> 7. Escriban todos los números que terminan en 7. De los números que acaban de escribir, ¿Cuántas casillas hay entre uno y otro? 		Patrones Numéricos	

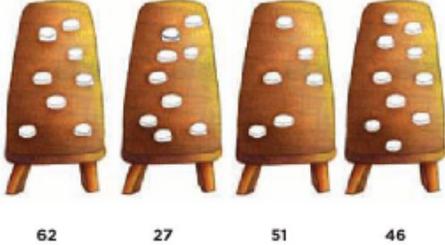
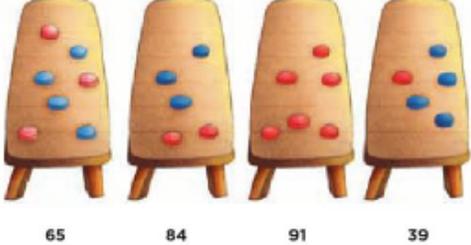
40	01	<p>Desafío 31. Organizados en parejas sigan estas instrucciones y respondan las preguntas. Anoten en el tablero de la página 113 lo que se pide.</p> <p>8. Si escriben los números que terminan en 4, ¿Cuál será el último que pueda escribirse en el tablero? Compruébalo.</p>		Patrones Numéricos																																																																																																					
41	01	<p>Desafío 31. Organizados en parejas sigan estas instrucciones y respondan las preguntas. Anoten en el tablero de la página 113 lo que se pide.</p> <p>9. Escriban todos los números que faltan en las casillas vacías.</p>		Patrones Numéricos																																																																																																					
42	01	<p>Desafío 32. De manera individual, encuentra los números ocultos en el tablero.</p> <table border="1" data-bbox="505 632 950 1026"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td></td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr> <tr><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td></td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td></td><td></td><td>38</td><td>39</td></tr> <tr><td>40</td><td>41</td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td>46</td><td>47</td><td>48</td><td>49</td></tr> <tr><td>50</td><td>51</td><td></td><td>53</td><td>54</td><td>55</td><td>56</td><td>57</td><td>58</td><td></td></tr> <tr><td>60</td><td>61</td><td>62</td><td>63</td><td></td><td>65</td><td>66</td><td>67</td><td>68</td><td>69</td></tr> <tr><td></td><td>71</td><td>72</td><td>73</td><td>74</td><td>75</td><td>76</td><td>77</td><td>78</td><td>79</td></tr> <tr><td>80</td><td></td><td>82</td><td>83</td><td>84</td><td>85</td><td>86</td><td>87</td><td></td><td>89</td></tr> <tr><td>90</td><td>91</td><td>92</td><td>93</td><td>94</td><td>95</td><td>96</td><td></td><td></td><td>99</td></tr> </table> <p>Platica con algunos compañeros por qué piensas que éstos son los números correctos.</p>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14		16	17	18	19	20	21	22		24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35			38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51		53	54	55	56	57	58		60	61	62	63		65	66	67	68	69		71	72	73	74	75	76	77	78	79	80		82	83	84	85	86	87		89	90	91	92	93	94	95	96			99		Patrones Numéricos	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																
10	11	12	13	14		16	17	18	19																																																																																																
20	21	22		24	25	26	27	28	29																																																																																																
30	31	32	33	34	35			38	39																																																																																																
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49																																																																																																
50	51		53	54	55	56	57	58																																																																																																	
60	61	62	63		65	66	67	68	69																																																																																																
	71	72	73	74	75	76	77	78	79																																																																																																
80		82	83	84	85	86	87		89																																																																																																
90	91	92	93	94	95	96			99																																																																																																
43	01 y 02	<p>Desafío 33. Individualmente, resuelve los siguientes problemas:</p> <p>1. En la siguiente suma, cambia uno de los números para que el resultado sea 9, 10, 11 y 12. Anota cada suma en uno de los cuadros.</p> 	Estructura de una Ecuación		Equivalencia																																																																																																				

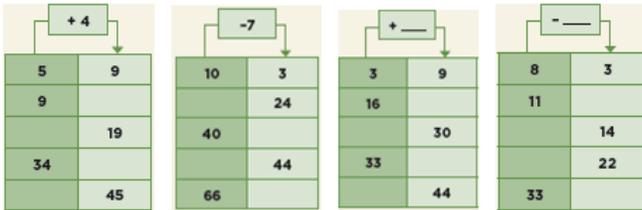
44	01 y 02	<p>Desafío 33. Individualmente, resuelve los siguientes problemas:</p> <p>2. En la siguiente resta, cambia uno de los números para que el resultado sea 2, 3, 4 y 5. Anota cada resta en uno de los cuadros.</p> 	Estructura de una Ecuación		Equivalencia
45	02	<p>Desafío 34. En equipos hagan lo que se indica.</p> <p>2. Encuentren todas las sumas diferentes con dos números que den como resultado 15.</p>  <p>Reúnanse con otro equipo y revisen sus sumas y restas. Ahora compartan las suyas con el resto del grupo. Pueden completar su trabajo anotando las sumas o restas que no hayan tomado en cuenta.</p>			Equivalencia
46	02	<p>Desafío 34. En equipos hagan lo que se indica.</p> <p>3. Encuentren todas las restas que den como resultado 4.</p>  <p>Reúnanse con otro equipo y revisen sus sumas y restas. Ahora compartan las suyas con el resto del grupo. Pueden completar su trabajo anotando las sumas o restas que no hayan tomado en cuenta.</p>			Equivalencia

47	01	<p>Desafío 40. La maestra Sofía pidió a sus alumnos que escribieran en la tabla los números que conocen, pero los niños no recordaron todos. En equipos, completen la tabla.</p> <table border="1" data-bbox="527 321 928 709"> <tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td></td><td></td><td>19</td></tr> <tr><td>20</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>25</td><td></td><td></td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td></td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td></td><td></td><td>36</td><td>37</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>40</td><td></td><td>42</td><td>43</td><td>44</td><td>45</td><td></td><td>47</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>51</td><td>52</td><td></td><td>54</td><td></td><td></td><td></td><td>58</td><td>59</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>63</td><td></td><td></td><td></td><td>67</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>71</td><td></td><td></td><td></td><td>75</td><td></td><td>77</td><td>78</td><td></td></tr> <tr><td>80</td><td></td><td>82</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>91</td><td></td><td></td><td>94</td><td></td><td>96</td><td></td><td></td><td>99</td></tr> </table>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16			19	20					25			28	29		31	32	33			36	37			40		42	43	44	45		47				51	52		54				58	59				63				67				71				75		77	78		80		82									91			94		96			99		Patrones Numéricos	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																																
10	11	12	13	14	15	16			19																																																																																																
20					25			28	29																																																																																																
	31	32	33			36	37																																																																																																		
40		42	43	44	45		47																																																																																																		
	51	52		54				58	59																																																																																																
			63				67																																																																																																		
	71				75		77	78																																																																																																	
80		82																																																																																																							
	91			94		96			99																																																																																																
48	01	<p>Desafío 40. En parejas, adivinen lo siguiente:</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; width: 45%; margin-bottom: 10px;"> <p>Soy el número que resulta de sumar 1 al 33: _____</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; width: 45%; margin-bottom: 10px;"> <p>Soy uno más que el 79, y uno menos que el 81: _____</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; width: 45%; margin-bottom: 10px;"> <p>El 27 está entre nosotros dos: _____</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; width: 45%; margin-bottom: 10px;"> <p>Estoy en medio del 56 y del 58: _____</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; width: 45%; margin-bottom: 10px;"> <p>Soy un número antes del 75: _____</p> </div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; width: 45%; margin-bottom: 10px;"> <p>Estoy entre el 31 y el 49. Una de mis cifras es 6. Soy uno menos que el 47: _____</p> </div> </div> <p>Al terminar, reúnanse con otra pareja y comparen sus respuestas.</p>		Patrones Numéricos																																																																																																					

49	01	<p>Desafío 41. Organicen equipos de 5 integrantes para jugar “De diez en diez”. Éstas son las reglas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Cada equipo necesita un juego de tarjetas del material recortable, página 109, cinco fichas y que todos los jugadores tengan su tablero de “Un mensaje para el rey”. 2. Revuelvan las tarjetas y colóquenlas al centro, con el texto hacia abajo. En cada ronda un integrante se va a encargar de sacar las tarjetas y leerlas. 3. Uno de los jugadores dice un número que se encuentre entre el 50 y el 60. El resto del equipo coloca una ficha en la casilla de su tablero con ese número. 4. Las tarjetas se sacan y leen una por una hasta completar cinco. Los jugadores deben mover sus fichas de acuerdo con las indicaciones de cada tarjeta. 5. Cuando terminen de leer las cinco tarjetas revisen quién está en la casilla correcta. Anoten un punto a su favor. 6. Después de jugar cinco rondas, el jugador que reúna más puntos es el ganador. 		Patrones Numéricos	
50	01	<p>Desafío 43. En equipos, resuelvan los siguientes problemas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Pongan una ✓ al círculo que señala la cantidad de dinero de cada bolsa. <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  <p>35 53</p> <p>Bolsa 1</p> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  <p>14 41</p> <p>Bolsa 2</p> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  <p>81 18</p> <p>Bolsa 3</p> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px;">  <p>36 63</p> <p>Bolsa 4</p> </div> </div>		Equivalencia	

51	01	<p>Desafío 43. En equipos, resuelvan los siguientes problemas:</p> <p>2. Anoten una ✓ a la bolsa que tiene \$54.</p>  <p style="text-align: center;">Bolsa 1 Bolsa 2</p> <p>¿Cómo supieron cuál era la bolsa correcta?</p>			Equivalencia
52	01	<p>Desafío 43. En equipos, resuelvan los siguientes problemas:</p> <p>3. Éric dice que hay más dinero en la bolsa 1 que en la bolsa 2, porque en la 1 hay 12 monedas, y en la 2 sólo hay 3 monedas.</p>  <p style="text-align: center;">Bolsa 1 Bolsa 2</p> <p>¿Éric tiene razón? ¿Cómo lo sabes?</p>			Equivalencia
53	01	<p>Desafío 44. Formen equipos. Necesitan fichas azules y rojas y dos dados para jugar de acuerdo con las siguientes reglas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Nombren a un cajero. Él tendrá todas las fichas. 2. Por turnos, cada uno tira los dos dados y pide al cajero el número de fichas azules que marquen los dados. 3. Cuando alguien junte 10 fichas azules le pide al cajero que se las cambie por una roja. 4. Después de cinco rondas, gana el jugador que haya conseguido más puntos. 			Equivalencia
54	01	<p>Desafío 44. Reúnete con un compañero y resuelve estos problemas. Los valores de las fichas son los mismos que en el juego anterior.</p> <p>1. Pongan una ✓ a la cantidad correcta.</p>  <p style="text-align: center;">7 25 52 9 72 27 11 83 38 90 36 63</p>			Equivalencia

55	01	<p>Desafío 44. Reúnete con un compañero y resuelve estos problemas. Los valores de las fichas son los mismos que en el juego anterior.</p> <p>2. Coloreen los círculos con los colores correspondientes para que obtengan la cantidad que se indica abajo.</p> 			Equivalencia																			
56	01	<p>Desafío 44. Reúnete con un compañero y resuelve estos problemas. Los valores de las fichas son los mismos que en el juego anterior.</p> <p>3. Dibujen las fichas del color que sea necesario para completar el número que se indica abajo.</p> 			Equivalencia																			
57	01	<p>Desafío 45. En equipos, elijan dos números de la primera tabla para completar las operaciones de la segunda tabla.</p> <table border="1" data-bbox="558 1171 899 1591"> <tr> <td>10</td> <td>1</td> <td rowspan="10">Ejemplo: $35 = 30 + 5$</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>60</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>70</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>80</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td>9</td> </tr> </table>	10	1	Ejemplo: $35 = 30 + 5$	20	2	30	3	40	4	50	5	60	6	70	7	80	8	90	9			Equivalencia
10	1	Ejemplo: $35 = 30 + 5$																						
20	2																							
30	3																							
40	4																							
50	5																							
60	6																							
70	7																							
80	8																							
90	9																							

58	01	<p>Desafío 47. En equipos, completen las siguientes tablas. Observen el ejemplo.</p> 	Estructura de una Ecuación		Equivalencia
59	01	<p>Desafío 48. En equipos, junten sus tarjetas de números del material recortable, página 107.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Coloquen al centro de la mesa las tarjetas, con los números hacia abajo. Revuélvanlas. 2. Por turnos, cada alumno toma dos tarjetas. 3. Luego, suma mentalmente los números de sus tarjetas. Debe decir el resultado a sus compañeros. 4. Si la suma es correcta, se queda con las tarjetas. Si la suma es incorrecta, se regresan las tarjetas mezclándolas con las otras. 5. El juego termina cuando el maestro diga: “¡Alto!”. 6. Gana el niño que tenga más tarjetas. 			Equivalencia
60	01	<p>Desafío 48. En equipos, junten sus tarjetas de números.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Coloquen las tarjetas con los números hacia arriba, de tal manera que se vean todas. 2. Por turnos, cada uno toma dos tarjetas que sumen 10. 3. Si lo hacen bien, se quedan con las tarjetas. Si no, las regresan. 4. El juego termina cuando el maestro diga: “¡Alto!”. 5. Gana el niño que tenga más tarjetas. 			Equivalencia
61	01	<p>Desafío 49. En equipos, con las tarjetas del material recortable, página 105, hagan lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Coloquen las tarjetas con el número hacia abajo. 2. Por turnos, cada uno toma una tarjeta y mentalmente resta ese número a 10. 3. Si el resultado es correcto, se queda con la tarjeta. Si no, regresa la tarjeta abajo del montón. 4. Gana el niño que tenga más tarjetas cuando el maestro diga: “¡Alto!”. 			Equivalencia
62	01	<p>Desafío 49. En equipos, también con sus tarjetas, hagan lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Coloquen las tarjetas con el número hacia abajo. 2. Por turnos, cada uno toma una tarjeta y mentalmente resta ese número a 20. 3. Si el resultado es correcto, se queda con la tarjeta. Si no, regresa la tarjeta abajo del montón. 4. Gana el niño que tenga más tarjetas cuando el maestro diga “¡Alto!”. 			Equivalencia

63	01	<p>Desafío 52. Jueguen en grupo “¡Alto!”. Las reglas son las siguientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Un alumno se coloca al frente del salón y empieza a contar en voz baja: 1, 2, 3, 4,... 2. Después de un rato, el maestro dice: “¡Alto!”. 3. El niño que está contando dice hasta qué número llegó. 4. Rápidamente todos los demás empiezan a escribir sumas que tengan por lo menos dos sumandos iguales que den como resultado ese número. 5. Cuando el maestro vuelva a decir “¡Alto!”, todos se detienen. 6. Gana el alumno que haya escrito más sumas correctas. 			Equivalencia
64	01	<p>Desafío 53. Reúnete con dos compañeros para ganar este desafío.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Usen los números de las fichas para hacer todas las sumas posibles que den como resultado los números de las tarjetas que se les van a mostrar. <div data-bbox="581 814 873 1050" data-label="Image"> </div> <ol style="list-style-type: none"> 2. Las sumas deben cumplir con estas características: <ol style="list-style-type: none"> a) Deben tener números de los dos grupos. b) Solamente el 10, el 20 y el 30 se pueden repetir. 			Equivalencia
65	01	<p>Desafío 54. En equipos, resuelvan los siguientes problemas:</p> <div data-bbox="571 1291 883 1556" data-label="Image"> </div> <ol style="list-style-type: none"> 1. Carmita tiene \$75 y quiere comprar 2 juguetes para su hermano Juan. ¿Para cuáles juguetes le alcanza? 			Equivalencia

66	01	<p>Desafío 54. En equipos, resuelvan los siguientes problemas:</p>  <p>2. ¿Le alcanza el dinero a Carmita para comprar el patín y el coche? ¿Por qué?</p>			Equivalencia
67	01	<p>Reúnete con un compañero para responder las preguntas. Carmita y Lupe resolvieron operaciones. Cada una anotó los cálculos que utilizó para encontrar la respuesta.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>Carmita</p> $15 + 29 = 44$ $15 - 1 = 14$ $29 + 1 = 30$ $14 + 30 = 44$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>Lupe</p> $15 + 29 = 44$ $15 - 5 = 10$ $29 + 5 = 34$ $10 + 34 = 44$ </div> </div> <p>¿Son correctos los dos resultados? ¿Las dos la resolvieron de la misma forma? Expliquen qué hizo cada una para resolverla. ¿Cuál de las dos formas les parece más fácil? ¿Por qué?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>Carmita</p> $77 - 43 = 34$ $77 - 40 = 37$ $37 - 3 = 34$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>Lupe</p> $77 - 43 = 34$ $70 - 40 = 30$ $7 - 3 = 4$ $30 + 4 = 34$ </div> </div> <p>¿Lo que hizo Carmita se parece a lo que hizo Lupe? Expliquen cómo resolvió cada una la operación y por qué lo hizo así.</p>			Equivalencia
68	01	<p>Ponte de acuerdo con tu compañero, elijan la solución que les parezca más fácil y descríbanla.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>Carmita</p> $29 + 43 = 72$ $20 + 40 = 60$ $9 + 1 + 2 = 12$ $60 + 12 = 72$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 150px;"> <p>Lupe</p> $29 + 43 = 72$ $29 + 1 = 30$ $43 - 1 = 42$ $30 + 42 = 72$ </div> </div>			Equivalencia