



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
MAESTRÍA EN CIENCIAS ÁREA: MATEMÁTICA EDUCATIVA



**Estudio etnomatemático sobre las estrategias de cálculo aritmético
de comerciantes del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla**

TESIS

Que para obtener el grado en:
Maestría en Ciencias Área: Matemática Educativa

Presenta:
Lic. Romario José Palacio Palmera

Director de tesis:
Dr. Gustavo Martínez Sierra

Codirectora:
Dra. Flor Monserrat Rodríguez Vásquez

Chilpancingo-Guerrero, México, Enero del 2019

**Estudio etnomatemático sobre las estrategias de cálculo aritmético
de comerciantes del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla**

Lic. Romario José Palacio Palmera

Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos a mis padres por apoyarme en este proyecto, por respaldarme en los momentos duros, incitándome a no desfallecer. Por ser la palabra oportuna, el abrazo sincero y el afecto incondicional en la distancia.

Gracias a mi pareja, mi compañera de vida, por inyectarme de fortaleza y coraje para enfrentarme a este reto, por enseñarme que no hay fronteras para el amor y que en la distancia, los lazos de la familia se hacen más fuertes... irrompibles.

Agradezco a mis asesores por su tiempo, por su entrega y paciencia, por alentarme en las caídas y por aplaudir mis progresos. Por ser acertados, íntegros, por ser excelentes ejemplos de los docentes e investigadores del mañana.

Les doy gracias de todo corazón a mis amigos colombianos por demostrarme que los amigos son como hermanos en tiempos de angustia y de necesidad. Por estar ahí en todo momento: en las alegrías y tristezas, en la dificultad y en los éxitos. Más que amigos, son familia.

Contenido

1. CONTEXTUALIZACIÓN Y OBJETIVOS.....	2
1.1 Contexto de la investigación.....	2
2. MARCO CONCEPTUAL.....	10
2.1 Etnomatemática.....	10
2.2. Estrategias.....	13
3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	15
3.1 Contexto.....	17
3.2 Participantes.....	19
3.3 Recolección de datos.....	20
3.4 Análisis de datos.....	21
4. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	24
4.1 Comerciante 1 (C1).....	25
4.1.1 Extracto 1, C1.....	26
4.1.2 Extracto 2, C1.....	28
4.1.3 Extracto 3, C1.....	30
4.2 Comerciante 2 (C2).....	32
4.2.1 Extracto 1. C2.....	33
4.2.2 Extracto 2, C2.....	36
4.3 Comerciante 3 (C3).....	39
4.3.1 Extracto 1, C3.....	40
4.3.2 Extracto 2, C3.....	42
4.3.3 Extracto 3, C3.....	43
4.4 Comerciante 4 (C4).....	46
4.4.1 Extracto 1, C4.....	46
4.4.2 Extracto 2, C4.....	48
4.4.3 Extracto 3, C4.....	49
4.5 Comerciante 5 (C5).....	53
4.5.1 Extracto 1, C5.....	54
4.5.2 Extracto 2, C5.....	55

4.5.3	Extracto 3, C5.....	57
5.	Conclusiones.....	60
6.	Referencias bibliográficas.....	66

índice de figuras.

<i>Figura 1.</i> Raíces etimológicas de la palabra Etnomatemática según D'Ambrosio tomado de Aroca (2016).	12
Figura 2. Identificar estrategias dentro de la matematización del cálculo	23
Figura 3. Interpretación matemática del cálculo de 15 kg de fresa hecho por C1	27
Figura 4. Interpretación matemática del cálculo de 13 kg de Guayaba hecho por C1	29
Figura 5. Interpretación matemática del cálculo de C1 para dar un cambio.	30
Figura 6. Interpretación matemática del cálculo para 27 kilos de pescados por C2.	35
Figura 7. Interpretación matemática de los cambios de C2.	37
Figura 8. Interpretación matemática del cálculo de C3 para 5kg de guayaba.	41
Figura 9. Interpretación matemática de la forma en que C3 da los cambios, situación 1.	42
Figura 10. Interpretación matemática de la forma en que C3 da los cambios, situación 2.	44
Figura 11. Interpretación matemática de como C4 multiplica decimales.	47
Figura 12. Interpretación matemática de la forma de dar un cambio por parte de C4.	49
Figura 13. Interpretación matemática de como C4 multiplica utilizando la factorización.	50
Figura 14. Interpretación matemática 3kg conociendo el valor del cuarto, cálculo de C5.	55
Figura 15. Interpretación matemática cuando C5 toma una fracción como unidad de cálculo, situación 1.	56
Figura 16. Interpretación matemática cuando C5 toma una fracción como unidad de cálculo, situación 2.	57

Índice de tablas

Tabla 1. <i>Datos de los comerciantes entrevistados del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla de Chilpancingo</i>	20
Tabla 2. <i>Guía para entrevista semi-estructurada</i>	21
Tabla 3. <i>Extracto de una de las transcripciones de la entrevista del comerciante C4</i>	22
Tabla 4. <i>Estrategias del comerciante C1</i>	31
Tabla 5. <i>Estrategias del comerciante C2</i>	37
Tabla 6. <i>Estrategias del comerciante C3</i>	44
Tabla 7. <i>Estrategias del comerciante C4</i>	51
Tabla 8. <i>Estrategias del comerciante C5</i>	58
Tabla 9. <i>Estrategias utilizadas por los comerciantes del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla</i>	62

1. CONTEXTUALIZACIÓN Y OBJETIVOS

En este capítulo se presenta el contexto de la investigación en cuatro partes, primero se muestra una recopilación de diferentes trabajos enmarcados en el programa de etnomatemática reportadas en matemática educativa, segundo se describe la importancia que tiene el cálculo aritmético desde la literatura educativa, tercero investigaciones que reportan estrategia de cálculo aritmético en procesos de enseñanza-aprendizaje y, cuarto, la presentación del objetivo de esta investigación.

1.1 Contexto de la investigación.

La matemática es de gran utilidad para las personas y ésta se desarrolla dependiendo del entorno sociocultural en que se desenvuelva, cada ser humano plantea metodologías de abordajes muy particulares y diferentes de acuerdo con las necesidades de su entorno (Vásquez, 2014). Así, se puede ver que la matemática es presentada y se trabaja bajo reglas socialmente aceptadas, por ende no podemos hablar que existe una matemática universal (Aroca, 2007).

El origen de las matemáticas se encuentra desde los inicios de la humanidad, incluso esta se dio antes del lenguaje, así que cada comunidad de personas crearon y desarrollaron la matemática a utilizar dependiendo las necesidades que tuvieran en cada época. Aunque en la actualidad existe una matemática formal aceptada universalmente, hay grupos particulares que siguen trabajando una matemática adoptada y compartida entre ellos que no necesariamente es ajena a los procesos teóricamente demostrados en la matemática abstracta. Siguiendo esta idea, se puede ver que cada grupo social que tiene una actividad en común, desarrolla y utiliza una matemática que resuelve sus necesidades. Estas matemáticas trabajadas por estos grupos sociales desde la educación matemática son estudiadas y analizadas por el programa de etnomatemática.

La Etnomatemática estudia la “Matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos” (D’Ambrosio, 2001, p. 9). Asimismo, la Etnomatemática permite “investigar las técnicas, habilidades, al igual que las prácticas de contar, medir, clasificar, ordenar, inferir y calcular, empleadas por diversos grupos culturales” (Ortíz-Franco, 2004, p. 4). Su evolución seguramente beneficiará a la matemática escolar, es decir la que se enseña en el aula, principalmente porque la etnomatemática avanza de una manera mucho más cercana a la realidad y a los agentes inmersos en la realidad.

Desde la década de los setenta se han venido realizando investigaciones en el programa de etnomatemática, más específicamente desde que D’Ambrosio lo planteara como alternativa y línea de investigación para la educación matemática en el tercer Congreso Internacional sobre Educación Matemática ICME 3 realizado en Karlsruhe, Alemania en 1976 (D’Ambrosio, 2016). Unas de las preguntas planteadas por D’Ambrosio y sus colegas en este congreso eran ¿por qué enseñar matemáticas? y ¿Cuál es la matemática que se debería enseñar? De aquí se plantearon las investigaciones que se empezaron a desarrollar en Brasil en este nuevo programa de investigación. Desde entonces ha tomado fuerza esta línea porque este tipo de investigaciones contribuye en la mejora de la enseñanza de las matemáticas en el aula de clase y a encontrarle sentido a la matemática misma.

En 1985, un año después de la realización del ICME 5, D’Ambrosio y colegas fundaron el Grupo de Estudio Internacional sobre Etnomatemáticas. Shirley y Palhares (2016) mencionan que en este grupo se han identificado y reconocido cuatro áreas generales de interés para la etnomatemática: (1) investigación de campo, donde se recopilan datos sobre las matemáticas en la

cultura; (2) trabajo matemático en situaciones transculturales; (3) aplicaciones de aula de etnomatemáticas; y (4) estudios teóricos, sociológicos y de políticas de etnomatemáticas. Esta investigación se encuentra en la primera área que son investigaciones de campo. Los estudios en esta área, por lo general utilizan sus resultados como base o apoyo para las investigaciones realizadas en el área 3 sobre aplicaciones de la etnomatemáticas en el aula de clases, pero este no es el caso para esta investigación. Lo que se pretende es como lo plantea Peña-del Rincón (2015), rescatar y valorar la matemática practicada por un grupo sociocultural, es decir, se pretende hacer un reporte de la matemática practicada por los comerciantes del mercado de Chilpancingo, específicamente sobre los cálculos con las cuatro operaciones básicas.

Varias investigaciones se han desarrollado dentro de esta área de investigación de campo como las de Fuenlabrada y Delprato (2005), Servelión (2012), Aroca (2015a, 2015b), Quidel y Sepúlveda (2016), dan a conocer cómo las personas utilizan las operaciones básicas de la aritmética en diferentes grupos, contextos, actividades u oficios. Algo que se puede observar en estas investigaciones como en otras de corte etnomatemático, es que en la matemática practicada y desarrollada en los diferentes oficios de los grupos culturales, no se generan tensiones en la comprensión entre aritméticas, algoritmos y operaciones, que son utilizadas en labores cotidianas (Gerdes, 2013), como puede suceder en el ámbito escolar.

Aroca (2015a) encontró las formas de cómo las personas en el oficio de controlador de tiempo de rutas de transporte realizan algoritmos para sumar y restar, por medio de las representaciones digitales, cálculo en forma de L en las planillas donde registran los tiempos y la comunicación numérica gestual. Por su parte, Aroca (2015b) menciona que la participación de los niños con sus padres en las actividades de intercambio de productos, les ayudó a conocer otros procesos y algoritmos para sumar restar y multiplicar, los cuales no se enseñan en la escuela.

Quidel y Sepúlveda (2016) dan a conocer el Rakin del pueblo Mapuche, como un sistema de numeración aditivo-multiplicativo, que incluye operaciones como la suma y la multiplicación. Es aditivo porque juntan dos términos. Por ejemplo “Mari Ayja” que es Diez y nueve = 19; es multiplicativo debido a que cada número del uno al nueve, aumenta al diez, por ejemplo: “Kayu Mari” que es seis veces diez = 60. Además, “Epu mari epu” que es dos veces diez y dos = 22; es decir, $2 \times 10 + 2 = 22$.

En relación con los estilos de operar, Servelió (2012) mostró las formas de sumar de un comerciante analfabeta, que logró como una estrategia de cálculo al sumar cantidades de izquierda a derecha, proceso diferente al que se lleva a cabo en la escuela donde se opera de derecha a izquierda. Para iniciar la operación toma las centenas, seguido de las decenas y por último las unidades. Fuenlabrada y Delprato (2005) mostraron cómo tres mujeres mexicanas no alfabetizadas pueden fortalecer los conocimientos de los números y las operaciones de suma resta que poseen empíricamente. Una de ellas utilizó el algoritmo de complemento aditivo (estrategia no convencional de aproximaciones sucesivas de menor a mayor que controla lo que va sumando), mientras que las otras dos tenían intuición de contar los números en un rango menor a 200.

A partir de las investigaciones y afirmaciones mostradas, se evidencia el uso de las operaciones básicas de la aritmética, sistemas de numeración fundamentados en la utilidad de operaciones para su desarrollo donde utilizaron la suma y la multiplicación para el aumento de las cifras, los algoritmos como estrategias de operar, entre otros aportes. Además, se muestran contribuciones del programa de Etnomatemática para favorecer el ámbito escolar.

El propósito de esta investigación se centra en la búsqueda de estrategias de cálculo que contribuyen al desarrollo del pensamiento numérico, las cuales no son creadas propiamente por personas expertas en el campo Matemático, sino de personas del común con bajo nivel escolar que

tienen la necesidad de usar las matemáticas en sus actividades cotidianas. La matemática practicada por los comerciantes del mercado de Chilpancingo, en particular las estrategias de cálculo aritmético que utilizan, no son exclusiva de ese contexto, estas estrategias pueden ser compartidas o aceptadas por lo general por los compradores y transmitidos al resto de los individuos de su familia incluyendo los hijos que se encuentran en el proceso de escolarización, promoviendo a que muchos estudiantes lleguen a experimentar antes o después de ingresar a la escuela herramientas de cálculo que potencialice el desarrollo del pensamiento numérico (Palacio, Ramírez & Aroca, 2015).

Esta investigación se plantea tomar como sujetos de estudios a algunos vendedores del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla de la ciudad de Chilpancingo, ya que, debido a la práctica comercial que ellos manejan, están presente obligatoriamente los números y las operaciones con ellos, razón que los lleva a buscar medios diferentes y propios para desarrollar prácticas o actividades matemáticas, recursos creados con su propia lógica, pues el oficio o la necesidad de sobrevivir y trascender lo exigen. Entre ellos encontramos los cálculos con los números, que les son necesarios para solucionar situaciones problema que se les presentaban en el diario vivir. Esta población muestra cierta habilidad para realizar sus cálculos matemáticos al momento de comercializar sus productos, habilidades que se destacan por lo general cuando estos cálculos se realizan de forma mental, que usualmente es la forma más común con la que los vendedores actúan.

La necesidad de realizar estos cálculos de manera mental se debe a las exigencias del entorno en que se mueven o trabajan los vendedores. Para realizar cada uno de sus cálculos, los vendedores utilizan una serie de estrategias personales que hacen este proceso mental más rápido y eficaz. Palacio, Ramírez y Aroca (2015) afirman que esta diversidad de estrategias son una fuente rica para la escuela, le daría sentido a todos esos procesos monótonos y mecanizados, por ello en

esta investigación se pretende reportar estas estrategias de cálculo para que puedan ser la base de una propuesta didáctica en la enseñanza y aprendizaje de las cuatro operaciones básicas de la aritmética.

Una de las dificultades para avanzar en el aprendizaje matemático se relaciona con las estrategias de pensamiento deficientemente empleadas durante la resolución de problemas. El cálculo mental se debe aprovechar en los procesos de enseñanza como herramienta de desarrollo de habilidades y aunque las clases puedan ser reforzadas con herramientas tecnológicas no se debe dejar de lado el uso de los procedimientos mentales. Lethielleux citado en Gálvez (2011) comenta que:

El cálculo mental fue eclipsado por el desarrollo tecnológico en la década de los setenta, como medio de cálculo rápido y eficaz, y relegado a un segundo plano por la reforma de las “matemáticas modernas” en diversos países. Sin embargo resucitó un par de décadas después como un medio excepcionalmente adecuado para favorecer en los alumnos:

- El desarrollo de la atención, la concentración y la memoria.
- La familiarización progresiva con los números, al punto de poder “jugar con ellos”, expresar un número de variadas maneras, según el contexto del cálculo, y aprovechar las propiedades fundamentales de las operaciones numéricas básicas (asociatividad, conmutatividad, distributiva).
- La expresión, puesta en común, discusión y comparación —en una dinámica colectiva— de una variedad de procedimientos y estrategias para calcular, en función de las relaciones entre los números con los que se está operando. (p. 2).

De acuerdo con lo anterior, para que el estudiante o cualquier persona en particular sea capaz de llevar su conocimiento a otros contextos, debe tener un dominio de éste, usando su

ingenio. Esto hace que él cambie la estructura de cualquier algoritmo, acoplándolo a su propio estilo, permitiendo una rápida solución a cualquier actividad matemática que se le presente. Básicamente lo que sucede con los vendedores es esto, tienen un gran grado de flexibilidad en sus cálculos que son capaces de resolverlos de manera rápida y eficaz.

Por otro lado, varios estudios sobre distintos objetos matemáticos en la educación primaria se han realizado durante las últimas décadas, en particular los números naturales y las operaciones con estos. Se ha investigado sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas de la aritmética (Flores, 2005; Fernández, 2007; Rodríguez, 2007; García-García, 2014; García-García, Navarro & Rodríguez, 2014; García-García, Rodríguez & Navarro, 2015; Aristizábal, Colorado y Gutiérrez 2016) y sobre las estrategias de cálculo utilizadas en problemas que involucran a las operaciones básicas de la aritmética (Mónaco y Aguirre, 1996; Dorantes, 2005; Gómez, 2008; Gálvez et al. 2011; Valencia, 2013; García-García, 2014; García-García, Navarro & Rodríguez, 2014; García-García, Rodríguez & Navarro, 2015; Palacio, Ramírez & Aroca, 2015).

En línea con las investigaciones anteriores referidas en este capítulo, en especial aquellas enmarcadas en el programa de etnomatemática, este trabajo se centra en estudiar la forma cómo utilizan las operaciones básicas de la aritmética cinco comerciantes del mercado público de Chilpancingo. También, se tuvo en cuenta la riqueza y la aplicabilidad de las matemáticas de los vendedores en un contexto cotidiano, académico y “el significado que se le dan a lo que conocen, sienten, creen y ven de las Matemáticas, y cómo lo aplican en situaciones cotidianas” (Zambrano, 2012, p. 36). Estas formas de realizar operaciones son propiamente algoritmos utilizados por los vendedores en sus cálculos y formas de sacar cuentas. De esta manera, la pregunta de investigación

es: *¿Cuáles son las estrategias que utilizan los comerciantes del mercado de Chilpancingo para efectuar cálculos aritméticos relacionados con su práctica comercial?*

Para tratar de dar respuesta a la pregunta de investigación planteada, se ha propuesto cumplir con el siguiente objetivo general:

Identificar las estrategias de cálculo aritmético en comerciantes del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla desde una perspectiva de la etnomatemática.

2. MARCO CONCEPTUAL

En este capítulo se mencionan todos los constructos teóricos y definiciones tomadas en cuenta para alcanzar el objetivo de la investigación, tales como los propósitos de la etnomatemática y su utilidad en la investigación, definiciones del término de “estrategias” que ayudó a delimitar la forma en que se abordaría en el análisis de los datos y algunas estrategias reportadas por la comunidad investigadora en educación matemática y la matemática formal, relacionados con las cuatro operaciones básicas de la aritmética.

2.1 Etnomatemática

Mientras que en áreas de la educación como Ciencias Sociales, Naturales, Música o Arte entre otros, vemos como la diversidad cultural influye y hasta transforma las costumbres pedagógicas de estas disciplinas escolares, también vemos como otras áreas como la matemática tienen una resistencia a cambiar su forma de enseñanza (Planas, 2007). En el caso en las matemáticas, se encuentra que gran parte de los profesores manejan una actitud desinteresada, mostrando resistencia hacia los aportes culturales que se pueden encontrar (Plana, 2007; Gómez, 2008), Es por esto que vemos muchas problemáticas a la hora de la enseñanza de las temáticas (Gómez, 2008). De manera que ha surgido la corriente de investigación en educación matemática llamada Programa Etnomatemática, este busca ligar las matemáticas con la cultura, formas, lenguajes y técnicas matemáticas de la sociedad que sean propiamente de su cultura.

La Etnomatemática es reconocida como un programa (D’Ambrosio, 2002; Planas, 2007; Fuentes, 2014; Rosa y Orey, 2016) que tiene como intención hacer investigación en el campo de la Educación Matemática desde una perspectiva cultural. De esta manera “hacer Etnomatemática es una manera de hacer Educación matemática, con ojos que miran desde distintos ambientes culturales” (Blanco, 2008, p.22).

La etnomatemática desmiente el mito de que la matemática es de carácter universal, aceptando que hay múltiples matemáticas dependiendo del entorno donde se desarrolle, tal y como Fuentes (2014) y Vásquez (2014) afirman que la matemática es una construcción cultural y contextualizada. Entonces para la etnomatemática no hay una única matemática (Aroca, 2007), también se le da el mismo valor a la matemática construida y desarrollada por distintas comunidades (Peña-Rincón, Tamayo-Osorio & Parra, 2015) que a la “matemática abstracta”. Así, la etnomatemática impulsa el respeto a la diferencia, a la solidaridad y la cooperación que aporta a la construcción de un mundo más justo y más digno para todos (Fuentes, 2014).

Peña-Rincón, Tamayo-Osorio y Parra (2015) plantearon que la Etnomatemática busca “valorar y fortalecer el patrimonio sociocultural de los pueblos, comunidades y grupos socioculturales mediante el estudio de sus prácticas” (p. 138). Asimismo, este programa centra su objetivo de investigación en el entendimiento, comprensión y desarrollo de técnicas presentes en los miembros de una comunidad cultural cuando utilizan la matemática (Rosa & Orey, 2013). Según Gerdes (2013) la Etnomatemática:

Estudia el saber hacer y los conocimientos matemáticos adquiridos y desarrollados en la actividad práctica, por los vendedores en las calles, por los que cambian dinero, por los cesteros, por los pintores, por las costureras, por las tejedoras, por los jugadores de diversos deportes, por las cocineras. (p. 150).

A lo largo de las últimas décadas a la etnomatemática se le han atribuido varias definiciones e interpretaciones (Fuentes, 2014; Orey y Rosa, 2015) dependiendo del investigador y el momento en que fue presentada, inicialmente se creía que solo se hacía referencia la matemática de grupos indígenas, luego Ascher (1986) ve la etnomatemática como la matemática de los pueblos, Villavicencio (2001) define la Etnomatemática como “el conjunto de saberes producidos o

asimilados por un grupo sociocultural autóctono: contar, medir, organizar el espacio y el tiempo, diseñar, estimar e inferir, vigentes en un propio contexto” (p. 173), Bishop en Blanco y Parra (2009) define la Etnomatemática como la relación entre las matemáticas y la cultura, y así llegamos a una de las últimas definiciones y la que esta investigación toma como constructo teórico, definida la Etnomatemática etimológicamente como "el conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (technés o ticas) para explicar, aprender, conocer, liderar en/con (matemá) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (etnos) de una cultura" (D'Ambrosio, 2014, p. 103).

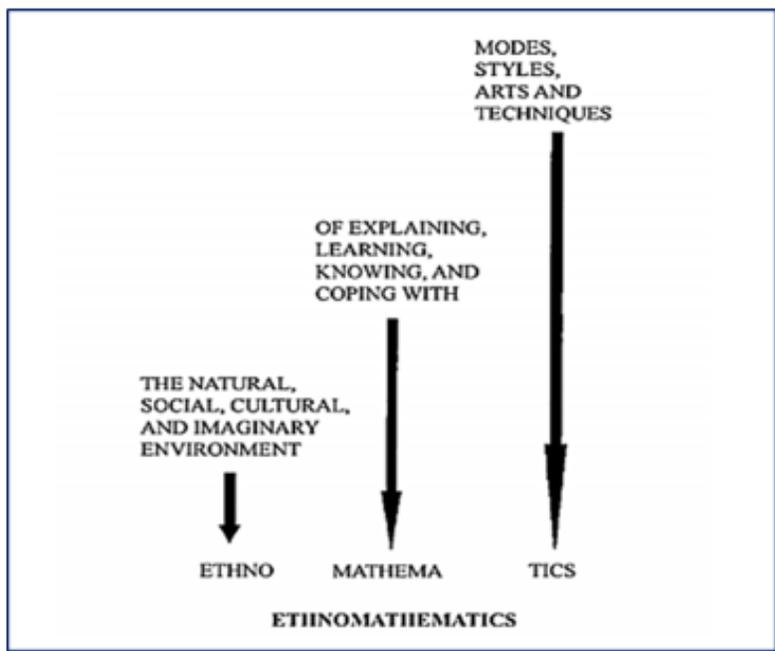


Figura 1. Raíces etimológicas de la palabra Etnomatemática según D'Ambrosio tomado de Aroca (2016).

Esta definición de D'Ambrosio (2014) es nuestra guía para ver las matemáticas practicada por los comerciantes en lo que se refiere a las cuatro operaciones básicas de la aritmética. Se observarán en las prácticas de los comerciantes (Etno) sus estrategias de cálculo aritmético (Ticas) utilizados para comercializar sus productos (Matemá). En otras palabras se van a reportar las estrategias que conocen y practican los comerciantes del mercado de Chilpancingo.

2.2. Estrategias

El concepto de estrategias se ha trabajado y desarrollado desde la milicia, donde se concibe como el arte de concebir y dirigir ciertas operaciones militares (Cabañas, 2000). De manera similar Se consideró a la estrategia como una guía de acción que da sentido y coordinación a todo aquello que hay que realizar para llegar a una meta o a ciertos resultados trazados de manera previa. (García-García, Rodríguez y Navarro, 2015).

Según la Real Academia Española (RAE), define a la estrategia como el “conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima en cada momento” o bien “serie de acciones muy meditadas, encaminadas hacia un fin determinado”

Si abordamos este concepto de estrategia desde la educación matemática, el realizar procesos de cálculo implica utilizar de manera flexible (Gómez, 2008) y oportuna, las propiedades del sistema de numeración y de las operaciones aritméticas para sustituir un cálculo que se propone en una situación dada por otro equivalente, pero más sencillo. Así, se desarrollan estrategias no convencionales, en el sentido que consideran la situación numérica donde se plantea el cálculo a realizar (Gálvez et al., 2011).

Del mismo modo Gómez (1995) menciona que las estrategias se entienden como “principios directores generales de la resolución de un ejercicio aritmético, y que por ello, debiera funcionar con cualquier operación, pues de la estrategia en sí depende la forma en que se manejen los datos” (p. 8).

Tomando en cuenta todas estas formas de definir y mirar a las estrategias, para el caso particular de esta investigación, se considerarán estrategias *al conjunto de reglas o formas de*

proceder de cada comerciante al realizar su cálculo aritmético (Gálvez, 2011; García-García, Rodríguez y Navarro, 2015).

3. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Para la realización de esta investigación se toman en cuenta diferentes constructos y guías para la planeación de la forma de proceder de los investigadores. Esto, se verá planteado y descrito en este apartado, además de las fases necesarias para su desarrollo.

Esta investigación es de tipo cualitativa basada en la etnografía, entendida como un proceso de estudiar la vida humana, donde se utilizan estrategias para recolectar información que representan la concepción del mundo de los participantes que están siendo investigados (Goetz & LeCompte, 1998). Asimismo, la etnografía busca una descripción detallada y amplia de un pueblo, la realizan habitualmente investigadores que pueden pasar un tiempo prolongado en la comunidad que están estudiando, tratando de interpretar y comprender las actividades realizadas en sus vidas, a lo que se hace referencia habitualmente como emplazamiento de campo (Angrosino, 2012).

El trabajo se llevó a cabo en dos etapas. En la primera se procedió a la exploración inicial acudiendo a la observación no participante durante cinco meses, la cual consistió en conocer a los vendedores o comerciantes, las formas de comercializar sus productos, los lugares de trabajo y los momentos disponibles para que nos colaboraran con las entrevistas semiestructuradas. La segunda fase, se centró en la recolección y análisis de los datos.

Para desarrollar estas dos etapas metodológicas, nos basamos en la guía sobre cómo hacer investigaciones en etnomatemáticas que presenta Vásquez (2014), la cual está basada en seis etapas:

- I. Actitud apropiada. Mostramos un comportamiento conveniente y amable para que los comerciantes se sintieran en confianza y poder establecer diálogos con ellos, respetamos su trabajo y tiempo al no interrumpir con sus labores y aceptando los

momentos en que podíamos hacer las entrevistas. La perseverancia fue factor clave para lograr que el comerciante diera evidencia de lo que pretende la investigación, y sobre todo, siempre se mantuvo el respeto y credibilidad hacia la información que nos brindaban los entrevistados.

- II. Preparativos del trabajo. El conocer y hacer una observación no participante durante 5 meses nos permitió familiarizarnos con los comerciantes, las jergas que utilizan y el contexto en que se desenvuelven, se seleccionaron los posibles entrevistados según las habilidades de cálculo que mostraron mientras fueron observados en su práctica, esta selección fue influenciada bajo factores como la rapidez en los cálculos del comerciante, la diversidad de los cálculos exigidos por su oficio, la permisividad del propietario del negocio, entre otros.
- III. Protocolo de ingreso. Cuando se pretendía hacer las entrevistas, se consultó con cada uno de los comerciantes para que nos dieran su aprobación y en algunos casos facilitó este proceso la familiarización que tenían los comerciantes con los investigadores por el tiempo de interacción.
- IV. Método y técnicas apropiadas. Se atendió a la sugerencia que se hace en esta guía que por lo general se utiliza en la mayoría de las investigaciones en etnomatemática que son las entrevistas semi-estructuras.
- V. Registro de la información. Cada una de las herramientas y técnicas de recolección de datos fueron informadas a los vendedores sobre su utilidad, como las grabadoras de audio, cámaras de video y notas de campo.
- VI. Final del estudio. Se le agradeció a cada uno de los comerciantes entrevistados por su colaboración con la investigación y el tiempo prestados, además se ha seguido

haciendo seguimiento a estos comerciantes por si puede aparecer información que contribuya al estudio.

Resumiendo esta guía, de manera general las tres primeras etapas se basó en la observación no participante, la familiarización de los investigadores con el contexto y sus participantes, la delimitación de los entrevistados en relación al objetivo de investigación y la permisividad de la población de estudio para que los investigadores desarrollaran la investigación. En las tres etapas finales de la guía es donde se desarrolló la intervención de los investigadores con las entrevistas semi-estructuradas y las herramientas de recolección de datos.

A continuación, se detallarán los aspectos tomados en cuenta por esta guía de investigación en etnomatemática en los siguientes apartados:

3.1 Contexto

Este trabajo se llevó a cabo con comerciantes del mercado público Baltazar R. Leyva Mancilla de la ciudad de Chilpancingo, Guerrero (México). Además, es el mercado más grande de la ciudad, y visitado por la diversidad de alimentos para abastecer a otros establecimientos comerciales y ofrece variedad de platos típicos que caracterizan la gastronomía de la ciudad, así como las formas de vender sus productos como la estudiada. En este mercado no solo trabajan personas residentes o nativas de la ciudad de Chilpancingo, sino que también trabajan personas de otras partes o municipios del estado de Guerrero, incluso personas nativas de otros estados, esto hace que este mercado sea un contexto multicultural donde pueden influir costumbres y creencias de cada persona en sus prácticas.

El hecho de que en este mercado trabajen personas de distintas partes de la nación esto no implica que cada persona ejerza su oficio de manera ajena a ciertas reglas o formas de trabajar de este

contexto, aunque en esta investigación no se desconoce que cada persona puede desarrollar y utilizar ciertas prácticas muy particulares, hay algunas que son propias del contexto del mercado.

La mayoría del comercio en este mercado se lleva cabo con dinero en efectivo, en el caso particular de Chilpancingo con la moneda nacional de México, el Peso Mexicano, desde la moneda de un peso hasta el billete de quinientos pesos, las monedas de cincuenta centavo y billetes de mayor nomenclatura no son tan utilizados digamos por un acuerdo entre la comunidad, ya que existen factores influyentes en esta decisión como el realizar cálculos más rápidos al no utilizar precios que incluyan centavos y facilitar los cambios en las compras al pagar con billetes de baja cantidad y el hecho de recibir como paga de los productos los billetes más elevados implican el despojo de los billetes de menos valor conllevando en algunos casos el impedimento de vender por falta de dineros para dar los cambios.

Todos los comerciantes al momento de colocar los precios de sus productos, además de tener en cuenta lo anteriormente comentado en particular el uso de los centavos, utilizan como unidad de comercio y cálculo el kilogramo de los productos que se venden pesados, las unidades para los productos individuales y contenedores (botes, platillo, bolsa, etc.) de algunas frutas y verduras. Además de darle precio a estas unidades de medida en algunos casos los comerciantes colocan precios más económicos para los compradores dependiendo la cantidad del producto que esté comprando.

Para la comercialización de los productos los comerciantes se ven en la obligación de realizar ciertos cálculos aritméticos que por la práctica que normalmente se puede observar, están relacionadas con las cuatro operaciones básicas de la aritmética (Suma, resta, multiplicación y división). Se ha observado que estos cálculos son realizados de tres formas, una es utilizar la calculadora, otra el uso de lápiz y papel (poco uso) y por medio de cálculos mentales. La

escogencia de estas formas de calcular depende de las cantidades a operar, la rapidez, la eficacia, la confiabilidad, el tiempo, etc. El interés de esta investigación son las estrategias de cálculo aritmético utilizados por los comerciantes al realizarlos de manera mental.

3.2 Participantes

Luego de haber hecho la observación no participante que nos permitió delimitar los posibles comerciantes a ser estudiados y diseñar nuestra entrevista semiestructurada, por el momento los comerciantes a entrevistar eran 8. Se procedió a realizar diálogos con estas personas con la intención de obtener su permiso para desarrollar las entrevistas, lo cual redujo nuestra población a solo 5 comerciantes. Factores que influyeron a que algunos comerciantes rechazaran nuestro propósito fueron el tiempo para atenderlos, la interrupción que puede ocasionar las entrevistas en su trabajo, posibles problemas con sus patrones, la timidez, la poca familiarización con los investigadores, entre otros.

Los cinco comerciantes con que se trabajó en esta investigación, son residentes de Chilpancingo de los Bravos, aunque algunos no son nativos de esta ciudad; estos últimos han llegado a la ciudad por motivos personales o por la necesidad de obtener un trabajo para sobrevivir, sacar adelante a su familia o finalizar sus estudios. A cada uno de los cinco comerciantes se les pidieron datos personales que iban a ser tomados en cuenta para la investigación como la edad, el nivel de estudios, su oficio y los años de experiencia laboral en ese oficio u otro relacionado al contexto.

A continuación, en la tabla 1 se muestra la información de los comerciantes que estuvieron dispuestos a colaborar.

Tabla 1.

Datos de los comerciantes entrevistados del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla de Chilpancingo.

Comerciantes	Edad	Nivel de estudio	Oficio	Experiencia laboral
(C ₁) Alejandro	19 años	Tercer año de preparatoria	Vendedor de verduras y frutas	2 Años
(C ₂) Patricio	49 años	Quinto de primaria	Vendedor de pescado	24 años
(C ₃) Mario	20 años	Cuarto semestre de ingeniería	Vendedor de verduras y frutas	5 meses
(C ₄) Yolanda	28 años	Tercer año de preparatoria	Vendedora de verduras y frutas	14 años
(C ₅) Giovanni	35 años	No escolarizado	Vendedor de productos varios	5 Años

3.3 Recolección de datos

Para la recolección de los datos se aplicaron entrevistas semi-estructuradas durante la práctica comercial de cinco comerciantes informales del mercado público de Chilpancingo, Guerrero. Para iniciar estas entrevistas, se plantearon preguntas para todos los comerciantes de las cuales según las respuestas de los entrevistados, surgían otras preguntas con la intención de comprender sus formas y estrategias de operar utilizando la aritmética en sus oficios. Antes de iniciar con las entrevistas, se conversó con cada uno de los comerciantes donde se le aclaraba que esta entrevista era parte de una investigación para fines académicos de los investigadores y se le explicó cuál era el objetivo de la investigación y que lo se pretendía obtener eran los procesos o el camino que él

tomaba para realizar cada uno de sus cálculos mentales. En la tabla 2 se muestran la guía para la entrevista y las preguntas principales que direccionaban el objetivo de la investigación.

Tabla 2.

Guía para entrevista semi-estructurada.

Vendedor:	Edad:	Oficio:
Grado escolar:	Experiencia:	
1. ¿Usted cómo suma?		
2. ¿Cómo hace para saber cuánto debe cobrar por vender varios productos?		
3. ¿Usted cómo resta?		
4. ¿Cómo hace para dar el cambio a los clientes por sus compras?		
5. ¿Usted cómo multiplica?		
6. ¿Cómo hace para saber cuánto debe cobrar si le compran varios kilogramos o varias unidades de los productos?		
7. ¿Usted cómo divide?		
8. ¿Cómo hace para saber en cuanto debe vender el kilogramo o la unidad de los productos?		

A parte de estas preguntas, en el desarrollo de la entrevista surgieron otras preguntas relacionadas al oficio del comerciante y al objetivo de la investigación, algunos ejemplos de estas son: para la suma *¿Cuánto cobraría si vende 3k de guayaba más 2k zanahoria más 5k de papas?*, para la resta *Si le pago con un billete de \$500 una cuenta de \$175 ¿Cuánto sería el cambio?*, para la multiplicación *¿Cuánto cuestan 17k de jitomate? Y para la división, Si usted compra un costal de 160k de papas en \$2400 ¿Cuánto le sale cada kilo?* La información obtenida en estas entrevistas fue registrada en grabadoras de audios, cámaras de videos y notas de campos hechas por uno de los investigadores. Se recurrió a realizar preguntas con problemas contextualizados a su oficio debido a la estrecha relación que existe entre el contexto cultural y la resolución de problema y a la influencia que tiene esta en la elección de estrategia (García-García, 2014).

3.4 Análisis de datos

Con la finalidad de establecer diferencias y similitudes entre las formas de operar y sacar cuentas, coincidiendo con Deslauriers (2004) quien menciona que es fundamental “descubrir la lógica

subyacente a la praxis de la persona y de la colectividad, comprender la estructura de las influencias y sacar una interpretación coherente” (p. 79). Asimismo, lo propone D’Ambrosio (2014) al afirmar que una “metodología para trabajar en Etnomatemática es la capacidad de observación y análisis. Una vertiente de Etnomatemática es describir y comprender las prácticas de las poblaciones y de diferentes grupos, no necesariamente indígenas o mestizos o habitantes de la periferia” (p. 105).

Tomado en cuenta lo planteado por las dos citas del párrafo anterior, para el análisis de los datos, primero se procedió a las transcripciones de los audios de cada una de las entrevistas (ver tabla 3 donde hay un ejemplo de un fragmento de la transcripción de la entrevista a la comerciante 4), luego se procedió a una triangulación de los datos entre las transcripciones, las notas de campos y la expresión corporal de las comerciantes registradas en las cámaras de video. Esta triangulación de datos, hace referencia a corroborar la información de los audios con lo registrado en las cámaras de video y agregar o complementarla con las notas de campo hechas por los entrevistadores.

Tabla 3.

Extracto de una de las transcripciones de la entrevista del comerciante C4.

Vendedor: Comerciante 4 (Yolanda)	Edad: 28 años	Oficio: vendedora de verduras
Grado escolar: Tercer año de preparatoria	Experiencia: 14 años	
TRANSCRIPCIÓN		
Investigador: <i>Cuando tú mencionas redondeo ¿a qué te refieres?</i>		
Comerciante 4: <i>A que cuando termina en 50 centavos en vez de 50 centavos te agregan otros 50 centavos y se multiplica a peso. O sea, ya de aquí gira para un peso porque no te podemos cobrar 50 centavos porque no tenemos cambio, mejor lo ponemos a peso así que te va a cerrar a 38 pesos.</i>		
Investigador: <i>Es a 7.5 el kilo ¿Verdad?</i>		
Comerciante 4: <i>Sí.</i>		
Investigador: <i>¿Si yo voy a llevar 7 kilos?</i>		
Comerciante 4: <i>Son 53.</i>		
Investigador: <i>53 ¿por qué? Eso es lo que yo quiero saber ¿Cómo lo haces? Así tan rápido ¿en tu mente o como lo haces?</i>		
Comerciante 4: <i>Pues en mi mente... es que ya nos sabemos los precios.</i>		

Al realizar la triangulación de los datos se procedió a una triangulación entre los investigadores para la identificación de las estrategias que utilizan para realizar cada uno de sus cálculos al comercializar sus productos. Estas estrategias fueron analizadas mediante una matematización de los cálculos trabajados, la cual consistió en escribir matemáticamente la forma de proceder del vendedor donde se puedan evidenciar cada una de las operaciones básicas utilizadas, los conceptos y propiedades matemáticas utilizadas.

Por consiguiente, siguiendo el objetivo de la investigación el cual consiste en identificar las estrategias utilizadas por los comerciantes y debido que para esta investigación las estrategias son el conjunto de reglas y formas de proceder que se siguen para realizar cálculos, dentro de la interpretación matemática de los cálculos, se evidenciaron las reglas utilizadas por los comerciantes, las cuales fueron propiedades de las operaciones básicas de la aritmética, conceptos relacionadas a estas operaciones, entre otros (ver en la figura 2 un ejemplo). El nombre que esta investigación le otorga a estas estrategias en lo general están relacionadas con definiciones, conceptos y propiedades reportadas en la literatura estrictamente matemática, a excepción del “complemento aditivo” que fue retomada de (Palacio, Ramírez y Aroca, 2015). Estas estrategias identificadas pertenecen a ese conjunto de tics que utilizan, explican y aprenden (mathema) algunos comerciantes del mercado de Chilpancingo (ethno). Los procesos de identificación de las estrategias podrán ser visualizados en el siguiente capítulo.

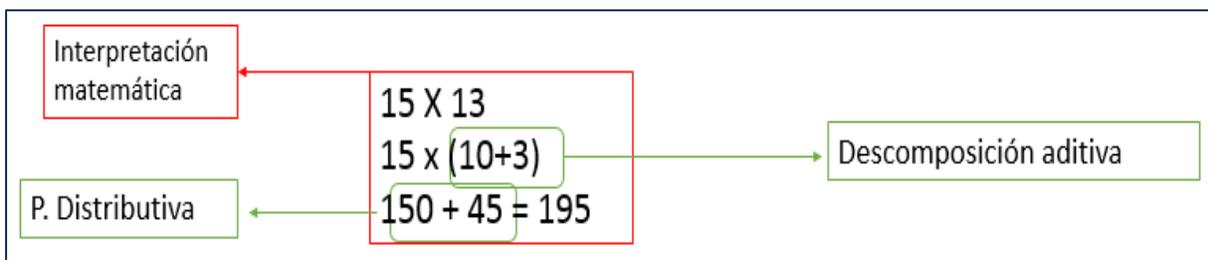


Figura 2. Identificar estrategias dentro de la matematización del cálculo

4. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

A partir del análisis de los datos, llevado a cabo después de hacer las transcripciones de los audios y videos que contenían las entrevistas y conversaciones con los comerciantes. Se logró conseguir el objetivo de la investigación. Se identificaron estrategias matemáticas relacionadas a las cuatro operaciones básicas de la aritmética, al igual se da evidencia de la utilidad de las propiedades de las operaciones, contrastando con lo que sucede en el aula de clase donde los estudiantes las aprenden por su definición y no las relacionan con el objeto matemático al que están conectado sin darle sentido a este proceso o herramienta de cálculo (Gómez, 2008).

Es de aclarar que algunas transcripciones no se presentan en el trabajo debido a sus similitudes en las estrategias utilizadas, con otras estrategias que sí se están mostrando en los resultados. Aunque pueden presentarse los mismos resultados entre los comerciantes, más específicamente los conceptos y propiedades matemáticas, estos se muestran por la diferencia del proceso para llegar al resultado.

Para cada una de los cálculos descritos por cada uno de los comerciantes para realizar sus cuentas, se hace un análisis en conjunto por parte de los investigadores, donde se pretende matematizarlos para así hacer más evidente el uso de cada estrategia matemática en el proceso de cálculo. Esto se puede ver en la segunda columna de cada uno de las tablas donde se presentan los resultados del análisis, a esta columna se le llamó “interpretación matemática”.

A continuación, se mostrarán extractos de las entrevistas de cada uno de los comerciantes que estarán representados por la letra C y un número dependiendo del orden en el trabajo (comerciante 1, C1), este número no representa importancia ni relevancia para la investigación. Los investigadores están representados en las transcripciones de la siguiente manera: investigador

1 (I1), investigador 2 (I2) e investigador 3 (I3). Para realizar una adecuada presentación de los resultados, estos se mostraran por comerciantes.

La presentación de los resultados en cada uno de los apartados por comerciantes, primero se analiza la descripción del cálculo que hace el comerciante, haciendo una interpretación matemática de esta descripción para luego identificar las estrategias inmersas en esos cálculos. Siguiendo a esto, al final de cada apartado, se presenta una tabla por cada comerciante donde se resumen los cálculos y las estrategias utilizadas por el comerciante, estas tablas están compuestas por tres columnas, la primera es la descripción del cálculo, la segunda es la interpretación matemática que le dan los investigadores a ese cálculo y en la tercera columna se exponen las estrategias inmersas en esos cálculos. La cantidad de filas en las tablas, van a depender de la cantidad de cálculos diferentes que envía el comerciante.

4.1 Comerciante 1 (C1)

El comerciante C1 es un joven de 19 años que actualmente se encuentra estudiando tercer año de preparatoria, él lleva 2 años trabajando en el mercado de Chilpancingo desempeñándose como vendedor de frutas y verduras. C1 trabaja con dos personas más en el puesto de ventas, trabaja de lunes a viernes después de ir a la escuela, los sábados y domingo todo el día. Básicamente su labor consiste en abastecer y surtir las canastas donde se exhibe la mercancía a comercializar, además de atender a los clientes, vendiéndoles las frutas y verduras. Aunque en algunos casos existe un semi-autoservicio en el negocio ya que la mayoría de clientes escogen la mercancía y el comerciante se encarga de cobrarles, en otros casos, los comerciantes realizan todo el oficio de empaque y venta de la compra. En los dos casos C1 debe de realizar cálculos para saber cuánto es el valor que cobrará por las compras de los clientes.

Con la entrevista realizada por los investigadores, se pretendió que C1 describiera los cálculos que el hacía en su oficio cuando vendía sus producto, pero cuando estos cálculos fueran mentales. C1 comentó que de ser posible, los cálculos los hacía por medio de una calculadora, pero como en el negocio había una sola calculadora, esto hacia que cuando esta calculadora estaba siendo utilizada por otro de sus compañeros de trabajo, él recurriera al cálculo mental.

Siguiendo lo anterior, los investigadores indagaron por estos cálculos mentales que regularmente realizaba C1, de esta manera, C1 explica desde su experiencia la forma como procede para calcular los valores de los productos que comercializa sin hacerlo explicito, describe formas de utilizar y realizar las operaciones básicas, identificadas como estrategias.

A continuación se presentaran las transcripciones de los cálculos de C1 y su respectivo análisis:

4.1.1 Extracto 1, C1.

En este extracto se muestra como el comerciante describe el cálculo que realiza mentalmente cuando le piden una cantidad de kilos de un producto, en este caso se le pregunta cuánto cobraría por quince kilos de fresa si el kilo tiene un valor de ocho pesos:

I₂: La fresa cuesta quince pesos si, voy a comprar ocho kilos, ¿cuánto me cobrarías?

C₁: Multiplico Ocho por quince, ocho por diez son ochenta, y cinco por ocho son cuarenta serian en total ciento veinte pesos.

I₂: ¿por qué multiplicas por diez y por cinco si lo que se te piden son quince kilos?

C₁: porque el precio de quince kilos es lo mismo que el precio de diez kilos más el precio de cinco kilos.

I₂: ok, pero entonces según lo que me dices también, se podría decir que el precio de ocho kilos más el precio de siete kilos también sería igual al precio de los quince kilos.

C₁: sí.

I₂: entonces ¿por qué multiplicas el ocho con el diez y el cinco si también lo puedes hacer con otros números?

C₁. Porque con el diez sería más fácil el cálculo, ya que por diez solo es agregarle un cero al precio del kilo, o sea serían ochenta pesos, y los cinco kilos sería la mitad que es cuarenta, entonces en total son ciento veinte pesos.

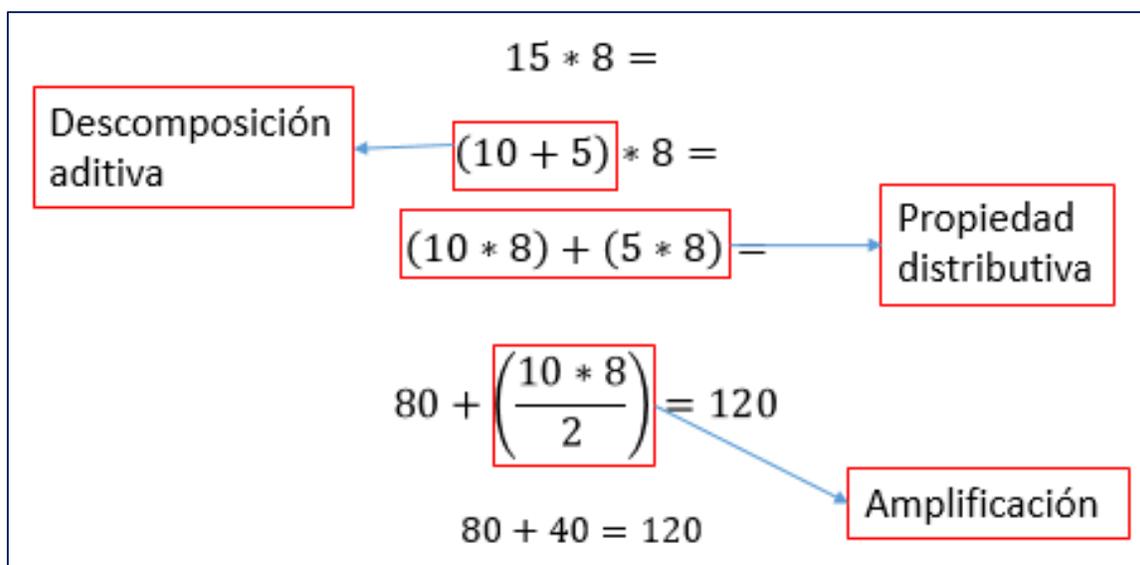


Figura 3. Interpretación matemática del cálculo de 15 kg de fresa hecho por C1

Tanto en el extracto como en la interpretación matemática que le dan los investigadores al cálculo de C1, podemos observar que el sujeto utiliza una de las estrategias más comunes que se presentan por parte de esta población que es la *descomposición aditiva*, ya que la necesidad del cálculo es realizar una multiplicación, C1 procede a descomponer uno de los factores en una suma donde los sumandos sean cantidades que para él son más fáciles de multiplicar, como es el caso

de multiplicar por el número diez. Como varios comerciantes mencionan solo es agregarle un cero al número y multiplicar por cinco es la mitad de multiplicar por diez, esto último es otra estrategia identificada en el cálculo de C1 denominada *amplificación*. Sabemos que una de las técnicas para facilitar los cálculos en la escuela, por lo general cuando se trabaja con fracciones, es la simplificación, ya que esta reemplaza términos por otros equivalentes, pero más pequeños. Por ende queremos destacar el uso de la *amplificación*, la cual opuesta a la simplificación, que en el caso de C1 le sirvió para obtener el cálculo deseado. El uso de la *descomposición aditiva* por parte de C1 además de lo comentado anteriormente, este comerciante la utiliza como base para luego usar otra estrategia en su cálculo conocida como *propiedad distributiva*, la cual es una de las propiedades de la multiplicación.

4.1.2 Extracto 2, C1.

En este extracto se muestra cuando se le pregunta a C1 sobre el precio de siete kilos de guayaba, cuyo precio por kilogramo es trece pesos. Aquí C1 describe la forma en que realiza ese cálculo mental, dando evidencia de las estrategias que usa.

I₂: Si la Guayaba está a siete pesos y voy a comprar trece kilos ¿Cuánto me cobrarías?

C₁: Trece por siete... a trece le quitas tres, te quedan diez, entonces multiplicas diez por siete y son setenta, luego los tres que le quitaste lo multiplicas por siete y serían veintiuno, más los setenta, serían noventa y uno en total.

I₃: Partes el trece en diez y tres.

C₁: Aja en diez y tres y agarro el siete para compartirlo.

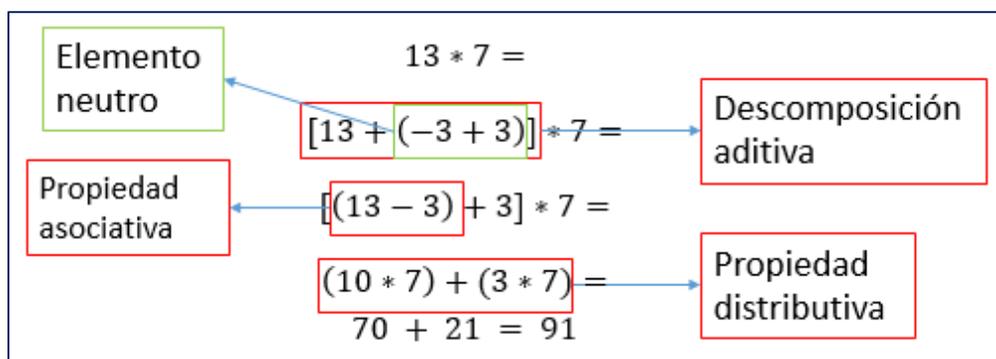


Figura 4. Interpretación matemática del cálculo de 13 kg de Guayaba hecho por C1

En este extracto podemos observar que C1 vuelve a utilizar la estrategia *descomposición aditiva* como premisa para luego apoyarse en la *propiedad distributiva* de la multiplicación para culminar su cálculo, pero la diferencia entre este cálculo y el descrito en el extracto1 de C1, es que acá el comerciante al factor 13 lo descompone restándole 3, pero sabiendo que debe volver a sumar la multiplicación de ese mismo 3 con 7 que en este caso es el precio del kilo, siendo así se puede evidenciar la *propiedad asociativa*. Con estos dos extractos podemos observar que cuando C1 se enfrenta a una multiplicación, él recurre a realizar una descomposición aditiva de uno de los factores donde esta descomposición debe contener como sumando al número 10 ya que como él lo comenta en el extracto 1 el multiplicar por 10 solo es agregarle un cero al número. Otra característica que podemos notar en los cálculos de C1 es que para utilizar la estrategia de descomposición aditiva no tiene como referencia a un factor en específico, en este caso el valor del kilo y la cantidad de kilos, sino que puede utilizar esta estrategia con el factor que más le convenga.

4.1.3 Extracto 3, C1.

En este extracto se muestra la forma de proceder de C1 para calcular el cambio que le debe entregar en el caso de que una persona le paga con un billete de quinientos pesos una compra de ciento treinta y ocho pesos.

I₂: Si te pago con un billete de quinientos pesos y vas a cobrarme ciento treinta y ocho pesos por mi compra ¿Cuánto me daría de cambio?

C₁: Te voy a dar cambio, pues... primero te doy una moneda de a dos pesos para completar ciento cuarenta pesos, luego te doy una moneda de a diez pesos para completar ciento cincuenta pesos y lo que resta son trescientos cincuenta pesos, es tu cambio completo, entonces dos más diez más trescientos cincuenta serían trescientos sesenta y dos pesos de cambio.

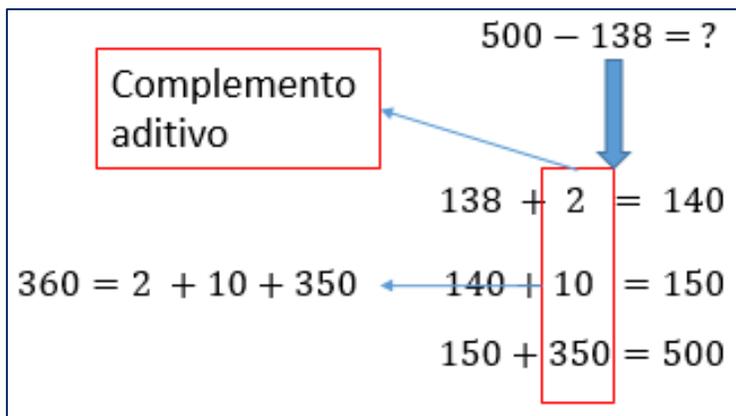


Figura 5. Interpretación matemática del cálculo de C1 para dar un cambio.

Aquí se puede observar como C1 utiliza una estrategia común entre los comerciantes al momento de dar los cambios, se trata de lo que esta investigación denomina *complemento aditivo* tal y como lo plantea (Palacio, Ramírez y Aroca, 2015). Esta estrategia para nuestro juicio también es utilizada por personas que no son propiamente de este contexto comercial, ya que tanto los comerciantes como los compradores tiene plena confianza en esta forma de proceder para los cambios, esto nos

hace pensar que aunque esta estrategia esté presente en el mercado de Chilpancingo, no es exclusiva de este sino que puede ser una estrategia universal cuando nos enfrentamos a una situación similar.

A continuación en la tabla 4 se hace un resumen de los extractos de los cálculos destacados en la entrevista de C1, las respectivas interpretaciones matemáticas de estos cálculos y las estrategias identificada en ellas.

Tabla 4.

Estrategias del comerciante C1.

Transcripción de los cálculos	Interpretación matemática	Estrategias
<i>I₂: La fresa cuesta quince pesos si, voy a comprar ocho kilos, ¿cuánto me cobrarías?</i>	$15 * 8 =$	Descomposición aditiva
<i>C₁: Multiplico Ocho por quince, ocho por diez son ochenta, y cinco por ocho son cuarenta serian en total ciento veinte pesos.</i>	$(10 + 5) * 8 =$	
<i>I₂: ¿por qué multiplicas por diez y por cinco si lo que se te piden son quince kilos?</i>	$(10 * 8) + (5 * 8) =$	Propiedad distributiva
<i>C₁: porque el precio de quince kilos es lo mismo que el precio de diez kilos más el precio de cinco kilos.</i>	$80 + \frac{10 * 8}{2} =$	Amplificación
<i>I₂: ok, pero entonces según lo que me dices también, se podría decir que el precio de ocho kilos más el precio de siete kilos también sería igual al precio de los quince kilos.</i>	$80 + 40 = 120$	
<i>C₁: sí.</i>		
<i>I₂: entonces ¿por qué multiplicas el con el diez y el cinco si también lo puedes hacer con otros números?</i>		
<i>C₁. Porque con el diez sería más fácil el cálculo, ya que por diez solo es agregarle un cero al precio del kilo, ósea serían ochenta pesos, y los cinco kilos sería la mitad que es cuarenta, entonces en total son ciento veinte pesos.</i>		
<i>I₂: Si la Guayaba está a siete pesos y voy a comprar trece kilos ¿Cuánto me cobrarías?</i>	$13 * 7$	Descomposición Aditiva
<i>C₁: Trece por siete... a trece le quitas tres, te quedan diez, entonces multiplicas diez por siete</i>		

<i>y son setenta, luego los tres que le quitaste lo multiplicas por siete y serían veintiuno, más los setenta, serían noventa y uno en total.</i>	$[13 + (-3 + 3)] * 7 =$	Elemento neutro
<i>I₃: Partes el trece en diez y tres.</i>	$[(13 - 3) + 3] * 7 =$	
<i>C₁: Aja en diez y tres y agarro el siete para compartirlo.</i>	$(10 * 7) + (3 * 7) =$	Propiedad distributiva
	$70 + 21 = 91$	
<i>I₂: Si te pago con un billete de quinientos pesos y vas a cobrarme ciento treinta y ocho pesos por mi compra ¿Cuánto me daría de cambio?</i>	$500 - 138 = \text{¿?}$	Complemento aditivo
	↓	
<i>C₁: Te voy a dar cambio, pues... primero te doy una moneda de a dos pesos para completar ciento cuarenta pesos, luego te doy una moneda de a diez pesos para completar ciento cincuenta pesos y lo que resta son trescientos cincuenta pesos, es tu cambio completo, entonces dos más diez más trescientos cincuenta serían trescientos sesenta y dos pesos de cambio.</i>	$138 + 2 = 140$	
	$140 + 10 = 150$	
	$150 + 350 = 500$	
	↓	
	$2 + 10 + 350 = 362$	

4.2 Comerciante 2 (C2)

El comerciante C2 es un señor de cuarenta y nueve años de edad, quien solo realizó sus estudios escolares hasta el grado quinto de primaria. Este comerciante lleva trabajando en el mercado de Chilpancingo veinticuatro años, de los cuales, los últimos quince tiene como oficio ser vendedor de pescados y mariscos; él mencionó que se le hizo más fácil esta área del comercio debido a que proviene de la región Costa Chica en el Estado de Guerrero, además que conocía muy bien sobre los productos que iba comercializar, así como también tenía buenos contactos para que le surtieran el negocio.

C2 tiene su puesto de trabajo en una de las calles laterales a las naves del mercado, ahí trabaja con su esposa, una de sus hijas y un ayudante más. Su trabajo consiste en vender pescados y mariscos por kilos, algunos son: la mojarra, el bagre, camarones, etc. El precio de los kilos de los productos depende de la temporada o la pesca de los mismos, si hay abundancia de peces, los precios suelen bajar, además aunque los productos son comercializados por su peso, C2 también varía el precio de los pescados dependiendo su tamaño.

Los investigadores le realizaron las entrevistas a C2 en su lugar de trabajo al igual que los demás comerciantes con la intención de observar su práctica y poder indagar esas formas de calcular que él utiliza. C2 comenta que por lo general para la venta de los productos y calcular el valor a cobrar, él realiza los cálculos de manera mental, que tampoco la calculadora la utiliza para dividir y saber el precio del producto para poder comercializarlo como hace la mayoría de los comerciantes del mercado, sino que cuando él compra los pecados y marisco ya él sabe un valor estimado dependiendo de a como se los vendan y así establece el precio de los productos para su negocio. Para ejemplificar un poco más sobre este cálculo estimado, C2 tiene establecido cuanto más o menos debe de ganar por la venta de sus productos, entonces lo que C2 hace es multiplicar un precio considerado del kilo del producto por la cantidad que compró y luego compara los valores de lo que invirtió y lo que obtendría si vende todo el producto, además en esta estimación C2 también considera otros factores como las pérdidas diarias que puede tener por la no venta en un tiempo considerable donde sus productos tengan un buen estado para ser vendidos.

A continuación, se muestran extractos de las entrevistas realizadas a C2 con su respectivo análisis y las estrategias identificadas en ellos.

4.2.1 Extracto 1. C2.

En este extracto se muestra cómo los investigadores le preguntan a C2 cuánto cobraría si le compran veintisiete kilos de mojarra si el kilo de esta cuesta cincuenta pesos. C2 procede en aclarar que como él no se apoya en la calculadora, tampoco utiliza una hoja, entonces lo que hace es un cálculo mental.

I2: usted me dice que el kilo de esta mojarra vale cincuenta pesos, entonces ¿cuánto cobraría por veintisiete kilos?

C2: los veintisiete kilos cuestan mil trescientos cincuenta pesos.

I2: ¿Cómo hizo usted para encontrar ese valor?

C2: Porque no ocupo calculadora, no ocupo eso (hoja), entonces uso la memoria.

I2: Bueno no me escriba, pero dígame cómo hizo para llegar a los mil trescientos cincuenta pesos.

C2: Puse a trabajar la mente y saqué la cuenta, en los veinte kilos son mil pesos, ahora los siete kilos son trescientos cincuenta pesos. Luego sumo los valores y da como resultado mil trescientos cincuenta pesos.

I2: ¿cuándo usted dice que pone a trabajar la mente a que se refiere?

C2: pues que yo sé que los diez kilos son quinientos pesos, entonces los veinte kilos es el doble, o sea mil pesos.

I2: ¿y con los otros siete kilos?

C2: Pues los cinco kilos es la mitad de quinientos que serían doscientos cincuenta pesos más cien pesos que cuestan los dos kilos más para completar los siete, entonces sería trescientos cincuenta pesos para un total de mil trescientos cincuenta pesos.

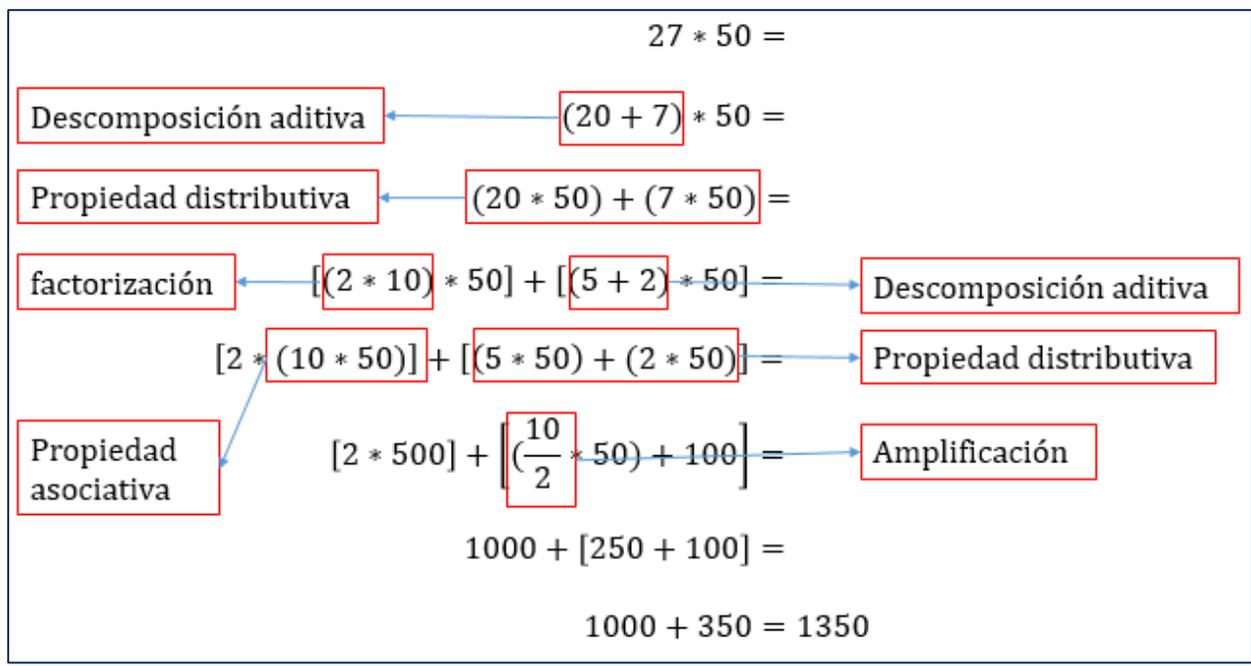


Figura 6. Interpretación matemática del cálculo para 27 kilos de pescados por C2.

Una de las cosas que queremos destacar es el hecho de que cada persona es independiente y autónoma en las formas de calcular y de las estrategias que utiliza. Si observamos la interpretación matemática del extracto 1 de C2 puede parecer muy extenso todo lo que hace una persona para multiplicar dos números, haciéndonos las preguntas ¿Realmente hace todo eso en su mente? ¿Una estrategia no debería recortar el tiempo y el camino? Para la primera pregunta se puede responder que C2 sí utiliza todas estas estrategias pero todo esto es en cuestión de segundos, el hecho de que sea extensa su descripción, cada una de las justificaciones que da sobre cada estrategia que utiliza nos da evidencia de la confianza que tiene sobre los pasos que realiza y de qué manera le ayudan en su cálculo. Esta investigación pretende darle una matematización al cálculo que describe el comerciante, por ende a otra persona distinta a C2 le puede parecer demorada su forma de calcular, pero como estos cálculos son exclusivamente de C2, para él si se le hace corto y confiable.

En este extracto C2 da evidencia de utilizar como estrategias bases a la *descomposición aditiva*, la *factorización* y la *amplificación*, las cuales le ayudan para luego usar otras estrategias como la propiedad distributiva. Esto nos muestra que una de las recurrencias que tienen los comerciantes es el remplazar los números a operar por una operación equivalente para poder facilitar su cálculo, cuando hacen la descomposición aditiva la utilizan para sustituir uno de los factores y poder utilizar la propiedad distributiva o asociativa, la factorización la utilizan para sustituir uno de los factores y utilizar la propiedad asociativa, así vemos como los comerciantes juegan de cierta manera con los números en sus cálculos mentales.

4.2.2 Extracto 2, C2.

En este extracto, C2 describe como procede él para calcular un valor para una situación planteada por los investigadores, la cual consistía en que C2 calculara cuánto dinero cobraría si conoce el valor del billete con que se le paga en la compra y el valor del cambio, cabe destacar que esta no es una situación que normalmente vive o con la que se puedan enfrentar los vendedores, pero se le planteó al comerciante con la intención de que evidenciara sus formas de proceder mentalmente y las estrategias que utilizaría que son el objetivo de esta investigación.

I2: Si yo le pago con un billete de doscientos pesos, y usted me da un cambio, digamos que me tiene que dar cuarenta y nueve pesos de cambio ¿Cuánto me cobró?

C2: Pues ciento cincuenta y un pesos.

I2: ¿Cómo hizo para que saber que son ciento cincuenta un pesos?

C2: Bueno, para saber cuánto te cobré en los doscientos para darte cuarenta y nueve pesos, a los doscientos tengo que quitarle los cuarenta y nueve que te doy de cambio, entonces el cuarenta y nueve es casi cincuenta, entonces al doscientos le quitamos cincuenta y serían 150, luego le

sumamos uno que se le puso al cuarenta y nueve para que fueran cincuenta y eso nos da ciento cincuenta y un pesos.

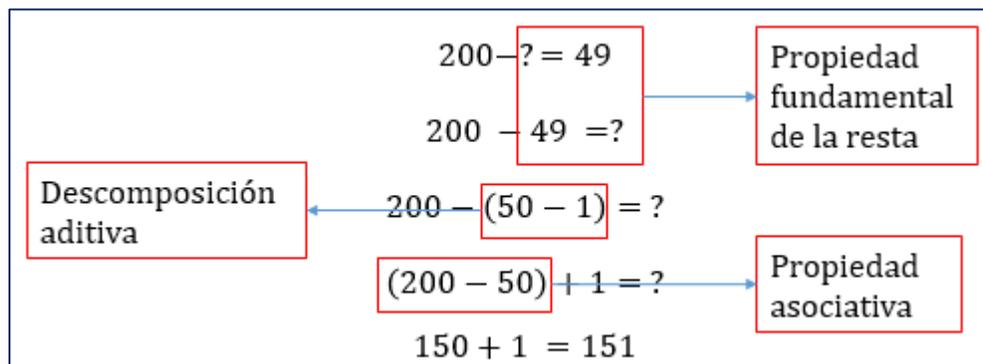


Figura 7. Interpretación matemática de los cambios de C2.

Mientras en el comerciante C1 vimos la estrategia del *complemento aditivo* cuando se enfrentaba a dar cambio de las compras realizadas por los clientes, C2 recurre a una *descomposición aditiva* del sustraendo para poder operar con un valor más fácil de sustraer. Como la pregunta que se le hace a C2 por parte de los investigadores es sobre cuánto él estaría cobrándole a un cliente si le paga con un billete de doscientos pesos y le dio de cambio cuarenta y nueve pesos, lo primero que hace C2 es reconocer que para saber cuánto cobró debería restarle al billete de doscientos pesos los cuarenta y nueve pesos que dio de cambio, evidenciando el uso de la *propiedad fundamental de la resta* (*restar la diferencia al minuendo es igual al sustraendo*), seguidamente hace una *descomposición aditiva* al sustraendo, esto con el objetivo de restarle un valor más cómodo de calcular para C2, en este caso cincuenta pesos.

A continuación en la tabla 5 se resumen las estrategias identificadas en los cálculos de C2.

Tabla 5.

Estrategias del comerciante C2.

Transcripción de los cálculos	Interpretación matemática	Estrategias
-------------------------------	---------------------------	-------------

<p>I2: usted me dice que el kilo de esta mojarra vale cincuenta pesos, entonces ¿cuánto cobraría por veintisiete kilos?</p>	$27 * 50 =$	Descomposición aditiva
<p>C2: los veintisiete kilos cuestan mil trescientos cincuenta pesos.</p>	$(20 + 7) * 50 =$	Propiedad distributiva
<p>I2: ¿Cómo hizo usted para encontrar ese valor?</p>	$(20 * 50) + (7 * 50) =$	Factorización
<p>C2: Porque no ocupo calculadora, no ocupo eso (hoja), entonces uso la memoria.</p>	$[(2 * 10) * 50] + [(5 + 2) * 50] =$	Propiedad asociativa
<p>I2: Bueno no me escriba, pero dígame como hizo para llegar a los mil trescientos cincuenta pesos.</p>	$[2 * (10 * 50)] + [(5 * 50) + (2 * 50)] =$	Amplificación
<p>C2: Puse a trabajar la mente y saqué la cuenta, en los veinte kilos son mil pesos, ahora los siete kilos son trescientos cincuenta pesos. Luego suma los valores y da como resultado mil trescientos cincuenta pesos.</p>	$[2 * 500] + \left[\left(\frac{10}{2} * 50 \right) + 100 \right] =$	
<p>I2: ¿cuándo usted dice que pone a trabajar la mente a que se refiere?</p>	$1000 + [250 + 100] =$	
<p>C2: pues que yo sé que los diez kilos son quinientos pesos, entonces los veinte kilos es el doble, o sea mil pesos.</p>	$1000 + 350 = 1350$	
<p>I2: ¿y con los otros siete kilos?</p>		
<p>C2: Pues los cinco kilos es la mitad de quinientos que serían doscientos cincuenta pesos más cien pesos que cuestan los dos kilos más para completar los siete, entonces sería trescientos cincuenta pesos para un total de mil trescientos cincuenta pesos.</p>		
<p>I2: Si yo le pago con un billete de doscientos pesos, y usted me da un cambio, digamos que me tiene que dar cuarenta y nueve pesos de cambio ¿Cuánto me cobró?</p>	$200 - ? = 49$	Propiedad fundamental de la resta
<p>C2: Pues ciento cincuenta y un pesos.</p>	$200 - 49 = ?$	Descomposición Aditiva

<i>I2: ¿Cómo hizo para que saber que son ciento cincuenta un pesos?</i>	$200 - (50 - 1) = ?$	Propiedad asociativa
<i>C2: Bueno para saber cuánto te cobré en los doscientos para darte cuarenta y nueve pesos, a los doscientos tengo que quitarle los cuarenta y nueve que te doy de cambio, entonces el cuarenta y nueve es casi cincuenta, entonces al doscientos le quitamos cincuenta y serían 150, luego le sumamos uno que se le puso al cuarenta y nueve para que fueran cincuenta y eso nos da ciento cincuenta y un pesos.</i>	$(200 - 50) + 1 = ?$ $150 + 1 = 151$	

4.3 Comerciante 3 (C3)

El comerciante C3 es un joven de veinte años de edad; estudia el cuarto semestre de ingeniería de la Universidad Autónoma de Guerrero. C3 trabaja en un puesto de venta de verduras y frutas en el mercado de Chilpancingo para poder ayudar a su familia y continuar en sus estudios a nivel superior. La experiencia que C3 tiene en este trabajo es de cinco meses, en los cuales maneja un horario laboral de lunes a sábado antes y después de sus clases, dependiendo de su horario en la carrera universitaria y los domingos todo el día. El puesto de trabajo pertenece a su tía, trabaja en compañía de dos primos. La función de C3 en el negocio es de vender los productos del negocio, C3 comenta que como el negocio tiene bastantes ventas diarias en algunas horas, entonces, dice que las cuentas deben de sacarse rápidamente y que los clientes obtengan un buen servicio y queden satisfechos.

En algunos momentos del día C3 debe de atender a varias personas a la vez, lo que hace que mantenga una buena concentración y atención, para la rapidez de la que C3 habla en sacar las cuentas, menciona que para él se le hace más fácil y rápido hacerlo mentalmente, ya que en la

calculadora cuando se comete un error para digitalizar los números debe de empezar de nuevo el cálculo, pero que en la mente se imagina los números y los va operando. Los investigadores procedieron a realizarle la entrevista a C3 para que explicara la forma en que realiza sus cálculos de manera mental.

A continuación, se mostrarán extractos donde C3 describe algunos de las formas de calcular que él hace.

4.3.1 Extracto 1, C3.

En el siguiente extracto C3 describe como realiza su cálculo para saber cuánto debe de cobrar si se le compran cierta cantidad de kilogramos de guayaba para la promoción que maneja de dos kilos por quince pesos.

I₂: ¿A cómo está la guayaba?

C₃: Dos kilos por quince.

I₂: ¿Si llevo cinco kilos, cuánto costaría?

C₃: como son cinco, los dos kilos son quince pesos y tu vuelvas a sumar dos kilos más para treinta pesos, el kilo cuesta ocho, entonces sería 38 por cinco kilos.

I₂: pero si los dos kilos cuestan quince pesos ¿por qué el kilo cuesta ocho pesos?

C₂: en realidad el kilo sería siete pesos con cincuenta centavos pero aquí no se usa la moneda de 50 centavo, lo que hacemos es que se sube al número que sigue o sea ocho.

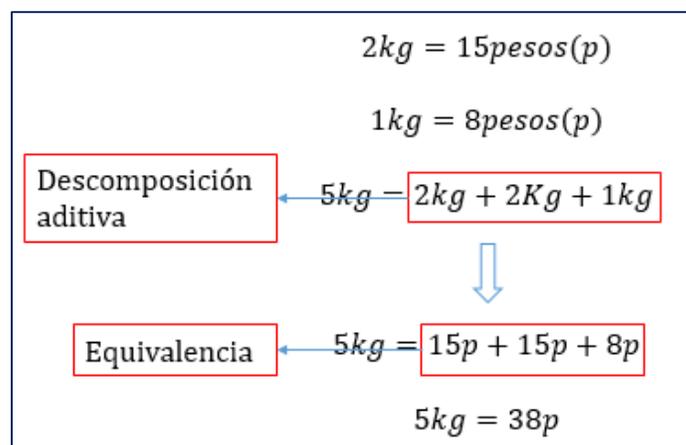


Figura 8. Interpretación matemática del cálculo de C3 para 5kg de guayaba.

En este extracto se quiere destacar una de las situaciones que comúnmente están en el mercado y son los precios que los comerciantes le dan a diferentes cantidades del mismo producto, ya sea por promoción o como estrategia para atraer a los clientes. Esto sucede en el negocio donde trabaja C3, ya que en el caso particular de la guayaba existía un precio si se compraban dos kilos de guayaba y otro precio si se compraba un kilo de guayaba. Para los dos kilos el precio era de quince pesos, pero para el caso de un kilo el valor de comercio era de ocho pesos. Los investigadores cuestionaron a C3 sobre esto, lo que el comerciante argumentó es que ellos no manejan en sus precios la moneda de cincuenta centavos y que cuando hay casos como el de la guayaba donde el precio de dos kilos es de quince pesos y el de un kilo por lógica o equivalencia sería de siete pesos con cincuenta centavos, ellos lo que hacen es subir el precio a la unidad siguiente, en este caso sería a ocho pesos.

Debido a lo comentado anteriormente, C3 cuando se enfrenta a la venta de una cantidad impar en los kilos, recurre a hacer una *descomposición aditiva* donde estén de dos en dos los kilos más un kilo para completar el número impar, para luego realizar una sustitución por sus precios *equivalentes* a cada cantidad realizar la suma de los precios.

4.3.2 Extracto 2, C3.

A continuación se muestra la descripción que hace C3 sobre la forma en que él daría los cambios en el caso hipotético que se le pague con un billete de quinientos pesos una compra de doscientos veintitrés pesos.

I₂: ahora voy a pagar con un billete de quinientos pesos, la cuenta me dio doscientos veintitrés pesos ¿cómo haces para darme el cambio?

C₃: Digamos que son doscientos veintitrés pesos, o sea lo hago así, te doy veintisiete pesos para llegar a doscientos cincuenta pesos, luego te doy cincuenta más y serían setenta y siete pesos, y tienes lo que son cerrado trescientos pesos, y ya le sumas los doscientos pesos para los quinientos pesos, entonces yo te daría de cambio doscientos setenta y siete pesos.

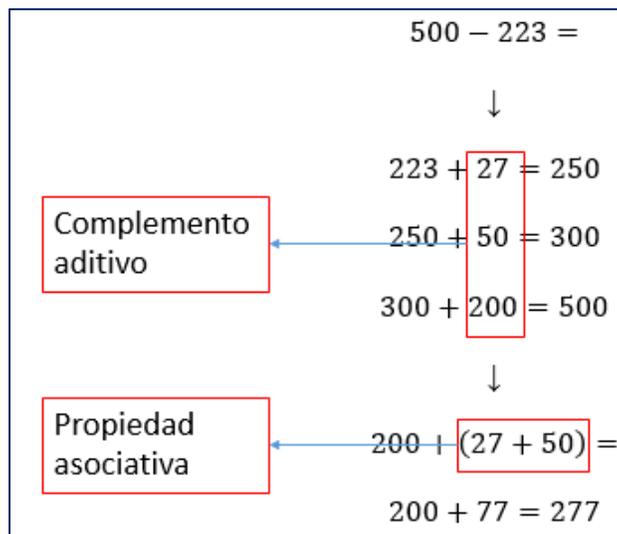


Figura 9. Interpretación matemática de la forma en que C3 da los cambios, situación 1.

La estrategia que utiliza C3 para este tipo de cálculo es el *complemento aditivo* como lo han evidenciado la mayoría de sus colegas. Luego de que C3 hace su cálculo completando el valor de los quinientos pesos, él debe sumar todas las cantidades que agregó y en este proceso da

evidencia de que utiliza la propiedad asociativa para sumar primero las cantidades más convenientes para él, en este caso veintisiete más cincuenta pesos para luego sumarle los doscientos pesos adicionales.

4.3.3 Extracto 3, C3.

En el extracto siguiente la pregunta que los investigadores le hacen a C3 demanda el cálculo de la diferencia entre dos cantidades, se le había preguntado a los comerciantes incluyendo a C3 sobre cómo hacen la devolución de los cambios para sus clientes, pero en este extracto se pregunta al comerciante cómo calcularía en una situación donde por cuestiones de dinero tenga que pedirle una mayor cantidad de dinero al cliente para poder darle su cambio, es decir que se está manejando otra incógnita para esta situación.

I₂: si tú me estuvieses que dar treinta y siete pesos de cambio y no lo tienes, me pidas algo de más, para que ya no me tengas que dar treinta y siete pesos de cambio sino cuarenta y cinco pesos, ¿Cuánto me pediste?

C₃: o sea, así como me lo dices, prácticamente tengo treinta y siete pesos nada más, entonces le sumas, cuarenta y cinco pesos menos treinta y siete pesos son; treinta y siete pesos más tres pesos serían cuarenta y cinco pesos más serían... ocho pesos te pedí para llegar a cuarenta y cinco pesos.

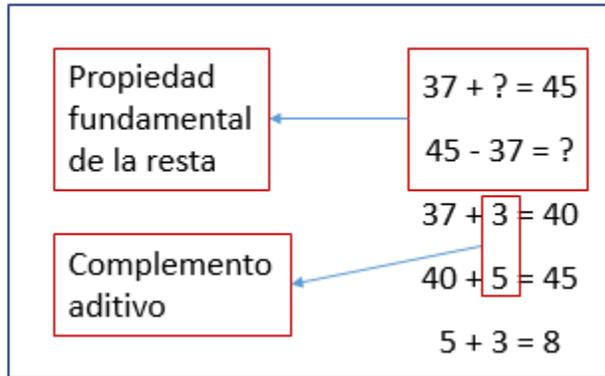


Figura 10. Interpretación matemática de la forma en que C3 da los cambios, situación 2.

Cuando se le hace este cuestionamiento a C3, él da evidencia de reconocer, sin saber su nombre, una de las propiedades de la sustracción conocida como *propiedad fundamental de la resta*, ya que afirma que para saber cuánto dinero pidió de más para poder dar el cambio, es lo mismo que restarle los treinta y siete pesos a los cuarenta y cinco pesos que fue el cambio final entregado al cliente. Luego de utilizar la estrategia anterior para facilitar su cálculo, C3 recurre a la estrategia del *complemento aditivo* para determinar cuál es la cantidad de pesos que le pidió al cliente para culminar la situación planteada.

A continuación en la tabla 6 se puede observar un resumen de las estrategias utilizadas por C3 en sus cálculos.

Tabla 6.

Estrategias del comerciante C3.

Transcripción de los cálculos	Interpretación matemática	Estrategias
I_2 : ¿A cómo está la guayaba? C_3 : Dos kilos por quince.	$2kg = 15pesos(p)$	
I_2 : ¿Si llevo cinco kilos, cuánto costaría? C_3 : como son cinco, los dos kilos son quince pesos y tu vuelvas a sumar dos kilos más para treinta pesos, el	$1kg = 8pesos(p)$ $5kg = 2kg + 2kg + 1kg$ ↓ entonces	Descomposición aditiva Equivalencia

kilo cuesta ocho, entonces sería treinta y ocho pesos por cinco kilos.
 I2: pero si los dos kilos cuestan quince pesos ¿por qué el kilo lo cuesta ocho pesos si?

$$5kg = 15p + 15p + 8p$$

$$5kg = 38p$$

C2: en realidad el kilo sería siete pesos con cincuenta centavos pero aquí no se usa la moneda de cincuenta centavo, lo que hacemos es que se sube al número que sigue o sea ocho.

I2: ahora voy a comprar con un billete de quinientos pesos, la cuenta me dio doscientos veintitrés pesos ¿cómo haces para darme el cambio?

$$500 - 223 =$$

↓

$$223 + 27 = 250$$

Complemento aditivo

$$250 + 50 = 300$$

Propiedad asociativa

$$300 + 200 = 500$$

↓

$$200 + (27 + 50) =$$

$$200 + 77 = 277$$

I2: si tú me estuvieses que dar treinta y siete pesos de cambio y no lo tienes, me pidas algo de más, para que ya no me tengas que dar treinta y siete pesos de cambio sino cuarenta y cinco pesos, ¿Cuánto me pediste?

$$37 + ? = 45$$

Propiedad fundamental de la resta

$$45 - 37 = ?$$

↓

$$37 + 3 = 40$$

Complemento aditivo

$$40 + 5 = 45$$

↓

$$5 + 3 = 8$$

C3: o sea, así como me lo dices, prácticamente tengo treinta y siete pesos nada más, entonces le sumas, cuarenta y cinco pesos menos treinta y siete pesos son; treinta y siete pesos más tres pesos serían cuarenta y cinco pesos más serían... ocho pesos te pedí para llegar a cuarenta y cinco pesos.

4.4 Comerciante 4 (C4)

El comerciante C4 es una señora de 28 años de los cuales los últimos 14 años de su vida los ha dedicado al oficio de vendedora de frutas y verduras en el mercado. C4 se retiró de la escuela cuando cursaba tercer año de preparatoria y desde entonces se ha dedicado a trabajar de tiempo completo en el mercado, del cual ha cambiado en varias ocasiones de lugar pero sigue siendo en los alrededores del mercado.

C4 es la encargada del puesto de venta y de rendirle cuentas al dueño del negocio, ella trabaja con dos jóvenes masculinos que aparte de realizar la mayoría del trabajo de fuerza como es el cargar los costales con los productos y surtir las canastas de exhibición de los mismos, también la ayudan en la atención a los clientes y en la venta. Cada uno de los trabajadores del negocio durante el día realizan cálculos para comercializar los productos, pero C4 es la que generalmente hace estas cuentas y cobra el dinero a los compradores.

Al igual que los demás comerciantes, se entrevistó a C4 sobre sus formas de realizar sus cálculos y las estrategias que utiliza en ellos, para hacer evidencia de esto, a continuación se muestran algunos extractos de las entrevistas y sus respectivos análisis.

4.4.1 Extracto 1, C4.

En el siguiente extracto se muestra cómo C4 realiza una multiplicación cuando se le plantea una situación que normalmente se le presenta en su trabajo ya que se le colocó un precio ficticio al kilogramo de un producto al decirle que cuánto cobraría por doce kilos si el kilo cuesta siete pesos con cincuenta centavos. En estos precios que incluyen los centavos generalmente ningún vendedor lo utiliza en sus productos, pero la intención de los investigadores fue de indagar sobre las estrategias que utiliza este comerciante cuando se enfrenta a una situación con este tipo de números.

I3: el kilo vale siete pesos con cincuenta centavos ¿Cómo realiza usted el cálculo si se le piden doce kilos?

C4: ¿doce kilos?

I1: Sí

C4: O sea se va multiplicando así, dos kilos son quince pesos, más dos kilos son otros quince pesos para treinta pesos y quince pesos más ya tengo setenta y cinco pesos en seis kilos y el doble serían ciento cincuenta pesos que son los doce kilos.

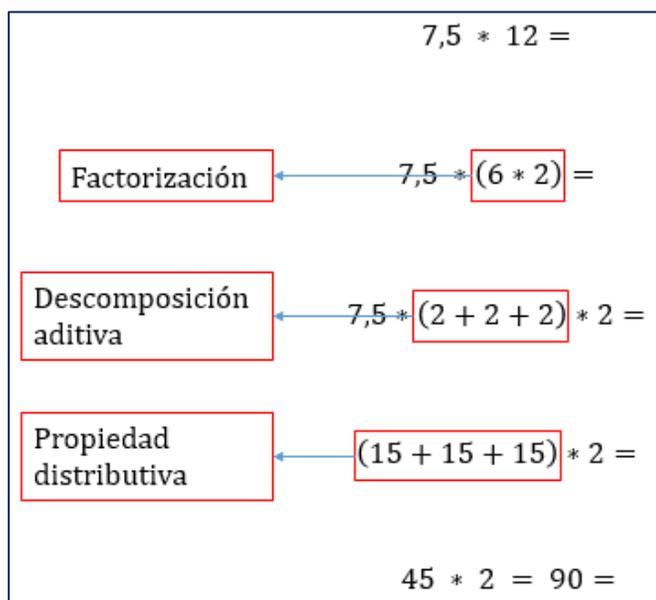


Figura 11. Interpretación matemática de como C4 multiplica decimales.

En la descripción que hace C4 de cómo sería su cálculo muestra que utiliza la *factorización* como estrategia principal, ya que reconoce que al saber el valor de seis kilos solo tendría que doblar el valor para saber el precio de doce kilos, entonces como su objetivo principal es saber el precio de seis kilos lo que hace es una descomposición aditiva de los seis kilos en tres veces dos kilos, ya que dice que los dos kilos cuestan quince pesos, luego suma los quince pesos tres veces

y obtiene que los seis kilos cuestan cuarenta y cinco pesos y los doce pesos sería noventa pesos. Entonces se podría decir que lo hace C4 es multiplicar el precio del kilo por dos para convertir el número a operar en un numero natural y no seguir manejándolo como un decimal como se le habían planteado inicialmente los investigadores, para luego seguir utilizando las estrategias que se le hacen más cómodas a ella y que ya se han identificado.

4.4.2 Extracto 2, C4.

En este extracto los investigadores le plantean una situación similar a los anteriores comerciantes sobre como calcular el cambio que le debe dar a un cliente si le paga con un billete por cierta cantidad a cobrar. Se destaca este extracto porque C4 describe una ruta distinta a los demás comerciantes que recurrían al complemento aditivo como estrategia principal.

*I2: ¿Tú cómo haces para dar el cambio sin utilizar la calculadora, cuanto me tienes que devolver?
¿Qué operación haces o en tu mente? Por ejemplo te pago setenta y cinco pesos con un billete de doscientos pesos.*

C4: Te tengo que dar ciento veinticinco pesos.

I2: ¿Qué hiciste ahí?

C4: Pues... rápido quitarle, doscientos son dos veces cien, a unos de los cien le quito setenta y cinco para veinticinco, luego le regreso los otros cien y son ciento veinticinco.

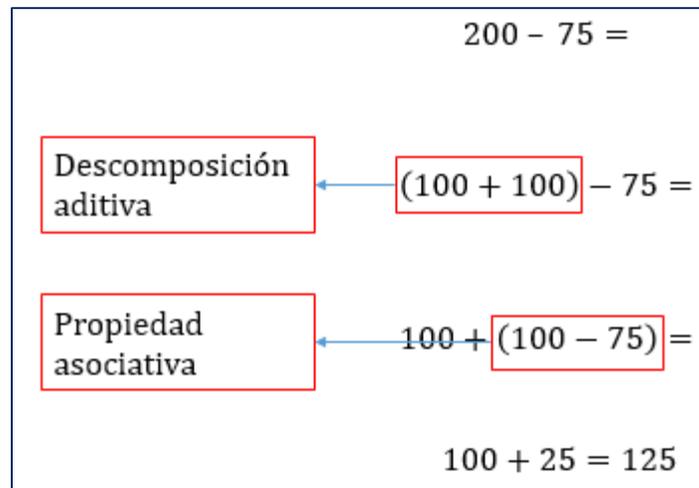


Figura 12. Interpretación matemática de la forma de dar un cambio por parte de C4.

Aquí se destaca que este comerciante utiliza una estrategia distinta a los otros comerciantes entrevistados, ya que a lo que recurre C4 es a hacer una descomposición aditiva del valor del billete para así operar con una cantidad más cercana a la cantidad a cobrar, es decir, luego utiliza la *propiedad asociativa* como estrategia para realizar la resta y, finalmente, sumarle el valor por el cual había descompuesto el billete de doscientos pesos que en este caso la descomposición que hizo fue en la suma de dos billetes de cien pesos.

4.4.3 Extracto 3, C4.

En el siguiente extracto se muestra cuando los investigadores le piden a C4 que calcule el precio de treinta kilos de un producto cualesquiera si cada kilo de este producto cuesta siete pesos con cincuenta centavos y C4 describe su forma de obtener el resultado.

I3: Cuando te pregunté cómo calcularías treinta kilos si el kilo cuesta siete pesos con cincuenta centavos y mencionaste que era setenta y cinco más setenta y cinco... ¿Por qué lo haces así? ¿Por qué sabes que te va a dar el resultado?

C4: Porque sí, porque setenta y setenta son ciento cuarenta más los dos cinco que llevo son ciento cincuenta.

I3: Pero ahí no estas multiplicando por treinta sino por diez y después lo estas sumando tres veces.

C4: Es cierto, lo multiplique por diez más otros setenta y cinco por diez son ciento cincuenta más otros setenta y cinco son doscientos veinticinco.

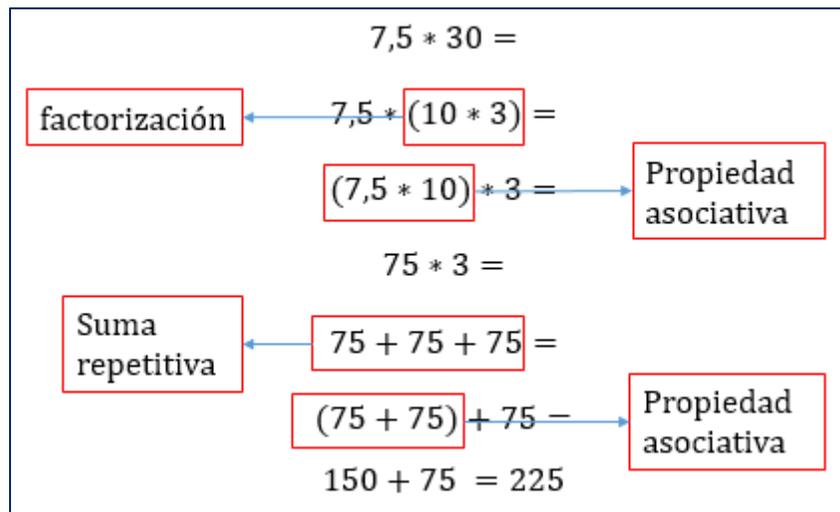


Figura 13. Interpretación matemática de como C4 multiplica utilizando la factorización.

En este extracto se muestra las estrategias que utiliza C4 para multiplicar siete pesos con cincuenta centavos por treinta kilos que se les compraría, aquí la estrategia principal que utiliza el comerciante es factorizar los treinta kilos por los factores diez y tres, esto lo hace con la seguridad de asociar los siete pesos con cincuenta centavos y el diez como factor del treinta, ya que ella afirma que multiplicar por diez con *la propiedad asociativa de la multiplicación* le daría setenta y cinco pesos y ya solo le quedaría sumar tres veces estos setenta y cinco pesos por medio de una *suma repetitiva* y *la propiedad asociativa de la suma* para obtener el cálculo que son doscientos veinticinco pesos.

A continuación en la tabla 7 se muestra un resumen de las estrategias utilizadas por C4 en sus cálculos.

Tabla 7.

Estrategias del comerciante C4.

Transcripción de los cálculos	Interpretación matemática	Estrategias
<i>I3: el kilo vale siete pesos con cincuenta centavos ¿Cómo realiza usted el cálculo si se le piden doce kilos?</i>	$7,5 * 12 =$	Factorización
<i>C4: ¿doce kilos?</i>	$7,5 * (6 * 2) =$	Descomposición aditiva
<i>I1: Sí</i>	$7,5 * (2 + 2 + 2) * 2 =$	
<i>C4: O sea se va multiplicando así, dos kilos son quince pesos, más dos kilos son otros quince pesos para treinta pesos y quince pesos más ya tengo setenta y cinco pesos en seis kilos y el doble serían ciento cincuenta pesos que son los doce kilos.</i>	$(15 + 15 + 15) * 2 =$	Propiedad distributiva
	$45 * 2 = 90 =$	
<i>I2: ¿Tú cómo haces para dar el cambio sin utilizar la calculadora, cuanto me tienes que devolver? ¿Qué operación haces o en tu mente? Por ejemplo te pago setenta y cinco pesos con un billete de doscientos pesos.</i>	$200 - 75 =$	Descomposición aditiva
<i>C4: Te tengo que dar ciento veinticinco pesos.</i>	$(100 + 100) - 75 =$	
<i>I2: ¿Qué hiciste ahí?</i>	$100 + (100 - 75) =$	Propiedad Asociativa
<i>C4: Pues... rápido quitarle, doscientos son dos veces cien, a unos de los cien le quito setenta y cinco para veinticinco, luego le regreso los otros cien y son ciento veinticinco.</i>	$100 + 25 = 125$	
<i>I3: Cuando te pregunté cómo calcularías treinta kilos si el kilo cuesta siete pesos con cincuenta centavos y mencionaste que era setenta y cinco más setenta y cinco... ¿Por qué lo haces así? ¿Por</i>	$7,5 * 30 =$	Factorización
	$7,5 * (10 * 3) =$	
		Propiedad

<i>qué sabes que te va a dar el resultado?</i>	$(7,5 * 10) * 3 =$	Asociativa
<i>C4: Porque sí, porque setenta y setenta son ciento cuarenta más los dos cinco que llevo son ciento cincuenta.</i>	$75 * 3 =$	Suma repetitiva
<i>I3: Pero ahí no estas multiplicando por treinta sino por diez y después lo estas sumando tres veces.</i>	$75 + 75 + 75 =$	
<i>C4: Es cierto, lo multiplique por diez porque sé que los diez kilos son setenta y cinco pesos más otros setenta y cinco por diez son ciento cincuenta más otros setenta y cinco son doscientos veinticinco.</i>	$(75 + 75) + 75 =$	
	$150 + 75 = 225$	

4.5 Comerciante 5 (C5)

El comerciante C5 es un señor de treinta y cinco años de edad quien tiene un negocio de productos en uno de los niveles que se encuentran dentro del mercado de Chilpancingo. Lleva cinco años junto a su esposa en dicho trabajo. Cabe destacar que, de los comerciantes entrevistados, este es el único que no tiene ningún nivel escolar, así lo afirma él al mencionar que nunca fue a la escuela por falta de oportunidades debido a la situación socioeconómica de su familia.

En este negocio C5 comercializa productos que se pueden vender en una tienda de cualquier colonia, productos como huevos, arroz, aceite, bebidas azucaradas, aguas naturales, amaranto, linaza, mole, azúcar, piloncillo, canela etc. C5 menciona que, aunque no fue a la escuela sí conoce los números, pero que la mayoría de los cálculos lo hace con la calculadora, que solo en algunos caso es que él recurre a hacer cálculos mentales, que por lo general lo hace cuando son números pequeños o que él ha trabajado con mayor frecuencia y memoriza cuanto son los valores para ciertas cantidades de cada producto.

Los investigadores tuvieron una entrevista muy conversacional con C5 mientras cumplían con el objetivo de la investigación indagando sobre las estrategias de cálculo utilizadas por este vendedor. En este caso particular de C5, los investigadores tuvieron que salirse un poco de la guía planteada por la entrevista semi-estructuración y tratar de que el comerciante diera evidencia de las estrategias en las que se apoya para los pocos cálculos que hace de manera mental, ya no centrarse en cada una de las operaciones básicas, que de todos modos si se le hicieron preguntas relacionadas, sino en poner el foco en las situaciones que C5 sí se atreve a resolverlas mentalmente y plantearle situaciones similares.

En los siguientes apartados se mostrarán tres extractos donde C5 describe la manera en que resuelve ciertas situaciones que se le pueden presentar en su cotidianidad.

4.5.1 Extracto 1, C5.

En el siguiente extracto se muestra como C5 calcula los precios si le compran varios kilos de mole, ya que en este negocio algunos productos como el mole manejan precios desde fracciones del kilo, normalmente se le coloca el precio del cuarto de kilo. Los investigadores indagaron sobre cómo serían los cálculos que realizaría C5 con estas cantidades.

I2: ok, un cuarto de mole vale veinte pesos, entonces me voy a llevar tres cuartos ¿Cuánto me cobrarías?

C4: tres cuartos son sesenta pesos.

I2: Ok. ¿Un Kilo cuantos cuartos son?

C5: son cuatro cuartos.

I2: ¿y si yo me llevo tres kilos?

C5: Serían ocho... veinticuatro.

I2: Pero me dijiste veinticuatro, si el cuarto vale veinte.

C5: si es cierto, pero yo lo hago así después le agrego el cero, como son tres ochentas es lo mismo sumar tres ochos y luego colocarle un cero.

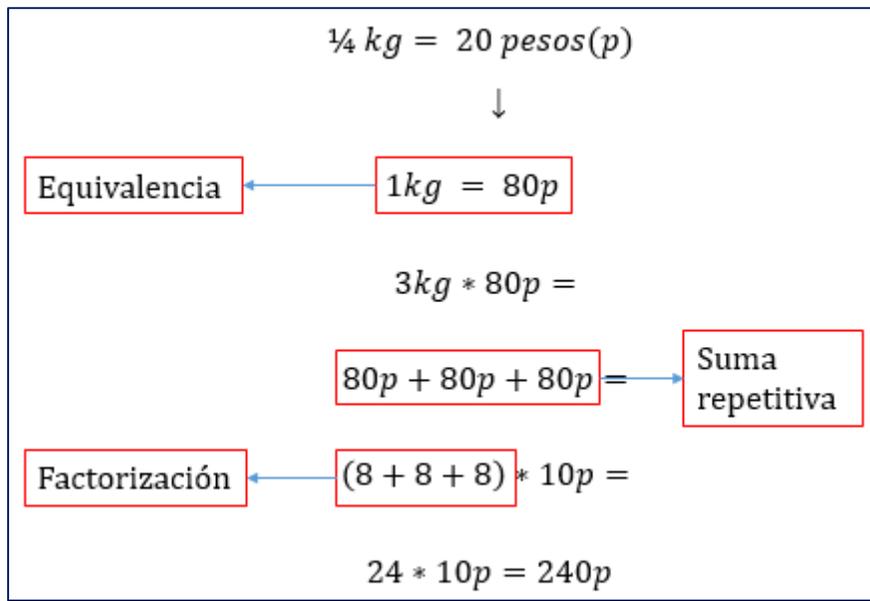


Figura 14. Interpretación matemática 3kg conociendo el valor del cuarto, cálculo de C5.

Vemos como C5 mantiene una *equivalencia* entre el precio del cuarto y el precio del kilo, ya como lo que se le pidió fue el precio de tres kilos, C5 recurre a establecer cuál es el precio un kilo argumentando que como en un kilo hay cuatro cuartos entonces el precio del kilos son ochenta pesos para luego hacer una *suma repetitiva* cuando multiplica por los tres kilos, pero en esta *suma repetitiva* C5 utiliza como estrategia la *factorización* al sumar de ocho en ocho en vez de ochentas afirmando que es lo mismo solo que al final el resultado que obtenga tiene que agregarle un cero. Esto de agregarle un cero al final no es más que multiplicar por diez.

4.5.2 Extracto 2, C5.

En esta parte de la entrevista los investigadores le preguntan a C5 sobre el precio de cinco cuartos de linaza si esta tiene un precio de quince pesos el cuarto y así indagar las estrategias que C5 utiliza al momento de multiplicar. Aquí se le plantea una situación similar a lo descrito en el extracto 3 pero con el objetivo de observar las formas de proceder que tiene C5 cuando trabaja con distintos precios, en este caso el precio es de quince pesos.

I2: Ok ahora, la linaza vale quince pesos el cuarto, voy a llevarme cinco cuartos de linaza ¿Cuánto sería?

C5: serían setenta y cinco pesos

I2: ¿Qué hiciste para llegar a setenta y cinco?

C5: El quince contarlo cinco veces

$$\frac{1}{4}kg = 15\text{pesos}(p)$$
$$15p * \left(\frac{5}{4}kg\right) =$$
$$15p * 5 =$$

Suma repetitiva $\leftarrow 15p + 15p + 15p + 15p + 15p =$

$$= 75p$$

Figura 15. Interpretación matemática cuando C5 toma una fracción como unidad de cálculo, situación 1.

Tanto aquí como en el extracto anterior podemos observar que cuando C5 se enfrenta a una multiplicación y la resuelve mentalmente, lo que realiza es una *suma repetitiva* como estrategia. Aunque no se puede dar certeza de esto, para nuestro juicio el uso de este tipo de estrategia se le atribuye a la falta de escolarización del comerciante. Algo que adicionalmente queremos destacar es que en este extracto C5 da evidencia que el cuarto él no lo ve como una parte de la unidad, sino que para él la unidad de cálculos es el cuarto y por ende al momento de consultarle sobre el precio de los cinco cuartos, menciona que solo es multiplicar por cinco los quince pesos que es el precio del cuarto.

4.5.3 Extracto 3, C5.

En este extracto se le pide a C5 igual que en el extracto 2, que diga el precio de cinco cuartos, pero en este caso sería de amaranto donde el precio del cuarto es de catorce pesos, con el objetivo de observar si mantiene las mismas estrategias o esta varía dependiendo del número a operar.

I1: *Ahora, ¿Cómo sería si me vendes cinco cuartos de amaranto? que vale catorce pesos.*

C5: *Ahí lo hago con calculadora.*

I2: *¿Por qué?*

C5: *Espera, serían por cuatro son cincuenta y seis más catorce serían setenta pesos.*

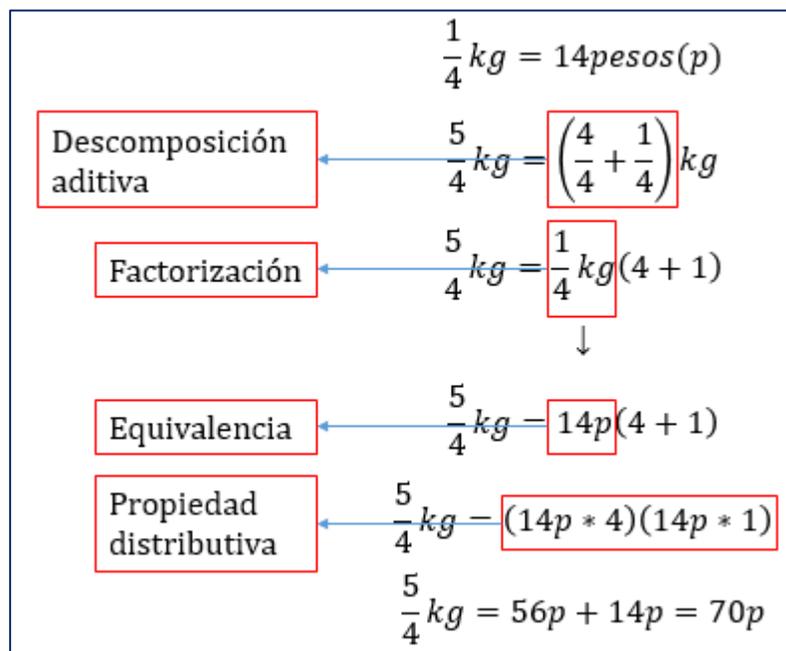


Figura 16. Interpretación matemática cuando C5 toma una fracción como unidad de cálculo, situación 2.

En esta parte podemos observar cómo C5 cambia de estrategias para realizar su cálculo sin importar que se le pida operar con la misma cantidad, pero con el precio del amaranto el cual es de catorce pesos. Esto se hace ya que vimos cierta conformidad y facilidad que tuvo C5 para operar

con el número quince. La estrategia que recurre C5 es en hacer una *descomposición aditiva* de cinco cuartos en la suma de cuatro cuartos más un cuarto y haciendo una *factorización* al reconocer que es lo mismo que multiplicar un cuarto por cuatro más uno y hacer una *equivalencia* entre el peso del producto y su precio, para luego hacer lo mencionado en el extracto anterior (2) de ver el precio del cuarto de kilo como su unidad y así con la *propiedad distributiva* multiplicar por cuatro que él sabe que es el precio del kilo (cincuenta y seis pesos más un cuarto más que cuesta catorces pesos para un total de setenta pesos.

A continuación en la tabla 8 se muestra resumido las estrategias identificadas en los cálculos descritos por C5.

Tabla 8.

Estrategias del comerciante C5.

Transcripción de los cálculos	Interpretación matemática	Estrategias
<i>I2: ok, un cuarto de mole vale veinte pesos, entonces me voy a llevar tres cuartos ¿Cuánto me cobrarías?</i>	$\frac{1}{4} kg = 20 pesos(p)$ ↓ $1kg = 80p$	Equivalencia
<i>C4: tres cuartos son sesenta pesos. I2: Ok. ¿Un Kilo cuantos cuartos son?</i>	$3kg * 80p =$	Suma repetitiva
<i>C5: son cuatro cuartos. I2: ¿y si yo me llevo tres kilos?</i>	$80p + 80p + 80p =$	Factorización
<i>C5: Serían ocho... veinticuatro. I2: Pero me dijiste veinticuatro, si el cuarto vale veinte. C5: si es cierto, pero yo lo hago así después le agrego el cero, como son tres ochentas es lo mismo sumar tres ochos y luego colocarle un cero.</i>	$(8 + 8 + 8) * 10p =$ $24 * 10p = 240p$	
<i>I2: Ok ahora, la linaza vale quince pesos el cuarto, voy a llevarme cinco cuartos de linaza ¿Cuánto sería?</i>	$\frac{1}{4}kg = 15pesos(p)$	
<i>C5: serían setenta y cinco pesos</i>	$15p * \left(\frac{5}{4}kg\right) =$ $\left(\frac{1}{4}kg\right)$	Suma repetitiva

<p>I2: ¿Qué hiciste para llegar a setenta y cinco? C5: El quince contarlo cinco veces</p>	$15p * 5 =$ $15p + 15p + 15p + 15p + 15p =$ $= 75p$	<p>Descomposición Aditiva</p>
<p>II: Ahora, ¿Cómo sería si me vendes cinco cuartos de amaranto? que vale catorce pesos. C5: Ahí lo hago con calculadora. I2: ¿Por qué? C5: Espera, serian por cuatro son cincuenta y seis más catorce serían setenta pesos.</p>	$\frac{1}{4}kg = 14\text{pesos}(p)$ $\frac{5}{4}kg = \left(\frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right)kg$ $\frac{5}{4}kg = \frac{1}{4}kg(4 + 1)$ \downarrow $\frac{5}{4}kg = 14p(4 + 1)$ $\frac{5}{4}kg = (14p * 4)(14p * 1)$ $\frac{5}{4}kg = 56p + 14p = 70p$	<p>Factorización</p> <p>Equivalencia</p> <p>Propiedad distributiva</p>

5. Conclusiones

En este capítulo abordaremos ideas, afirmaciones, hipótesis y tesis que los investigadores se plantean con base a los resultados de esta investigación y a la experiencia adquirida en el estudio etnomatemático. El objetivo de este capítulo es relacionar los resultados de esta investigación con lo planteado en lo largo de los anteriores capítulos y así crear conclusiones teniendo como referencia los trabajos desarrollados en el programa de etnomatemática.

Si entramos en la dicotomía de si existe o se practica en el mundo una o varias matemáticas, al igual que la mayoría de las investigaciones citadas en este trabajo que estudiaron las matemáticas utilizadas por un grupo en específico, es decir, trabajaron bajo el programa de etnomatemática, apoyamos y reafirmamos la idea o hipótesis que plantea Aroca (2007) de que no existe una única matemática. Esto lo hacemos viendo las riquezas procedimentales y las nociones que puede brindar un entorno extra-escolar, fuera de la demanda abstracta que envuelve un salón de clase. Observando esas ticas empleadas y desarrolladas por un grupo de comerciantes en sus actividades cotidianas.

Aclarando nuestra postura acerca de esta duda universal, queremos destacar la relación que hay entre las matemáticas del grupo de comerciantes estudiado y la matemática formal, ya que con esta última se logró el reconocimiento o la identificación de las estrategias de cálculo de los comerciantes. Lo que podemos concluir de esta relación, es que cuando diferenciamos las matemáticas de un grupo sociocultural en específico de la matemática abstracta, básicamente hacemos ese contraste desde la parte procedimental, de la forma en que se abordan las situaciones y los problemas matemáticos, pero que al final, si se analiza detalladamente las ticas de estos grupos, podemos ver su relación directa con las matemáticas formales.

Por otro lado, destacando la relevancia de esta investigación dentro del programa de etnomatemática, con cada una de las estrategias de cálculo identificadas en los procedimientos de los comerciantes vemos el aporte de esta investigación en el área de investigaciones de campo dentro del programa de etnomatemática. Además, a nuestro juicio, los resultados de esta investigación que son las estrategias, en conjunto con los procedimientos para los cálculos descritos en los extractos, pueden ser fuente de trabajo para las investigaciones donde se emplean o estudia la etnomatemática en el aula de clase, la cual como se mencionó en el primer capítulo, es otra área de trabajo o investigación dentro del programa de etnomatemática.

Con esta investigación, se están valorando los conocimientos matemáticos de estos comerciantes y es importante realizar investigaciones de este tipo, debido a que la Matemática es diversa y en cada momento pueden surgir distintas perspectivas, formas, estrategias de utilizarla para resolver problemas cotidianos y que en cualquier circunstancia pueden aportar al conocimiento científico matemático. También, es de resaltar la metodología empleada a partir del programa Etnomatemática, que va nutriéndose por medio de las investigaciones que exploran y descubren la matemática que en la escuela en muchas ocasiones no se puede atender.

Si se valora el cumplimiento del objetivo de esta investigación, se puede afirmar que sí fue alcanzado en la parte del análisis de la información obtenida de los comerciantes, ya que se identificaron estrategias utilizadas por los comerciantes para efectuar cálculos aritméticos en sus trabajos. Cabe aclarar que las estrategias aquí resaltadas no son las únicas ni son universales dentro de este gremio de trabajadores, pero sí hacen parte del todo el conjunto de herramientas matemáticas utilizadas por este ambiente sociocultural. Para resaltar toda la matemática o la mayor parte de ella en un grupo como el de estos comerciantes, se necesitan más recursos como el tiempo de observación y análisis de la práctica de los comerciantes, pero este no fue el objetivo de esta

investigación. Sin embargo, para los objetivos de este estudio, se cumplió con lo planteado y esto se puede observar en la siguiente tabla 9, donde se resumen los resultados de esta investigación, en ella se resaltarán cada una de las estrategias que utiliza cada uno de los vendedores estudiados.

Tabla 9.

Estrategias utilizadas por los comerciantes del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla.

Comerciantes	C1	C2	C3	C4	C5
Estrategias					
Complemento aditivo	X		X		
Propiedad distributiva	X	X		X	X
Elemento neutro	X				
Descomposición aditiva	X	X	X	X	X
Amplificación	X	X			
Propiedad asociativa		X	X	X	
Propiedad fundamental de la resta		X	X		
Factorización		X		X	X
Equivalencia			X		X
Suma repetitiva				X	X

En el análisis de cada uno de los extractos de las entrevistas y en el proceso de identificación de las estrategias, nos convencimos de que los resultados de esta investigación son útiles como ejemplo para responder a una de las preguntas universales que se hacen los estudiantes cuando estudian cualquier tema de matemáticas, ¿y esto para qué me va servir o cómo lo voy a utilizar en mi vida? Ya que al ver que cada una de las estrategias utilizadas por los comerciantes en su diario vivir, están relacionadas directamente con propiedades y conceptos matemáticos, en este caso particular con la aritmética.

Siguiendo la idea anterior y entrando en el ambiente escolar, podemos notar la importancia de conocer la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en el proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes y de brindarle este recurso por parte del docente, ya que el estudiante le

encontraría un sentido a lo que está estudiando y no entraría en la monotonía procedimental en la que están envueltas la mayoría de las clases de matemáticas.

Por otro lado, si comparamos los procedimientos descritos por los comerciantes con los algoritmos empleado en la escuela con cada una de las operaciones básicas de la aritmética, se puede observar diferencia en las formas de abordar el problema o cálculo, esto como comenta Gómez (2008) se debe a la flexibilidad que tiene la persona con los números, esta flexibilidad se debe a la apropiación que tiene el individuo respecto a las estrategias a utilizar y la confiabilidad en ello, confiabilidad que en gran parte es influencia por su experiencia social. No se trata de diferenciar de que unos algoritmos son mentales y otros escritos, porque no se trata de eso, sino de que el cálculo mental se da después de una comprensión significativa de cada una de las operaciones y sus propiedades, en cambio el algoritmo escrito enseñado por la escuela, solo permite generar una mecanización del procedimiento y no es útil para realizar cálculos de manera mental, a menos no para la mayoría de las operación a realizar.

Ahora bien, si comparamos las estrategias encontradas con los comerciantes con otras identificadas en otras investigaciones, podemos encontrar similitudes y diferencias procedimentales. Algunas de las diferencias en la identificación de las estrategias en los distintos estudios realizados como en este, a nuestro juicio se debe a la definición de estrategia que se utiliza en cada una de ellas, lo que hace darle otros nombres a las estrategias o que se considere una estrategia a un procedimiento más corto que otro. Un ejemplo de esto lo podemos notar al contrastar con García-García, Rodríguez y Navarro (2015), donde se identificaron estrategias utilizadas por niños *TEE SAVI* en la resolución de problemas aritmético. Una de esas estrategias sería *cálculo mental*, ya que para los investigadores una estrategia es el conjunto de todos procedimiento y reglas para resolver un problema en este caso hechos mentalmente. Pero desde

esta investigación con comerciante, aunque sus cálculos en su mayoría son mentales, a lo que se define como estrategia es cada uno de los pasos que se realizan en toda la resolución de un problema, por ende, dentro de un cálculo mental que tenga los comerciantes, podemos encontrar varias estrategias.

Siguiendo la discusión con lo investigado en García-García, Rodríguez y Navarro (2015), encontramos la estrategia *recurre a hechos numéricos*, la cual también es utilizada por los comerciante en un gran porcentaje, ya que, esta consiste en utilizar el resultados de operaciones entre números ya aceptados por sus conocimiento, haciendo que el calculador, sean los niños *TEE SAVI* o los comerciantes del mercado de Chilpancingo, tenga una absoluta confianza de utilizarlos como base para resolver un problema aritmético planteado. En el caso de los comerciantes, es utilizado cuando hacen descomposiciones de números para hacer más flexible su operación (Gómez, 2008).

Por otro lado, teniendo en cuenta los resultados obtenidos, logramos identificar los conocimientos matemáticos de algunos comerciantes del mercado público de Chilpancingo Guerrero, Baltazar R. Leyva Mancilla. Encontramos por medio de un análisis de las transcripciones de las entrevistas que estas personas, algunas con corto recorrido académico, utilizan estrategias importantes para el manejo de dinero en sus actividades cotidianas. Asimismo, propiedades básicas de la aritmética como la distributiva y la asociativa, siendo esto un aspecto fundamental, ya que son conocimientos matemáticos empíricos provenientes de un saber cultural que ha evolucionado con la práctica diaria de las personas. Además, cabe resaltar que estos conocimientos podrían ser mostrados a los estudiantes de las escuelas más cercanas al mercado, incluso a toda la región para que sean conscientes de que no existe una sola matemática, sino que,

en todos los lugares, no necesariamente académicos, existen saberes matemáticos propios de un grupo sociocultural.

6. Referencias bibliográficas

- Angrosino, M. (2012). *Etnografía y observación participante en Investigación Cualitativa*. Barcelona, España: Morata.
- Aristizábal Z., J., & Colorado T., H., & Gutiérrez Z, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12(1), 117-125.
- Aroca, A. (2007). *Una propuesta de enseñanza de geometría desde una perspectiva cultural caso de estudio: Comunidad indígena Ika – Sierra Nevada de Santa Marta* (tesis de maestría). Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Aroca, A. (2015a). ¿Sumar = restar? una perspectiva Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 237-255.
- Aroca, A. (2015b). Aritméticas en un municipio del nororiente colombiano. *Revista UDCA Actualidad & Divulgación Científica*, 18(2), 553-561.
- Aroca, A. (2016). La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática. *Educación Matemática*, 28(2), 175-195.
- Ascher, M. (1986). Extractos de cartas recibidas, *Boletines del Grupo de Estudio Internacional de Etnomatemática*. 1(2), disponible en: <http://web.nmsu.edu/~pscott/isgems12.htm>
- Blanco Alvarez, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1), 21-25.
- Blanco Álvarez, H., & Parra Sánchez, A. (2009). Entrevista al profesor Alan Bishop. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2(1), 137-142.
- Cabañas, M. G. (2000). *Los problemas... ¿cómo enseño a resolverlos?* México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- D'Ambrosio, U. (2001). Etnomatemática: Elo entre las tradições e a modernidad. *Colección: Tendencias en educación matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatemática, entre las tradiciones y la modernidad*. Belo Horizonte: Autentica.
- D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática: entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa
- D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 100-107.
- D'Ambrosio, U. (2016). An overview of the history of ethnomathematics. G. Kaiser (Ed.), *Current and future perspectives of ethnomathematics as a program* (pp. 5-10). Hamburg, Germany: Springer.
- Deaño, M. (2000). *Cómo prevenir las dificultades del cálculo*. Málaga: Aljibe.
- Deslauriers, J. (2004). *Investigación cualitativa Guía Práctica*. Pereira: Papiro.

- Dorantes, A. (2005). *Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos en quinto y sexto grado de educación primaria: Un estudio de casos* (Tesis de maestría no publicada). Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.
- Espinoza, L., Barbé, J. & Gálvez, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. *Enseñanza de las ciencias*, 27(2), 157–168.
- Fernández, J. A. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. *Revista iberoamericana de educación*, 43(1), 119-130.
- Flores-Peñañiel, A. (2005). “¿Cómo Saben Los Alumnos Que Lo Que Aprenden?”, en Matemáticas es cierto?: un estudio exploratorio, *Educación Matemática*, 17(3), 5-24.
- Fuenlabrada, I., y Delprato, M. (2005). Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas. *Educación Matemática*, 17(3), 25-51.
- Fuentes Leal, C. (2014). Algunos enfoques de investigación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 155-170.
- Gálvez, G., & Cosmelli, D., & Cubillos, L., & Leger, P., & Mena, A., & Tanter, É., & Flores, X., & Luci, G., & Montoya, S., & Soto-Andrade, J. (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 14 (1), 9-40.
- García-García, J. (2014). Una relación entre el contexto cultural y la resolución de problemas: vistos desde el aula de una comunidad Nuu Savi. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(1), 50-73.
- García-García, J., Navarro, C. y Rodríguez, F. M. (2014). La resolución de problemas en un contexto Nuu Savi: un estudio de casos con niños de sexto grado de primaria. *Revista Educación Matemática*, 26(1), 127-152
- García-García, J., Rodríguez, F. M. y Navarro, C. (2015). Las estrategias utilizadas por los niños Tee Savi en la resolución de problemas aritméticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(2), 213-244.
- Gerdes, P. (2013). *Geometría y cestería de los Bora en la Amazonía Peruana*. Lima: Ministerio de educación.
- Goetz, J. P., y LeCompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- Gómez, B. (1995). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores*. Col. Mathema. Granada, Ed. Comares.
- Gómez, B. (2008). Calculo Flexible. En Carlos Luque y otros (Eds.). *XVIII Encuentro de Geometría y sus aplicaciones y VI encuentro de Aritmética*. Tema: Álgebra y geometría. Memorias 2007. Tomo I, pp. 1-9. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. Colombia.
- Lawerence, S. (2001). Ethnomathematics as a Fundamental of Instructional Methodology. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33(3), 85-87.
- Lethielleux, C. (2005). *Le calcul mental au cycle des apprentissages fondamentaux* (tome 1). Paris, France: Bordas/Sejer.

- Mónaco, B. S. y Aguirre, N. L. (1996). *Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos y algebraicos en el nivel básico: Un estudio de casos* (Tesis de maestría no publicada). Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.
- Orey, D. C., & Rosa, M. (2015). Three approaches in the research field of ethnomodeling: emic (local), etic (global), and dialogical (glocal). *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 364-380.
- Ortíz-Franco, L. (2004). Prolegómenos a las Etnomatemáticas en Mesoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(2), 171-185.
- Palacio, R., Ramírez, F. y Aroca, A. (2015). *Cálculo mental aritmético desde el conocimiento de algoritmos etnomatemáticos de Barranquilla* (tesis de pregrado). Universidad del atlántico, Barranquilla, Colombia.
- Planas, N. (2007). Etnomatemáticas. En M. A. Essomba. *Construir la Escuela Intercultural*. Barcelona: Grao.
- Peña-Rincón, P., Tamayo-Osorio, C. & Parra, A. (2015). Una Visión latinoamericana de Etnomatemática: tensiones y desafíos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(2), 137-150.
- Quidel, G., y Sepúlveda, K. (2016). El Rakin, conteo mapuche, un conocimiento con valor de uso. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 12-32.
- Real Academia Española. (sf). Consultado en <http://www.rae.es/rae.html>
- Resnick, L. (1982). Syntax and semantics in learning to subtract. In T. Carpenter, J. Moser, T. Romberg (Ed.). *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, pp. 136-155.
- Rosa, M., y Orey, D. (2013). Etnomatemática e modelagem: a análise de un problema retórico babilónico. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 6(3), 80-103.
- Rosa, M. y Orey, D. (2016). State of the Art in Ethnomathematics. En G. Kaiser. (Ed.), *Current and Future Perspectives of Ethnomathematics as a Program* pp. 11-38. Hamburg, Germany: Springer.
- Servelión, J. (2012). Valor posicional desde una perspectiva Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 5(1). 89-115.
- Shirley, L. & Palhares, P. (2016). Ethnomathematics and its diverse pedagogical approaches. G. Kaiser (Ed.), *Current and future perspectives of ethnomathematics as a program* (pp. 13-17). Hamburg, Germany: Springer.
- Valencia, E. (2013). Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 84(1). 5-23.
- Vásquez, A. (2014). Etnomatemática: Una guía para el investigador. En M. Murillo (Editor), *Festival internacional de matemática*. Congreso llevado a cabo en Quepos, Puntarenas, Costa Rica.
- Villavicencio, M. (2001). El aprendizaje de las matemáticas en el Proyecto Experimental de Educación Bilingüe de Puno y en el Proyecto de Educación Bilingüe Intercultural del Ecuador.

En: A. Lizarzaburu & G. Zapata (comps.). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafío* (pp. 167-191). España: Morata/ ORIEIB-Andes/DSE.

Zambrano, J. A. (2012). Prácticas matemáticas en una plaza de mercado. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 5(1), 35-61.