



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO
FACULTAD DE MATEMÁTICAS
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA
EDUCATIVA



**CARACTERIZACIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS DE ENUNCIADO VERBAL
EN LIBROS DE TEXTO DEL SEGUNDO PERIODO DE EDUCACIÓN BÁSICA
EN MÉXICO**

Maestría en Ciencias Área: Matemática Educativa

Tesis

Que para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias Área: Matemática Educativa

Presenta:

Lic. CAMILO ANDRES RODRIGUEZ NIETO

Directora de tesis:

Dra. Catalina Navarro Sandoval

Codirectoras:

Dra. Angela Castro Inostroza

Dra. María García González

**CARACTERIZACIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS DE ENUNCIADO VERBAL
EN LIBROS DE TEXTO DEL SEGUNDO PERIODO DE EDUCACIÓN BÁSICA
EN MÉXICO**

**CHARACTERIZATION OF ADDITIVE PROBLEMS OF VERBAL STATEMENT
IN TEXTBOOKS OF THE SECOND PERIOD OF BASIC EDUCATION IN
MEXICO**

Lic. CAMILO ANDRES RODRIGUEZ NIETO

Agradecimientos:

A Dios, el camino, la verdad y la vida (Juan 14,6), por darme la oportunidad de hacer la maestría en la Universidad Autónoma de Guerrero, México.

A mis padres Ramiro y Yadira por su amor, apoyo constante y confianza en mí. Por ser mi inspiración para alcanzar las metas trazadas.

A mi hermano Ramiro por su sincero amor y buena compañía a pesar de la distancia.

A mi novia Julitsha por su amor y compañía incondicional, y a sus familiares.

A mis abuelos Q.E.P.D. Félix, Juana, Arturo y especialmente a Rosita que siempre la llevaré conmigo mujer de Dios.

A mis asesoras: Dra. Catalina Navarro, Dra. María García y Dra. Angela Castro, por su dedicación, consejos y sugerencias para salir adelante con esta investigación.

A los profesores del Centro de Investigación en Matemática Educativa de la UAGro (Dra. Catalina Navarro, Dra. Guadalupe Cabañas, Dra. Flor Monserrat Rodríguez, Dr. Gustavo Martínez, Dra. Marcela Ferrari y Dra. María García), quienes contribuyeron en mi formación como estudiante y como persona.

A los profesores de la carrera en pedagogía en Matemáticas de la Universidad Austral de Chile, sede Pto. Montt por acogerme de la mejor manera en la estancia académica y de investigación. A la f/lia Córdova Avendaño en Pto. Montt Chile, por su hospitalidad.

A mis sinodales de tesis Dr. José Marcos López-Mojica y Dr. Javier García-García por sus aportaciones y sugerencias para la mejora del trabajo.

A mis compañeros de la maestría, Gustavo, Mayra, Karina, Jhonatan A., Romario, Adrian, Lizzet, Nayeli, Diana, Iris y Carolina por compartir conmigo sus conocimientos y experiencias de vida.

Mis amigos y colegas con quienes compartí momentos inolvidables: Gustavo, Stivens, Andrés, Mayra, Karina, Jhonatan, Romario, Jonathan C., Adrian y Lizzet.

A mis tíos: Doris, María y Rita, Félix, Eliecer, José, Eugenio, Miguel, Arturo, entre otros, quienes han sido mi apoyo en este camino.

A mis primos y demás familiares, agradezco su gran apoyo.

A los profesores: Daniel Arrieta y Armando Aroca por su apoyo incondicional y sus consejos que hacen que mantenga mi frente en alto, con humildad y perseverancia.

A mis amigos de infancia: Cafú, Gian, Luifer, Tico, Mauricio, Daniel, Johan, Ricardo, Leo, Cristian, entre otros, que hacen parte de mi formación como persona y especial dedicación a las personas del Corazón alegre del Atlántico que aportaron para que este sueño se hiciera realidad, Fabián (Cayo), Migue, P. Marcos, Hernán, madrina Jane, Alexis, Lázaro, Hilton, Geo, Irma, Wilson, mis vecinos de la cuadra, Yoma, Hansel, Edson, Mary y a toda la comunidad de Lazos de Amor Mariano.

A todos los que hicieron parte de este proceso, agradezco mucho su apoyo.

*Agradezco al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología**, México por apoyarme y darme la oportunidad de cumplir uno de mis sueños de estudiar la maestría en Ciencias Área: Matemática Educativa en la UAGro y así poder enriquecer mi proceso de formación profesional como profesor investigador para contribuir al proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Por apoyarme económicamente en la estancia realizada en la Universidad Austral de Chile, sede Pto. Montt.*

Becario No. **602990**



Agradecimiento especial a la Universidad Autónoma de Guerrero de Chilpancingo, México y a la facultad de Matemáticas por permitir formarme académicamente como Maestro en Matemática Educativa.



Contenido

Abreviaturas	x
Introducción.....	1
Capítulo 1.....	4
Planteamiento del problema.....	4
1.1. Dificultades asociadas a la resolución de problemas aditivos	5
1.2. Investigaciones centradas en el análisis de los libros de texto	10
1.3. Problemática	14
1.4. Objetivos	16
Capítulo 2.....	17
Marco conceptual	17
2.1. Revisión del plan de estudios vigente de la Educación básica en México.....	17
2.2. La resolución de problemas en Matemática Educativa	19
2.3. Desarrollo de la clasificación de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) aditivos desde la estructura semántica y componente sintáctica.	22
2.3.1. Estructura semántica	22
2.3.2. Componente sintáctica.....	25
2.4. Niveles de conocimiento aritmético en la resolución de PAEV aditivos.....	31
2.5. El libro de texto como material curricular	32
Capítulo 3.....	33
Metodología de la investigación	33
3.1. Enfoque y tipo de investigación.....	33
3.2. Selección de los libros de texto	34
3.2.1. Descripción general de los libros de texto	34
3.3. Análisis de contenido.....	36
3.3.1. Unidades y categorías de análisis	36
Capítulo 4.....	40
Análisis y Resultados.....	40
4.1. Tipos de problemas aditivos propuestos en los libros de texto.....	40
4.1.1. Problema verbal	41
4.1.2. Problema numérico	41
4.1.3. Problema gráfico	42
4.1.4. Problemas aditivos conformados por más de un tipo (otros).....	42

4.1.5. Consideraciones previas para el análisis de los PAEV aditivos	45
4.2. Análisis de los PAEV aditivos del libro de primer grado	46
4.2.1. PAEV aditivos del desafío 13.....	47
4.2.2. PAEV aditivos del desafío 22.....	51
4.2.3. PAEV aditivos del desafío 24.....	55
4.2.4. PAEV aditivos del desafío 27.....	56
4.2.5. PAEV aditivos del desafío 28.....	58
4.2.6. PAEV aditivos del desafío 35.....	59
4.2.7. PAEV aditivos del desafío 36.....	62
4.2.8. PAEV aditivos del desafío 46.....	66
4.3. Análisis de los PAEV aditivos del libro de segundo grado	72
4.3.1. PAEV aditivos del desafío 20.....	73
4.3.2. PAEV aditivos del desafío 22.....	75
4.3.3. PAEV aditivos del desafío 23.....	77
4.3.4. PAEV aditivos del desafío 31.....	79
4.3.5. PAEV aditivos del desafío 33.....	83
4.3.6. PAEV aditivos del desafío 43.....	85
4.3.7. PAEV aditivos del desafío 48.....	87
4.4. Análisis de los PAEV aditivos del libro de tercer grado	91
4.4.1. PAEV aditivos del desafío 4.....	92
4.4.2. PAEV aditivos del desafío 13.....	94
4.4.3. PAEV aditivos del desafío 43.....	97
4.4.4. PAEV aditivos del desafío 55.....	101
4.4.5. PAEV aditivos del desafío 56.....	103
4.5. Descripción general del análisis de los resultados	108
Capítulo 5.....	111
Discusión y conclusiones	111
5.1. Discusión de los resultados y conclusiones	111
5.2. Limitaciones del estudio.....	116
5.3. Investigaciones futuras	117
Referencias bibliográficas.....	119

Índice de tablas

Tabla 1. Palabras o términos que indican dependencia semántica en el enunciado de un PAEV aditivo.....	24
Tabla 2. Clasificación de los problemas aditivos según la estructura semántica y componente sintáctica.....	26
Tabla 3. Descripción de los libros de texto y desafíos que proponen problemas aditivos	35
Tabla 4. Unidades y categorías de análisis basadas en la tipología de problemas aditivos.....	37
Tabla 5. Operatividad de los elementos teóricos.....	39
Tabla 6. Tipos de problemas aditivos propuestos en los libros de texto del segundo período escolar	40
Tabla 7. Desafíos que contienen PAEV aditivos en el libro de primer grado.....	47
Tabla 8. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 13	50
Tabla 9. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 22	54
Tabla 10. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en los desafíos 24 y 27.....	58
Tabla 11. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en los desafíos 28 y 35.....	62
Tabla 12. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 36	65
Tabla 13. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 46	68
Tabla 14. Cantidad de estructuras semánticas propuestas en los PAEV aditivos del libro de texto de primer grado	69
Tabla 15. PAEV aditivos con estructuras compuestas propuestos en el libro de texto de primer grado.....	71
Tabla 16. Desafíos que contienen problemas aditivos en el libro de segundo grado	72
Tabla 17. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 20	74
Tabla 18. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 22	76
Tabla 19. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 23	79
Tabla 20. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 31	82
Tabla 21. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 33	84
Tabla 22. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 43	86
Tabla 23. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 48	88
Tabla 24. Cantidad de estructuras semánticas propuestas en los PAEV aditivos del libro de texto de segundo grado	89
Tabla 25. PAEV aditivos con estructuras compuestas propuestos en el libro de texto de segundo grado.....	90
Tabla 26. Desafíos que contienen problemas aditivos en el libro de tercer grado	92
Tabla 27. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 4	94
Tabla 28. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 13	96
Tabla 29. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 43	100
Tabla 30. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 55	103
Tabla 31. Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 58	106
Tabla 32. Cantidad de estructuras semánticas propuestas en los PAEV aditivos del libro de texto de tercer grado.....	107
Tabla 33. PAEV aditivos con estructuras compuestas propuestos en el libro de texto de tercer grado	108
Tabla 34. Estructuras semánticas ausentes en los PAEV aditivos de los libros de texto	112
Tabla 35. Diferencia entre los verbos contenidos en un PAEV aditivo	115

Índice de figuras

Figura 1. Organización de la investigación.....	34
Figura 2. Problema (e) del desafío 23 (SEP, 2016b, p.73).....	39
Figura 3. Problemas aditivos de enunciado verbal (SEP, 2016a, p. 103).....	41
Figura 4. Problemas numéricos (SEP, 2016b, p. 67)	41
Figura 5. Problemas gráficos (SEP, 2016a, p.40)	42
Figura 6. Problemas del tipo verbal-gráfico (SEP, 2016b, p.150 y 152)	42
Figura 7. Problemas del tipo verbal-gráfico-numérico (SEP, 2016a, p.79 y 80)	43
Figura 8. Problema aditivo gráfico-numérico (SEP, 2016b, p. 89).....	44
Figura 9. Problema verbal-gráfico (SEP, 2016c, p.117)	44
Figura 10. Libro de texto de matemáticas de primer grado (SEP, 2016a)	46
Figura 11. Consigna 1 y 2 del desafío 13 ¿Cómo quedó? (SEP, 2016a, p.42).....	48
Figura 12. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 1 del desafío 13.....	49
Figura 13. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 2 del desafío 13.....	50
Figura 14. Desafío 22, ¿Cuánto cambio queda? (SEP, 2016a, p.65)	52
Figura 15. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 22	53
Figura 16. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 22.....	54
Figura 17. Desafío 24, el camión (SEP, 2016a, p.70).....	55
Figura 18. Esquemas del problema de dos etapas del desafío 24.....	56
Figura 19. Desafío 27 Hay alguna mal? (SEP, 2016a, p.76).....	57
Figura 20. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 27.....	58
Figura 21. Desafío 28 ¿Cuándo usar +, -, =? (SEP, 2016a, p.79 y 80)	59
Figura 22. Esquemas de los problemas 3 y 5 del desafío 28.....	59
Figura 23. Desafío 35, historias con números (SEP, 2016a, p.103).....	60
Figura 24. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 35.....	61
Figura 25. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 35.....	61
Figura 26. Desafío 36, las granjas (SEP, 2016a, p.106).....	63
Figura 27. Esquemas del problema 1 del desafío 36.....	63
Figura 28. Esquemas del problema 2 de tres etapas del desafío 36	64
Figura 29. Esquemas del problema 3 de cuatro etapas del desafío 36	64
Figura 30. Desafío 46, quito y pongo (SEP, 2016a, p.134, 135 y 136).....	66
Figura 31. Esquemas del problema 1 del desafío 46.....	67
Figura 32. Esquemas del problema 2 del desafío 46.....	67
Figura 33. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 46.....	68
Figura 34. Libro de texto de segundo grado para el maestro (SEP, 2016b).....	72
Figura 35. Desafío 20, el más rápido (SEP, 2016b, p.65).....	73
Figura 36. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 20.....	74
Figura 37. Desafío 22, ¿Qué debo hacer? (SEP, 2016b, p. 69 y 70).....	75
Figura 38. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 22.....	76
Figura 39. Desafío 23, ¿Cuál es la diferencia? (SEP, 2016b, p.72 y 73)	78
Figura 40. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 23.....	79
Figura 41. Desafío 31, la tienda de los juguetes (SEP, 2016b, p. 99 y 100)	80
Figura 42. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 1 del desafío 31.....	81
Figura 43. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 2 del desafío 31.....	82
Figura 44. Desafío 33, la ferretería (SEP, 2016b, p.104 y 105).....	83
Figura 45. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 33.....	84

Figura 46. Desafío 43, ¿Cómo le hizo? (SEP, 2016b, p.131)	85
Figura 47. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 43.....	86
Figura 48. Desafío 48, ¿Cuál eliges? (SEP, 2016b, p.146 y 147)	87
Figura 49. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 48.....	88
Figura 50. Libro de texto de tercer grado (SEP, 2016c).....	91
Figura 51. Desafío 4, Rapidez Mental (SEP, 2016c, p.18)	92
Figura 52. Esquemas de los problemas 1, 2 y 3 del desafío 4.....	93
Figura 53. Esquemas de los problemas 4, 5 y 6 del desafío 4.....	93
Figura 54. Desafío 13, elaboración de galletas (SEP, 2016c, p.44)	95
Figura 55. Esquemas del problema 1 de dos etapas del desafío 13.....	95
Figura 56. Esquemas del problema 2 de dos etapas del desafío 13.....	96
Figura 57. Desafío 43, sumas y restas (SEP, 2016c, p.142).....	97
Figura 58. Esquemas del problema 1 del desafío 43.....	98
Figura 59. Esquemas de los problemas 2 y 3 del desafío 43.....	98
Figura 60. Esquemas del problema 4 del desafío 43.....	99
Figura 61. Esquemas del problema contenido en la consigna 3 del desafío 43	100
Figura 62. Desafío 55, la fiesta (SEP, 2016c, p.179)	102
Figura 63. Esquemas del problema 1 del desafío 55.....	102
Figura 64. Desafío 56, ¿Cuál de todas? (SEP, 2016c, p. 182 y 183).....	104
Figura 65. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 56.....	104
Figura 66. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 56.....	105
Figura 67. Esquemas asociados a los problemas con estructura semántica de cambio.....	114

Abreviaturas

C Cambio.
CB Combinación.
CCSSI Common Core State Standars Initiative.
CONALITEG Comisión Nacional de Libros de Textos Gratuitos.
CP Comparación.
IG Igualación.
NCTM National Council of Teachers of Mathematics.
OCDE Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos.
PLANEA Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes.
PAEV Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal.
PISA Programme for International Student Assessment.
RIEB Reforma Integral de Educación Básica.
SEP Secretaría de Educación Pública.
TIMSS Trends in International Mathematics and Sciences Study.

Introducción

Esta investigación se centró en caracterizar los problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) aditivos, propuestos en libros de texto de educación primaria en México. El aspecto impulsador de este trabajo es la importancia de analizar los libros de texto ya que es el material curricular más usado en la práctica docente y a diario por los estudiantes (Braga y Belver, 2016; Navarro, 2015; Pepin, Gueudet & Trouche, 2013). Asimismo, se considera la resolución de problemas como el eje central de las matemáticas y actividad de primer orden, que permite formar estudiantes matemáticamente competentes (CCSSI, 2018; García, 2011; NTCM, 2000).

En el contexto de la resolución de problemas de la revisión de la literatura, se evidencian dificultades tanto en estudiante como profesores, cuando resuelven problemas de forma mecánica o algorítmica (Bermejo y Rodríguez, 1987; 1991; Orrantia, 2006), en la omisión del abanico de estructuras semánticas asociadas a los PAEV aditivos (Castro, Gorgorió y Prat, 2014a), dificultades cuando los estudiantes se enfrentan a problemas donde la incógnita no está en la cantidad final (Díaz y Bermejo, 2007), y en la falta de mirada crítica a los contenidos y análisis previo por parte de los profesores al usar el libro de texto antes de tomar temas para su planificación de clases.

En esta revisión se notó que, los libros de texto de educación primaria proponen más problemas aditivos de tipo numérico, dejando de lado el potencial que tiene proponer diferentes problemas de enunciado verbal cuando se atiende la estructura semántica y la componente sintáctica. También, desde la experiencia docente en Colombia, se identificaron en algunos libros de texto que en sus contenidos proponían problemas numéricos, centrados en la ejercitación de las operaciones y los problemas verbales tenían que ser propuestos por el profesor, debido a los escasos de problemas presentados en el mismo.

A partir del análisis del plan y programas de estudios de educación básica se logró evidenciar que, al término del segundo periodo escolar los estudiantes saben resolver problemas aditivos con diferentes estructuras, afirmación que motivó este estudio ya que al revisar la literatura y pruebas estandarizadas (PISA y PLANEA), los estudiantes alcanzaron bajos niveles en la resolución de problemas, lo que no es coherente con el plan de estudios basado en desarrollar

competencias matemáticas en los estudiantes. Por lo anterior, se tomó la decisión de indagar acerca de las estructuras semánticas y componente sintáctica implícitas en los PAEV aditivos, para identificar cómo se están promoviendo los problemas en los libros de texto (primero, segundo y tercero) del segundo periodo de la educación básica en México.

Para lograr el objetivo de este trabajo se tuvo en cuenta la clasificación de los PAEV aditivos desde sus estructuras semánticas conocidas como: cambio, combinación, comparación e igualación, de las cuales se desprenden veinte estructuras a partir de la componente sintáctica (Cañadas y Castro, 2011; Orrantia, González y Vicente, 2005; Riley, Greeno & Heller, 1983). Para la caracterización de los problemas, se consideró el análisis de contenido documental orientado hacia el estudio de un tema en particular del libro de texto (López-Noguero, 2002).

El desarrollo de esta tesis se divide en cinco capítulos. En el *capítulo 1*, se presenta la revisión de la literatura o antecedentes, teniendo en cuenta resultados de las pruebas PISA y PLANEA, investigaciones centradas en las dificultades asociadas a la resolución de problemas aditivos por parte de los estudiantes y profesores de matemáticas. Se muestran algunos trabajos enfocados en el análisis del libro de texto y en el tema de problemas aditivos. Posteriormente, se da a conocer la problemática, cerrando el capítulo con la pregunta y los objetivos de la investigación.

En el *capítulo 2*, se expone el marco conceptual, constituido por las acepciones de problema, resolución de problemas, formas en que se puede representar un problema aditivo, la clasificación de los problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) aditivos, desde su estructura semántica y componente sintáctica, la dependencia semántica y el libro de texto.

En el *capítulo 3*, se presenta la metodología usada para abordar esta investigación, la cual está conformada por: el diseño y enfoque de la investigación, revisión del plan de estudios de la educación básica, selección del objeto de estudio, la descripción de los libros de texto y el análisis de contenido documental fundamentado en unidades y categorías de análisis.

En el *capítulo 4*, se presenta el análisis y resultados de la investigación en dos partes. En la primera se muestra la tipología de problemas aditivos propuestos en los libros de texto, entre los que se distinguen diferentes formas de representar los problemas: verbales, numéricos, gráficos y las posibles combinaciones entre éstos. En la segunda se presenta la

caracterización de los PAEV aditivos de cada libro, incluyendo la estructura semántica, la componente sintáctica, grado de dificultad de cada problema, el nivel de conocimiento aritmético asociado a cada problema, los esquemas asociados a los problemas y la dependencia semántica implícita en el enunciado.

Por último, en el *capítulo 5* se discuten los resultados obtenidos con la literatura especializada, se exponen las conclusiones del trabajo realizado respecto a los aportes de la investigación al campo de la Matemática Educativa y al análisis del libro de texto, finalmente se enuncian las limitaciones del estudio y las futuras investigaciones.

Capítulo 1

Planteamiento del problema

En la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la resolución de problemas se ha considerado una actividad de primer orden y el eje central para el desarrollo de los contenidos matemáticos, con el propósito de formar estudiantes matemáticamente competentes (CCSSI, 2018; García, 2011; NTCM, 2000). Asimismo, la resolución de problemas es una competencia¹ que los estudiantes deben desarrollar de manera autónoma, donde identifiquen, planteen y resuelvan variedad de problemas o situaciones cotidianas con solución única, varias soluciones o ninguna y en los que sobren o falten datos (SEP, 2011a).

Algunos autores han intentado describir u organizar fases para la resolución de un problema. Probablemente una de las más destacadas es la de Pólya y Schoenfeld. El modelo de cuatro etapas propuesto por Pólya (1945; 1989) señala que, se necesita en una primera acción comprender el problema, luego, concebir un plan para llegar a la solución (estrategia), ejecutar el plan y por último verificar el procedimiento (comprobar el resultado). Otra forma de resolver un problema es la establecida por Schoenfeld (1985) quien plantea cuatro dimensiones que están presentes en la resolución de problemas: Dominio del conocimiento o recursos, estrategias cognitivas, estrategias metacognitivas y sistemas de creencias.

México ha experimentado diferentes reformas curriculares con el propósito de elevar la calidad educativa y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. En este sentido, la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2011b) señala que, la Reforma Integral de Educación Básica (RIEB), inicia con la reestructuración de la educación preescolar en el año 2004. Identificó directrices sobre la adecuación de los contenidos curriculares para la educación básica en México. Esta Reforma continúa en el año 2006 con la Educación secundaria y en el 2009 finaliza con la reforma de Educación primaria.

¹ Competencia: es la capacidad de responder a diferentes situaciones, e implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes) (SEP, 2011b, p. 29).

En la actualidad se encuentra vigente la reforma 2011, enfocada a desarrollar las competencias necesarias que permitan a los estudiantes desenvolverse adecuadamente como ciudadanos en la sociedad actual. Específicamente, se destaca que en el área de las matemáticas los estudiantes de educación básica deben desarrollar la competencia de resolver problemas de manera autónoma (SEP, 2011a).

En concreto, para que los estudiantes logren desarrollar la competencia de la resolución de problemas desde las primeras edades, la SEP (2011b) propone que “los estudiantes se inicien en la resolución de problemas y en la aplicación de estrategias que impliquen agregar, reunir, quitar, igualar y comparar colecciones” (p.48). De esta forma, uno de los propósitos en la educación básica, es que los estudiantes al terminar el tercer grado de primaria resuelvan problemas aditivos con diferentes estructuras, utilizando algoritmos convencionales. No obstante, a pesar de la importancia que se le da a la resolución de problemas en el currículo mexicano y los estándares a nivel internacional, esta actividad se torna compleja para los estudiantes, evidenciando dificultades en investigaciones y en los bajos desempeños de las pruebas como PISA², PLANEAE³, por mencionar.

Los antecedentes de este trabajo están organizados en dos apartados. En el primero se presentan las dificultades asociadas a la resolución de problemas aditivos, considerando las pruebas estandarizadas y la revisión de la literatura. En el segundo apartado se muestran las investigaciones centradas en el análisis de libros de texto.

1.1. Dificultades asociadas a la resolución de problemas aditivos

Con base en la revisión de la literatura, algunos autores (e.g., Bermejo y Rodríguez, 1987, 1991; Díaz y Bermejo, 2007; Nesher, 1999; Orrantia, 2006; García-García, 2014; Castro *et al.*, 2014a; Chamoso, Vicente, Manchado y Muñoz, 2014; Blanco, Caballero y Cárdenas, 2015) muestran que, los problemas aditivos provocan dificultades tanto a los estudiantes de

² PISA (Programa de Evaluación Internacional de Alumnos). El cual evalúa hasta qué punto los estudiantes de 15 años, que están próximo a concluir su educación obligatoria, han adquirido los conocimientos y habilidades fundamentales para una participación plena en las sociedades modernas. La evaluación se centra en las materias escolares básicas de ciencia, lectura y Matemáticas (OCDE, 2016).

³ PLANEAE (Plan Nacional de Evaluación de los Aprendizajes). La cual “evalúa los aprendizajes clave que los alumnos de cuarto grado de Educación primaria han alcanzado durante su trayecto escolar durante escolar en Español y Matemáticas” (PLANEAE, 2016, p.5). Ésta prueba es diseñada por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) y el documento original fue elaborado por la SEP.

primaria como para sus profesores. Estas investigaciones señalan dificultades como: la omisión de la interpretación y comprensión del problema antes de la transición del lenguaje verbal a una expresión matemática, la elección de la operación aritmética requerida para solucionar el problema. Mientras que, algunos profesores usan palabras clave para resolver un problema y dejan de lado el proceso que sigue el estudiante al pasar del lenguaje común al matemático.

Las pruebas internacionales de Matemáticas evidencian dificultades en los estudiantes. Por ejemplo, la OCDE (2016) señaló que en el año 2015 alumnos mexicanos que realizaron la prueba, obtuvieron un promedio de 408 puntos, por debajo del promedio para matemáticas equivalente a 490 puntos. Esta evaluación manifiesta que el 57% de los participantes no alcanzan el nivel básico de competencias (nivel 2). Es decir, a lo más realizar procedimientos rutinarios, ejercicios, tales como operaciones aritméticas en situaciones donde todas las instrucciones se les son dadas, pero tienen problemas identificando cómo una situación del mundo real puede ser representada matemáticamente.

En el contexto nacional, el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2016) presenta los resultados obtenidos en la prueba PLANEA en Educación primaria, correspondientes a la unidad de análisis problemas aditivos en el periodo 2016-2017. Estos resultados muestran que el porcentaje nacional de aciertos sólo alcanzó un máximo del 64.25% en la resolución de problemas aditivos de cambio, en los que la incógnita está ubicada en el estado final; y llegó hasta un 33.29% en la resolución de problemas aditivos de combinación, donde la incógnita está en uno de los sumandos.

Los resultados mostrados, sugieren que desde la educación primaria los estudiantes en México presentan dificultades en la resolución de problemas, por desconocer la variedad de problemas aditivos, principalmente cuando la incógnita no se encuentra en la cantidad total, realizan operaciones aritméticas por medio de procedimientos rutinarios y presentan inconvenientes para representar matemáticamente una situación real, lo que se convierte en obstáculos para lograr el desarrollo de esta competencia.

Por otro lado, investigaciones desarrolladas en el contexto de la resolución de problemas aditivos, señalan que, los estudiantes presentan dificultades al momento de resolverlos

utilizando un modo de resolución superficial (Chamoso *et al.*, 2014; Verschaffel & De Corte, 1993). Por ejemplo, los estudiantes llegan a cometer errores cuando eligen un algoritmo para la solución del problema o siguen la estrategia de traducción directa de lo verbal a la expresión matemática, sin comprender las relaciones existentes en el problema (Blanco *et al.*, 2015; Ortíz, 2014).

Es importante que los estudiantes logren comprender e interpretar el enunciado del problema, de lo contrario esta actividad se torna un proceso complejo. En este sentido, Butto y Martínez (2012) implementaron una secuencia didáctica integrada con tipos y subtipos de problemas de estructura aditiva, con estudiantes de educación primaria. Sus resultados sugieren, que los estudiantes presentan dificultades en la selección de un algoritmo, de tal manera que eligen una operación distinta a la requerida en la situación problema, y afirman que esto se debe a la falta de comprensión del enunciado. Díaz y Bermejo (2007) señalan que, los estudiantes tienen mayor rendimiento cuando resuelven problemas aditivos con la incógnita en la cantidad final, pero el nivel desciende cuando la incógnita está en otra cantidad o en un subconjunto.

En algunas ocasiones, los estudiantes presentan dificultades para resolver problemas aditivos, debido a que no leen cuidadosamente la información contenida en el problema, llegando a malinterpretaciones (Orrantia *et al.*, 2005). Asimismo, los estudiantes recurrieron a modificar la información y por ende la estructura de los problemas, lo que les permite obtener resultados incorrectos que no corresponden a la estructura matemática inicial (Polotskaia, Savarad & Freiman, 2016).

En otras situaciones los estudiantes cometen errores en el conteo verbal, carecen del conocimiento conceptual necesario para resolver cada problema, presentan poca comprensión de la situación problemática planteada, obvian la representación adecuada del enunciado y/o suelen ocupar problemas como ejercitación de una operación, incurriendo en la mecanización tratando de resolver diferentes problemas con los mismos pasos o estrategias no razonadas y memorizadas (Orrantia, 2006). Esta situación se pone de manifiesto, por ejemplo, cuando los estudiantes utilizan esquemas visuales para resolver problemas aditivos (Ramos, Castro y Castro-Rodríguez, 2016).

Verzosa y Mulligan (2013) reportan que, en Filipinas algunos estudiantes de primaria, presentan dificultades para comprender problemas de estructuras aditivas simples, pocas veces resuelven con éxito problemas que tengan una parte desconocida, ya que acuden a estrategias de modelado directo y se les complica asociar algunas estructuras aditivas a la respectiva operación. García-García, Navarro y Rodríguez-Vásquez (2014) analizaron las dificultades y errores que presentan los estudiantes *Tee Save*⁴ (*mixtecos*) en la resolución de problemas aritméticos, en aspectos matemáticos por la escasa comprensión y dominio del idioma español. Estos autores destacan que los estudiantes que participaron en el estudio manifestaron la necesidad de que los problemas fueran traducidos a su lengua materna.

Desde la perspectiva del docente, algunos profesores confirman que los niños solucionan correctamente situaciones aditivas cuando se resuelven de forma algorítmica, pero fracasan con las mismas tareas cuando se formulan como problemas de enunciado verbal (Bermejo y Rodríguez, 1987; 1991). Martínez y Gorgorió (2004) afirman que, las dificultades para resolver problemas aditivos-sustractivos tienen que ver con aspectos cognitivos. Esta idea coincide con lo planteado por Nesher (1999) quien puntualiza que “las dificultades de los alumnos cuando se enfrentan a la resolución de problemas de enunciado verbal son de carácter cognitivo” (p.19). En esta misma línea, Díaz (2004) asegura que, las dificultades presentadas por los estudiantes, se manifiestan en la inapropiada representación inicial del problema que en la ejecución de la operación elegida.

De acuerdo con las investigaciones revisadas, se puede observar de forma general que las dificultades presentadas por los estudiantes se inclinan hacia la mala interpretación de la información que subyace al enunciado del problema (Blanco *et al.*, 2015; Orrantia *et al.*, 2005; Ortiz, 2014). Además, se evidencia el uso del modo de resolución superficial en el paso directo de la información contenida en el problema a una operación para obtener la solución sin comprender el enunciado (Vicente, Orrantia y Verschaffel, 2008).

Las dificultades presentadas por los estudiantes, en cierta medida pueden deberse a la forma en que los profesores abordan la resolución de problemas aritméticos con ellos. Existen evidencias de que algunos profesores por distintas razones, sugieren a los alumnos el uso de

⁴ Grupo de personas pertenecientes a la comunidad *Ñuu Savi* (mixteca), su lengua materna es el *Tu'un Savi*, que significa palabra de la lluvia (García-García, 2014).

estrategias superficiales, como por ejemplo el uso de palabras clave para resolver problemas (Martínez y Gorgorió, 2004; Nesher, 2000). Autores como Verzosa y Mulligan (2013) señalan que, algunos profesores en filipinas recurren a procedimientos superficiales para resolver problemas que pueden ser imitados por sus estudiantes, por ejemplo, utilizaban la estrategia de reemplazar palabras. De manera similar, García-García (2014) observó que algunos profesores utilizan palabras claves en el discurso durante la clase, muestran bajo nivel de comprensión de los conceptos abordados en la resolución de problemas aditivos, y tienen preferencia por un algoritmo como la forma de enseñar a resolver un problema.

Castro *et al.* (2014a) señalan que los profesores en formación proponen situaciones aditivas verbales donde las palabras clave siempre son indicador de la operación a realizar, obviando las diferentes clasificaciones según las estructuras aditivas que se les pueden plantear a los estudiantes, limitando el uso de problemas aditivos, al uso de estructuras más sencillas de resolver. Posiblemente la recomendación del uso de este tipo de estrategias se deba a que a los profesores les interesa más que el resultado esté correcto, sin atender a las malinterpretaciones y dificultades presentadas por el estudiante durante el proceso de resolución para llegar al resultado (Polotskaia *et al.*, 2016). También, esto podría deberse a que los profesores creen que los estudiantes no son capaces de resolver un problema de manera autónoma sin darles pistas para poder resolverlos. Martínez y Gorgorió (2004), mencionan que algunos profesores aseguran que las palabras claves deben estar presentes en los problemas verbales para que el estudiante pueda identificar la operación que ayude a solucionar el problema.

El profesor es quien planifica y debe proponer los problemas a sus estudiantes, éste debe ser capaz de ofrecer variedad de situaciones problemáticas con un grado de desafío, problemas que exijan más que la elección de números o palabras clave para su resolución (Cañadas y Castro, 2011; Castro, Gorgorió y Prat, 2014b; Martínez y Gorgorió, 2004). En este sentido, es importante la organización de contenidos de los materiales de apoyo, como por ejemplo el libro de texto, debe ser un insumo para que el profesor pueda promover problemas desafiantes y variados a sus estudiantes.

En general, las investigaciones anteriores reportan que algunos profesores de matemáticas en educación primaria, presentan dificultades al ayudar a los estudiantes a resolver problemas

durante la enseñanza, evidenciando dificultades en el manejo de los conceptos utilizados en la resolución de problemas aritméticos. Asimismo, proponen a sus estudiantes problemas directos o que se solucionen por medio de una palabra clave, lo que provoca que los estudiantes no se enfrenten o tomen conciencia de que existen otros tipos de problemas, limitando con ello el desarrollo del *pensamiento relacional*⁵ (Vergnaud, 1991).

1.2. Investigaciones centradas en el análisis de los libros de texto

El libro de texto ha sido analizado en distintas áreas curriculares como, por ejemplo, la estadística (e.g., Díaz-Levicoy, Giacomone y Arteaga, 2017; Espinoza y Roa, 2014), geometría (e.g., Barrantes, López y Fernández, 2015; López y Contreras, 2014), en el tema de la medida (e.g., Mengual, Gorgorió y Albarracín, 2017), y la proporcionalidad (e.g., Pino y Blanco, 2008). Algunos autores (e.g., Aguillón y Resendiz, 2012; Chamoso *et al.*, 2014; Orrantia, González y Vicente, 2005; Ortíz, 2014; Sánchez y Vicente, 2015) han trabajado sobre el análisis de libros de texto, particularmente atendiendo a los problemas aritméticos.

Orrantia *et al.* (2005) analizaron los libros de texto del alumno de tres editoriales españolas de los seis cursos del ciclo de educación primaria, considerando los problemas con estructura aditiva de una o más etapas. El análisis se centró en la estructura semántica, el grado de desafío y el contexto situacional de los problemas aritméticos. Sus resultados sugieren que, los problemas de combinación con la incógnita en el todo son los más propuestos en los libros de texto de primer y segundo grados, presentándose con una frecuencia que va desde el 45% al 53% en las distintas editoriales. En segundo lugar, los problemas más propuestos son los de cambio disminución con incógnita en la cantidad final (18.3% al 24%). Los problemas de comparación se presentan con una frecuencia entre el 18.1% al 28.9%, siendo los problemas de comparación aumento con incógnita en la diferencia los que más se presentan en segundo grado (25.7%). En las editoriales estudiadas, los problemas de igualación son escasos, encontrándose once problemas de este tipo en los seis libros analizados.

Chamoso *et al.* (2014) caracterizaron el grado de autenticidad de los problemas en libros de texto y cuadernillos trimestrales de editoriales españolas, correspondientes a los seis cursos

⁵ “Modos flexibles de construcción de estrategias para abordar una situación o problema matemático, en los que la atención se centra en relaciones y elementos clave, en lugar de en la aplicación de un método de resolución estandarizado” (Castro y Molina, 2007, p. 70).

de educación primaria. En sus resultados reportan que los problemas aditivos de combinación con incógnita en el todo son los más propuestos (38.12%), seguidos por los problemas de cambio disminución con incógnita en la cantidad total (16.89%), los problemas de comparación aumento con la incógnita en la diferencia (7.57%) y, por último, los problemas de igualación aumento con la incógnita en la igualación (1.17%). Los resultados de este estudio muestran que el 73% de los problemas aditivos propuestos en los libros de texto, son de tipo consistentes y el 27% son de tipo inconsistentes. Concluyeron que la mayoría de los problemas pueden ser resueltos utilizando el modo superficial (Verschaffel & De Corte, 1993). Asimismo, consideraron que los problemas propuestos son poco desafiantes y carecen de ser situaciones auténticas.

Sánchez y Vicente (2015) analizaron los modelos de resolución de problemas aritméticos verbales propuestos en los libros de texto pertenecientes a la versión actualizada de las editoriales utilizadas por Orrantia *et al.* (2005), y los procedimientos que los componen (razonamiento matemático y situacional). Con base en el modelo de Verschaffel *et al.* (2000), estos autores establecieron las categorías de análisis: datos, razonamientos, estrategias de resolución, operaciones, resultados, comprobación e inventar (categoría adicional). Los resultados evidencian que, en dos de las editoriales estudiadas, el modelo de resolución más propuesto en los libros de texto es superficial (identificar datos, seleccionar las operaciones y expresar el resultado). El segundo modelo propuesto con más frecuencia es el de datos, estrategias, operaciones, resultado y para la otra editorial el modelo más propuesto es el de datos, estrategias, operaciones, resultado y comprobación. También, los problemas carecen de un alto grado de complejidad y son poco exigentes de un modelo de resolución genuino (Verschaffel & De Corte, 2000), aspecto importante para que los estudiantes solucionen problemas, y puedan presentar buenos resultados en las pruebas como PISA y TIMSS⁶.

En el contexto mexicano, tras los cambios en las reformas educativas, Aguillón y Resendiz (2012) compararon las tipologías de problemas aditivos en los libros de texto de tercer y cuarto grado de primaria de los años 1960, 1972 y 1993. Estos autores clasificaron los problemas aditivos con base en la propuesta de Blanco y Calderón (1994). Los resultados muestran que, en el año 1960 los libros de texto de tercer grado proponían más problemas de

⁶ Trends in International Mathematics and Sciences Study.

combinación con incógnita en el todo un 33.3%, problemas de igualación 2 con la incógnita en la igualación un 22.2%, de igual manera se propusieron los problemas de cambio 2 y los problemas de cambio 1 con la incógnita en la cantidad final, comparación 1 y 2 con la incógnita en la diferencia un 7.4% cada uno.

En 1972, los problemas que más se propusieron fueron los de combinación 1 un 54.5%, seguido por los de igualación 1 con la incógnita en la igualación un 36.4% y los menos propuestos fueron de cambio 2 un 9.09%. En 1993 se propusieron más problemas de combinación 1 con la incógnita en la cantidad total un 31.4%, seguidos por los de cambio 1 un 25.5%, cambio 2 un 19.6%, los problemas de cambio 3, combinación 1, comparación 2 e igualación 2 un 5.8% cada uno. En este sentido, los libros de cuarto grado contienen menos variedad de problemas, en el año 1960 no se propusieron ningún tipo de problemas y en 1972 sólo se propuso un problema de cambio 1 y un problema de igualación 1. En 1993 el libro de texto proponía más problemas de cambio 1 un 47.4%, seguidos por los problemas de cambio 2 un 21.05%. Los problemas de comparación 2 e igualación 2 se propusieron un 15.78% cada uno.

Por su parte, Ortíz (2014) analizó los problemas aditivos que incluyeran el manejo de dinero y en el contexto de compra-venta pertenecientes al libro de texto de segundo grado de primaria de la SEP (2012), con el propósito de identificar sus características semánticas, numéricas y contextuales. El análisis se llevó a cabo a partir de las clasificaciones propuestas por Bermejo y Rodríguez (1991), Puig y Cerdán (1988), y aspectos de la teoría de los campos conceptuales sobre problemas aditivos, considerando la categoría de relación aditiva implicada en el problema, el lugar de la incógnita, el cálculo numérico implicado en el problema, el aspecto sintáctico, el número de etapas, y los conocimientos sobre dinero y compra-venta contenidos en el problema. Los resultados sugieren que la mayoría de los problemas aditivos del libro de texto son de composición de medidas (calcular el monto a pagar), transformación de medidas (calcular el cambio, transformación positiva o negativa), y en la mayor parte de los problemas preguntan por el estado final y son de una etapa.

Las investigaciones presentadas dan a conocer la importancia de analizar el libro de texto respecto a las estructuras aditivas y el tratamiento de la resolución de problemas aritméticos. Dejan en evidencia que los problemas más sencillos de resolver son los más propuestos en

los libros de texto. Estos problemas parecieran no responder al currículo, por presentar poca variedad de las diferentes estructuras aditivas, necesarias para que los estudiantes desarrollen la competencia de resolución de problemas y fortalecer el conocimiento aritmético. También, se observa que el análisis de los problemas aditivos en los libros de texto se ha realizado a partir las categorías de la estructura semántica, propuestas desde el inicio por Vergnaud, continuadas por Orrantia *et al.* (2005), Cañadas y Castro (2011), entre otros.

El libro de texto cumple un papel fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Es una herramienta de uso permanente en la planificación de las clases de los profesores, así como instrumento guía para los estudiantes (Cárcamo, 2012). Sin embargo, en las investigaciones consideradas anteriormente se evidencia que los problemas aritméticos contenidos en los libros de texto de matemáticas, podrían estar contribuyendo a las dificultades presentadas por los profesores y estudiantes en la resolución de problemas. En este sentido se destaca, lo mencionado por Orrantia (2006) sugiriendo que, en los libros de texto se proponen más problemas rutinarios⁷, en los que una estrategia de traslación directa es suficiente para resolverlos. Esta situación podría llevar a un escaso desarrollo de estrategias de razonamiento matemático por parte del estudiante.

Otro aspecto contraproducente en el proceso de resolver problemas aditivos, es la organización y presentación de éstos en los libros texto. La evidencia sugiere que “los problemas que aparecen en el libro de texto tienden a ser agrupados y formulados de tal forma que la utilización de estrategias superficiales puede llevar a una ejecución correcta del problema” (Orrantia *et al.*, 2005, p. 435). De esta manera, es conveniente analizar las lecciones en los libros de texto, respecto de la presentación de problemas aritméticos no para hacer críticas a sus contenidos, sino para contribuir a involucrar las diferentes estructuras aditivas, y evitar ciertas dificultades presentadas por los estudiantes y profesores, las cuales podrían ser iniciadas por la utilidad de los problemas del libro de texto.

⁷ Un problema rutinario “es aquel para el cual el resolutor puede seguir cierto algoritmo, fórmula o procedimiento conocido para obtener la solución, y, generalmente, el camino a la solución es inmediatamente evidente” (Fan & Zhu, 2006, p. 613).

1.3. Problemática

La resolución de problemas aditivos de enunciado verbal, es una actividad que se ha analizado en el contexto de la formación de los profesores, en el aprendizaje de los estudiantes y en las tareas de los libros de texto. Algunos aspectos analizados son las dificultades presentadas al momento de resolver problemas, el tipo de estrategias o razonamientos utilizados por los estudiantes y profesores, la estructura de los contenidos curriculares, entre otros.

Con base en la revisión de la literatura, se evidencia que los estudiantes de educación primaria suelen presentar dificultades durante la resolución de problemas aritméticos, al momento de pasar del lenguaje común al lenguaje matemático. Los alumnos, suelen operar con los números que aparecen en el enunciado del problema, recurriendo a un modo de resolución superficial; y manifiestan la ausencia de la lectura pausada que favorezca la comprensión y representación de la situación problema.

Respecto a las dificultades evidenciadas por profesores, implícitamente se intuye la carencia del dominio de los conceptos abordados en la resolución problemas aritméticos. Pasan por alto los procedimientos realizados por los estudiantes, lo que no les permite realizar un proceso de retroalimentación con los mismos. Regularmente, proponen a sus estudiantes problemas que se resuelven de forma directa y con un mismo tipo de estructura aditiva, por lo que no se involucra en su planificación variedad de problemas que contribuyan al conocimiento de los estudiantes. Con ello la resolución de problemas, se transforma en la ejercitación de operaciones que priorizan lo algorítmico (Orrantia, 2006).

Las investigaciones que han abordado los problemas aditivos, muestran que, en algunos libros de texto de matemáticas, éstos son poco desafiantes para los estudiantes. Es decir, son problemas en los que basta con aplicar una estrategia superficial para resolverlos y en los que no considera la variedad de estructuras aditivas existentes, más allá de las que involucran un cambio de estado final.

Dado que el libro de texto es un material educativo fundamental para las planificaciones de clases, algunos profesores limitan sus lecciones a su uso y muchas veces sin cuestionarlo (Cárcamo, 2012). También, se considera que, al igual que Braga y Belver (2016) que los profesores deben analizar el libro de texto en función de su potencialidad para favorecer la

reflexión curricular en las aulas. En este sentido, es fundamental realizar un análisis sobre los problemas aditivos propuestos en el libro de texto desde su estructura semántica, y con ello determinar qué tanto se incluyen las diferentes estructuras en los problemas propuestos y si éstas son suficientes para que el profesor, quien utiliza el libro de texto para planificar su clase, conozca diferentes tipos de problemas y pueda ayudar a sus estudiantes a que utilicen variedad estrategias para resolver problemas (Butto y Martínez, 2012).

En el contexto de la reforma 2011 en México, la Educación básica se reorganiza en cuatro periodos escolares. El primer periodo corresponde a preescolar, el segundo se conforma por primero, segundo y tercer grados de primaria. El tercer periodo se constituye por el cuarto, quinto y sexto grados, y el cuarto periodo está conformado por primero, segundo y tercer grados de secundaria (SEP, 2011b). Particularmente la reforma establece que, al término del segundo periodo los estudiantes saben resolver problemas aditivos con diferente estructura, y que desarrollen formas de pensar, utilicen diferentes técnicas o recursos, procedimientos eficientes para la resolución de problemas (SEP, 2011a; SEP, 2011b).

Cabe destacar que, varias investigaciones han estudiado los problemas aditivos de enunciado verbal desde su estructura semántica y sintáctica, reportando tipos de problemas con sus diferentes estructuras (e.g., Chamoso *et al.*, 2014; Heller & Greeno, 1978; Orrantia *et al.*, 2005; Ortiz, 2014). Otros estudios, han enfatizado sobre el grado de dificultad de los problemas (e.g., Carpenter, Hiebert & Moser, 1981), niveles de conocimiento aritmético asociados a los problemas de tipo aditivos (e.g., Nesher, 1999; Nesher, Greeno & Riley, 1982), y particularmente en México se ha realizado una clasificación de problemas aditivos en libros de los 60's, 70's y 90's (e.g., Aguillón y Resendiz, 2012).

De lo anterior, con el propósito de saber qué tipo de problemas emplearían los profesores en las clases de matemáticas para desarrollar una competencia en los estudiantes, es necesario analizar los libros de texto para identificar la promoción de los problemas aditivos que involucran las diferentes estructuras semánticas. Por lo tanto, la pregunta de investigación que condujo este estudio es *¿Cuáles son las estructuras semánticas y componentes sintácticas de los problemas aditivos de enunciado verbal de los libros de texto desafíos matemáticos del segundo periodo escolar de la Educación básica?*

Para dar respuesta a la pregunta de investigación, se plantearon los siguientes objetivos.

1.4. Objetivos***Objetivo General***

OG. Caracterizar las estructuras semánticas y componentes sintácticas de los problemas aditivos de enunciado verbal, presentes en los libros de texto del segundo período escolar de la Educación Básica en México.

Para alcanzar el objetivo general, se plantearon los siguientes objetivos específicos:

Objetivos específicos

OE1. Identificar y clasificar los desafíos en los libros de texto de matemáticas que contienen problemas aditivos de enunciado verbal.

OE2. Analizar y categorizar los problemas aditivos de enunciado verbal de los libros de texto de matemáticas, con base en las estructuras semánticas y la componente sintáctica.

OE3. Asociar los problemas aditivos de enunciado verbal propuestos en los libros de texto con los niveles de conocimiento aritmético necesario para resolverlos.

Capítulo 2

Marco conceptual

En esta sección se presentan las acepciones tomadas de la revisión de los planes y programas de estudio, los conceptos clave para el desarrollo de la investigación como la resolución de problemas en Matemática Educativa, la clasificación de los problemas aditivos en verbales, numéricos y gráficos, y la clasificación según la estructura semántica y componente sintáctica de los PAEV aditivos.

2.1. Revisión del plan de estudios vigente de la Educación básica en México

En el proceso de enseñanza-aprendizaje por competencias, la Educación Básica en su plan de estudios de la reforma de 2011 (SEP, 2011b) define una competencia como la capacidad de responder a diferentes situaciones, que implica un saber hacer (habilidades), un saber (conocimiento), y a valorar las consecuencias de ese hacer, refiriéndose a los valores y actitudes.

En este sentido, el Plan de Estudios propone Estándares Curriculares como descriptores de logro de lo que los estudiantes deben demostrar cuando concluyan un período escolar, sintetizando los aprendizajes esperados a lograr en cada una de las etapas de la educación formal. Estos aprendizajes, están organizados en la educación primaria y secundaria por asignaturas, grados y bloques. Para orientar el alcance de los aprendizajes esperados, se presentan indicadores de logro, que dependen de los tiempos establecidos en los programas de estudio y definen lo que se espera de cada alumno en términos del saber, saber ser y saber hacer (SEP, 2011b).

La SEP (2011b) menciona que, el campo de formación pensamiento matemático, está constituido por el campo formativo pensamiento matemático en preescolar y Matemáticas en primaria y secundaria. El campo de formación pensamiento matemático, se centra en usar el razonamiento matemático, que el ser humano construya diversas perspectivas sobre la realidad y proponga formas para solucionar un problema a través de procesos matemáticos. Además, resalta que representar una solución implica establecer simbolismos y correlaciones mediante el lenguaje matemático y es un aspecto esencial que el estudiante tenga conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones, y los use de manera flexible

para solucionar problemas. Sin embargo, lo más favorable para el proceso de resolución de problemas es que los estudiantes razonen, establezcan procedimientos donde vayan incluidas estrategias que puedan ser explicadas con argumentos, incluyendo la respuesta obtenida (SEP, 2011b).

El campo formativo: pensamiento matemático en preescolar tiene como objetivo que los estudiantes usen “los principios del conteo; reconozcan la importancia y utilidad de los números en la vida cotidiana, y se inicien en la resolución de problemas y en la aplicación de estrategias que impliquen agregar, reunir, quitar, igualar y comparar colecciones” (SEP, 2011b, p.48). Lo anterior es un aspecto importante, debido a que los estudiantes al realizar estas estrategias, de manera implícita trabajan con estructuras aditivas que los conllevan a conocer distintos tipos de problemas, y al pasar al segundo periodo escolar podrían desarrollar de mejor forma la competencia de resolución de problemas.

En la asignatura de matemáticas en primaria y secundaria, la SEP (2011b) enfatiza que el desarrollo del pensamiento matemático va dirigido “a aprender a resolver problemas y formular preguntas en que sea útil la herramienta matemática” (p.53). Además, en primaria buscan que los estudiantes tengan conocimientos y usar de manera adecuada el lenguaje aritmético, algebraico y geométrico. En secundaria se enfatiza en que los estudiantes transiten del razonamiento intuitivo al deductivo (SEP, 2011b).

Se observa que el Plan de estudios considera importante que los estudiantes interpreten y comprendan las situaciones problemáticas que se les plantean, para que en el proceso de resolución sean conscientes de las estrategias y/o razonamientos utilizados y puedan lograr comunicar sus ideas a través de argumentos matemáticos concretos.

En lo que respecta a los propósitos del estudio de las Matemáticas para la Educación básica primaria, los programas de estudio de la SEP (2011a) menciona que, los estudiantes utilicen el cálculo mental y operaciones básicas de la aritmética, números naturales y fraccionarios para resolver problemas aditivos y multiplicativos. Asimismo, afirma que, “al término del segundo periodo escolar, los estudiantes deben ser capaces de resolver problemas aditivos con diferentes estructuras, utilizando algoritmos convencionales” (SEP, 2011a, p.72).

A continuación, se presenta la descripción de los aprendizajes esperados y propósitos que se tienen programados para los estudiantes en el segundo periodo escolar. En este sentido los aprendizajes esperados en *primer grado*, apuntan a que los estudiantes calculen el resultado

de problemas aditivos, teniendo en cuenta acciones como agregar, juntar, quitar o separar colecciones; y buscar lo que le falta a una cierta cantidad para llegar a otra. Asimismo, buscan que los estudiantes analicen la situación propuesta en un problema que requiera para su solución una suma o una resta (SEP, 2011a).

En el caso de los aprendizajes esperados para *segundo grado*, la SEP (2011a) sugiere que los estudiantes resuelvan problemas donde presenten diferentes significados de la adición y la sustracción, como por ejemplo la noción de la suma y la resta basada en los desplazamientos en la recta numérica (avanzar y retroceder), y la resta, además, como sumando desconocido (comparar). En este sentido se espera que los estudiantes resuelvan problemas aditivos con diferentes significados, modificando el lugar de la incógnita y con números de hasta de dos cifras.

Para el *tercer grado*, la SEP (2011a) sostiene que los aprendizajes esperados en la actividad de resolución de problemas giran en torno a resolver situaciones problemas que impliquen cálculo mental utilizando restas de dígitos múltiples de diez, emplear algoritmos convencionales para resolver adiciones y sustracciones con números naturales de dos cifras. Asimismo, se espera que los estudiantes puedan desarrollar operaciones de adición y sustracción para resolver problemas de más de una etapa.

2.2. La resolución de problemas en Matemática Educativa

Un *problema* es una situación o tarea desafiante en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla o resolverla conscientemente por un sujeto, siendo para éste la vía de solución un factor desconocido (Cabañas-Sánchez, 2000; Rizo y Campistrous, 1999). En este sentido, un *problema matemático* es considerado como “toda situación que entrañe una meta a lograr y en donde casi siempre existirá un obstáculo para alcanzar dicha meta” (Castro, Rico y Castro, 1995, p.36). Sin embargo, el término problema ha adquirido muchos significados, debido a que éste depende de la persona que desarrolla la situación. De modo que, lo que para un sujeto puede ser un problema, para otro no lo es (García-García, 2014).

Por otro lado, Castro y Ruíz (2015) mencionan que, un *problema* se conoce como el reto cognitivo, a la vez que, una tarea que enfrenta una o determinadas personas con el propósito

de encontrar la solución, pero ésta no se encuentra de manera fácil, es posible que se realicen varios intentos que permiten la estimulación de nuevos aprendizajes.

En este trabajo se entiende por problema a una situación que presenta en su enunciado cierto grado de dificultad, que contiene implícitamente condiciones y exigencias que el resolutor debe identificar para emprender un camino de resolución.

A través del tiempo y del avance de investigaciones en el área de la Educación Matemática, se ha considerado a la *resolución de problemas* como la actividad que le da sentido real a los contenidos matemáticos (Echenique, 2006). Resolver problemas es la fuente y el criterio del conocimiento operacional (Vergnaud, 1982), por lo que se deben ofrecer a los estudiantes situaciones variadas basadas en la cotidianidad de los sujetos y a su vez situaciones desafiantes que permitan entender los significados de las operaciones que utilizan.

En este trabajo, se entiende por resolución de problemas al proceso que realiza el sujeto, en el cual ponen en marcha estrategias y/o razonamientos que le permitan superar los obstáculos desafiantes y encontrar el camino de solución apropiado.

Cabe resaltar que existen formas de solucionar problemas aritméticos. Teniendo en cuenta el grado de dificultad, Verschaffel y De Corte (2000) proponen dos modos de resolución: *modo genuino*, que se utiliza para resolver problemas matemáticamente difíciles⁸ desde el contexto situacional, y el *modo superficial* usado para resolver problemas más fáciles (e.g., por medio de una palabra clave). Así, estas dos maneras de resolver problemas son fundamentales en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, ya que, si las utilizan en sus razonamientos de forma adecuada, identificando el tipo de problema al cual se enfrentan, lograrían resultados satisfactorios basados en la comprensión de la situación problema.

En la mayoría de los currículos educativos, la resolución de problemas se presenta como una competencia basada en que el individuo resuelva de manera autónoma, tareas matemáticas desafiantes (CCSSI, 2018; SEP, 2011b). La resolución de problemas no sólo se centra en situaciones de la vida cotidiana, sino que se preocupa por aquellas situaciones que no resulten familiares, que tengan un alto grado de dificultad, donde el individuo manifieste sus

⁸ “Requieren razonamientos sobre las relaciones entre las cantidades” (Sánchez y Vicente, 2015).

habilidades cognitivas (Echenique, 2006). Asimismo, Orrantia *et al.* (2005) asegura que, “para resolver un problema hay que desencadenar una serie de estrategias que permitan crear una representación de éste. En este proceso interactúan distintos tipos de conocimientos como lingüísticos, del mundo y matemáticos” (p.434).

Existen distintos tipos de problemas matemáticos, entre los que se encuentran los problemas aritméticos, que:

En su enunciado presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo, cuyas preguntas hacen referencia a la determinación de una o varias cantidades o a sus relaciones, y que necesitan la realización de operaciones aritméticas para su resolución (Echenique, 2006, p.30).

Los problemas aritméticos pueden ser: aditivos, multiplicativos, entre otros. Asimismo, estos problemas se pueden presentar de diversas formas, por ejemplo, verbal⁹, numérica¹⁰ y gráfica¹¹ (Bonilla, Sánchez y Guerrero, 1999). En este estudio son de interés los *problemas aditivos* (aditivo-sustractivos), los cuales se caracterizan por requerir en su resolución una o varias adiciones y/o sustracciones (Echenique, 2006; Vergnaud, 1991). Este tipo de problemas poseen relaciones formadas por adiciones o sustracciones, a lo que se le conoce como estructuras aditivas (Bonilla, Sánchez y Guerrero, 1999; Castro, Rico y Castro, 1995).

Los problemas aditivos, se pueden clasificar desde distintas perspectivas. Una primera distinción es el número de operaciones que se deben emplear para resolver el problema, identificándose problemas de una o más etapas. En este sentido, Cañadas y Castro (2011) mencionan que, los problemas de una etapa o simples son aquellos que se resuelven mediante una única operación aritmética. Mientras que los problemas de más de una etapa o de n etapas, son los que necesitan n operaciones para llegar a su solución. Así, los problemas

⁹ Problema verbal: es aquel que contiene en su enunciado palabras que describen situaciones que tienen implícitas relaciones entre cantidades propuestas y se pueden resolver mediante una expresión aritmética (Bonilla, Sánchez y Guerrero, 1999).

¹⁰ Problema numérico: es aquel que exige realizar cálculos entre las cantidades en las expresiones dadas (Bonilla, Sánchez y Guerrero, 1999).

¹¹ Problema gráfico: es aquel que, a través de una representación, exige realizar una operación aritmética para hallar la solución (Bonilla, Sánchez y Guerrero, 1999).

aditivos de una etapa requieren de una sola suma o resta para su resolución y los de n etapas implican n sumas y/o restas.

En matemática educativa, los problemas aditivos también se pueden clasificar desde su estructura semántica, es decir, las relaciones entre los elementos que aparecen en el enunciado de la situación problema (Castro *et al.*, 2014a; Orrantia, 2003; Orrantia *et al.*, 2005; Reuwsaat, Da Silva y Soares, 2013; Van Dijk & Kintsch, 1983). Cabe mencionar que, la semántica desde una perspectiva léxica, estudia el significado de las palabras, así como las diversas relaciones de sentido que se establecen entre ellas (Real Academia Española, 2014).

2.3. Desarrollo de la clasificación de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) aditivos desde la estructura semántica y componente sintáctica.

Vergnaud y Durand (1976) realizaron estudios relacionados con las estructuras aditivas desde el punto de vista de su estructura semántica, considerando el cálculo relacional como parte fundamental en el proceso de resolución de problemas. Estos autores, clasificaron inicialmente los problemas aritméticos de enunciado verbal con base en números naturales y enteros, fundamentados en un campo conceptual aditivo. En dicho campo, se caracterizaron cinco tipos de problemas: en los que dos medidas componen una tercera; una transformación que opera sobre una medida para dar lugar a otra medida; dos transformaciones se componen en una tercera; una transformación que opera sobre un estado relativo para dar lugar a otro estado relativo y dos estados relativos que se componen en un tercero. Posteriormente, Vergnaud (1982) agregó una categoría a las establecidas por Vergnaud y Durand (1976), llamada composición de dos medidas estáticas, donde se relacionan dos estados relativos.

En la misma línea de investigación, se han retomado y modificado las categorías propuestas por Vergnaud sobre los problemas aditivos, teniendo en cuenta la *estructura semántica*. En este sentido, Heller y Greeno (1978) clasifican problemas aditivos con base en tres estructuras semánticas: cambio, combinación y comparación.

2.3.1. Estructura semántica

- ***Estructura de cambio:*** se distinguen tres elementos diferentes, una cantidad inicial sometida a una transformación (cambio) que la modifica para llegar a una cantidad

final. El efecto del cambio puede ser un aumento o una disminución (Cañadas y Castro, 2011).

- **Estructura de Combinación:** se consideran dos cantidades (A y B) que forman parte de un todo que las incluye en su totalidad. Lo desconocido puede ser el conjunto o cantidad total o uno de los subconjuntos (Cañadas y Castro, 2011).
- **Estructura de comparación:** parten de dos cantidades independientes que se relacionan mediante la comparación. En este tipo de problemas, la relación de comparación está dada por palabras que están presentes en el enunciado del problema, como, por ejemplo, “más que” y “menos que” (Castro, Rico y Castro, 1995, Riley *et al.*, 1983, Orrantia *et al.*, 2005; Cañadas y Castro, 2011).

Esta clasificación de los problemas aditivos fue retomada por investigaciones posteriores a la realizada por Heller y Greeno (1978), por ejemplo: Nesher (1982), Carpenter y Moser (1981) y Carpenter, Hiebert y Moser (1983), quienes proponen una cuarta estructura semántica, la de igualación.

- **Estructura de igualación:** restringen lo desconocido a la diferencia entre: cantidad dada y la cantidad deseada. Estos problemas en el enunciado exponen una acción física necesaria para que una cantidad sea igual a otra (Cañadas y Castro, 2011).

Otros investigadores como: Castro *et al.* (1995), Echenique (2006), Orrantia (2006) mencionan que, los problemas de igualación se originaron a partir de una relación entre los problemas de cambio y comparación, donde se produce una acción al comparar dos cantidades. Cabe resaltar que los problemas de cambio e igualación se consideran dinámicos y los problemas de combinación y comparación son estáticos.

Las investigaciones de Bermejo y Rodríguez (1987, 1991), Bermejo, Lago y Rodríguez, (1998), De Corte y Verschaffel (1987), Orrantia (2003), Orrantia *et al.* (2005), Riley *et al.* (1983), Riley y Greeno (1988), Vicente *et al.* (2008), utilizaron las categorías semánticas para identificar situaciones problemas dinámicas y estáticas, así como estudiar los niveles de dificultad de los diferentes tipos y subtipos de problemas, dar el significado correcto a las operaciones, identificar las estrategias de resolución de los estudiantes al momento de resolver problemas categorizados desde la semántica, así como la importancia del modelo

de procesamiento semántico de los problemas establecido por (Verschaffel & De Corte, 1985).

El estudio de los problemas aditivos de enunciado verbal, se ha profundizado a partir de la dependencia semántica existente en un enunciado, considerando siete tipos de palabras o términos, útiles para identificar por fragmentos las relaciones presentes en el problema (Nesher, 1982; Puig y Cerdán, 1988), ver Tabla 1.

Tabla 1

Palabras o términos que indican dependencia semántica en el enunciado de un PAEV aditivo

Tipos de palabras	Ejemplo
Argumentos: Dependencia semántica entre los argumentos cuantificados numéricamente que aparecen en las proposiciones que subyacen al texto del problema.	Tres chicos y dos chicas fueron a la playa. ¿Cuántos niños fueron a la playa?
Adjetivos: dependencia semántica debida a adjetivos que califican los argumentos cuantificados (e.g., grande y pequeño califican los argumentos en el problema).	Hay tres ventanas grandes y tres ventanas pequeñas en el salón. ¿Cuántas ventanas hay en el salón?
Agentes: dependencia semántica debida a los agentes a los que se hace referencia en el texto.	Ruth tenía tres manzanas y Luisa tenía dos manzanas. ¿Cuántas manzanas tenían Ruth y Luisa juntas?
Localización: dependencia semántica debida a la relación espacial entre objetos. Por ejemplo, localizan los objetos en: cama, estantería y habitación.	Hay dos libros encima de la cama y ocho libros en la estantería . ¿Cuántos libros hay en total en la habitación ?
Tiempo: Dependencia semántica debida a la relación temporal entre los acontecimientos a los que hace referencia el texto.	Dan se comió tres caramelos ayer y dos caramelos hoy . ¿Cuántos caramelos se ha comido Dan entre los dos días ?
Verbos: dependencia semántica que se expresa mediante los verbos que aparecen en el texto.	Víctor tenía tres carros y le dio dos de ellos a Joe. ¿Cuántos carros tiene Víctor ahora?
Términos relacionales: Dependencia semántica debida a términos relacionales que afectan a dos argumentos cuantificados dados.	Pedro tiene 22 canicas, 5 canicas más que Lucas. ¿Cuántas canicas tiene Lucas?

Nota: información adaptada de los trabajos de Nesher (1982) y Puig y Cerdán (1988).

En este sentido, García (2011) asegura que, este tipo de palabras “constituyen alternativas que permiten variar el aprendizaje en la resolución de problemas y presentar al estudiante relaciones que presentan mayor complejidad para su análisis” (p.82).

2.3.2. Componente sintáctica

En este estudio se tiene en cuenta la componente sintáctica, es decir, el orden y relaciones entre los datos, palabras y símbolos (Puig y Cerdán, 1988), así como el lugar que ocupa la incógnita (cantidad desconocida) en el enunciado del problema. Por lo anterior, la clasificación de los problemas aditivos se extiende a veinte tipos de estructuras. En este sentido, los problemas de cambio se pueden presentar de seis formas diferentes, tres problemas de aumento y tres problemas de disminución, y dependiendo si la incógnita se encuentra en la cantidad inicial, en la cantidad de cambio (modificación) o en la cantidad final. Los problemas de combinación sólo se pueden encontrar de dos formas diferentes, la primera con la incógnita en el todo (total) y la segunda en la incógnita en una de sus partes.

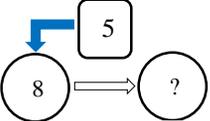
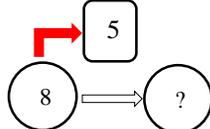
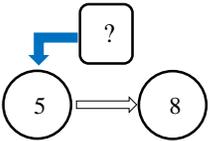
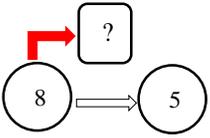
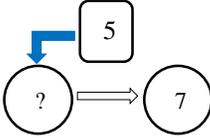
En los problemas de comparación, pueden presentarse seis posibilidades según el lugar donde esté la incógnita, en el comparado, en el referente o en la diferencia, distinguiéndose tres de comparación-aumento y tres de comparación-disminución. Asimismo, para los problemas de igualación se pueden encontrar seis tipos de problemas, tres de igualación-aumento y tres de igualación-disminución y la incógnita puede hallarse en el referente, en el comparado o en la igualación.

Los diferentes tipos de problemas se pueden representar por medio de esquemas¹², que le permiten al resolutor identificar el tipo de problema y organizar la información, pasando del enunciado verbal al lenguaje matemático, ver Tabla 2.

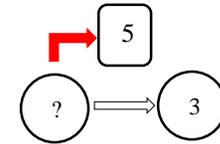
¹² Un esquema es un plan de acción o estrategia utilizada para resolver un cierto tipo de problemas (Fischbein, 1997).

Tabla 2

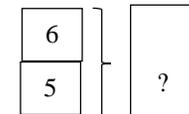
Clasificación de los problemas aditivos según la estructura semántica y componente sintáctica

Estructuras semánticas		PAEV aditivo	Esquemas
Incógnita en la cantidad final	Cambio 1 (Aumento)	María tiene 8 pelotas y le regalan 5, ¿Cuántas pelotas tiene ahora?	
	Cambio 2 (Disminución)	María tiene 8 pelotas y pierde 5, ¿Cuántas pelotas le quedaron?	
Incógnita en la cantidad de cambio.	Cambio 3 (Aumento)	María tenía 5 pelotas. Le regalaron algunas pelotas. Ahora tiene 8 pelotas, ¿Cuántas pelotas le han regalado?	
	Cambio 4 (Disminución)	María tenía 8 pelotas. Después de perder algunas pelotas, le quedan 5, ¿Cuántas pelotas ha perdido?	
	Cambio 5 (Aumento)	María tenía algunas pelotas. Y le regalan 5. Si ahora tiene 7 pelotas ¿Cuántas pelotas tenía al comienzo?	

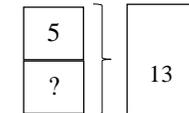
Incógnita en la cantidad inicial. Cambio 6 (Disminución) María tenía algunas pelotas y pierde 5. Si ahora tiene 3 pelotas, ¿Cuántas pelotas tenía al comienzo?



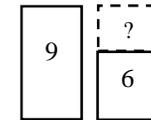
Incógnita en el todo. Combinación 1 Carlos tiene 6 lápices rojos y 5 azules, ¿cuántos tiene en total?



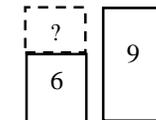
Incógnita en una parte. Combinación 2 Carlos tiene 13 lápices, unos son verdes y otros son rojos, si 5 son verdes, ¿cuántos son rojos?



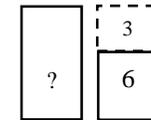
Incógnita en la diferencia. Comparación 1 (Aumento) Teresa tiene 9 galletas y Antonio tiene 6. ¿Cuántas galletas tiene Teresa más que Antonio?



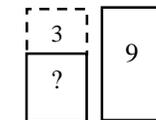
Comparación 2 (Disminución) Antonio tiene 6 galletas y Teresa tiene 9. ¿Cuántas galletas tiene Antonio menos que Teresa?



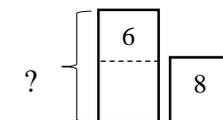
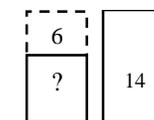
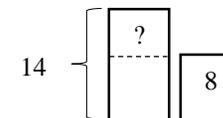
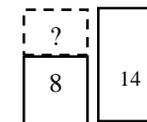
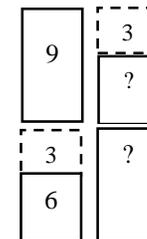
Incógnita en el comparado. Comparación 3 (Aumento) Antonio tiene 6 galletas. Teresa tiene 3 galletas más que Antonio. ¿Cuántas galletas tiene Teresa?



Comparación 4 (Disminución) Teresa tiene 9 galletas. Antonio tiene 3 galletas menos que Teresa. ¿Cuántas galletas tiene Antonio?

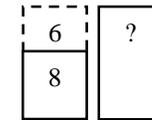


Incógnita en el referente.	Comparación 5 (Aumento)	Teresa tiene 9 galletas, 3 galletas más que Antonio. ¿Cuántas galletas tiene Antonio?
	Comparación 6 (Disminución)	Antonio tiene 6 galletas, 3 galletas menos que Teresa. ¿Cuántas galletas tiene Teresa?
Incógnita en la igualación.	Igualación 1 (Aumento)	Ana tiene 14 pesos y Pedro tiene 8 pesos. ¿Cuántos pesos tiene que ganar Pedro para tener tantos como Ana?
	Igualación 2 (Disminución)	Ana tiene 14 pesos y Pedro tiene 8 pesos. ¿Cuántos pesos tienen que gastar Ana para tener tantos como Pedro?
Incógnita en el comparado.	Igualación 3 (Aumento)	Ana tiene 14 pesos. Si Pedro gana 6 pesos, tendrá tantos como Ana. ¿Cuántos pesos tiene Pedro?
	Igualación 4 (Disminución)	Pedro tiene 8 pesos. Si Ana gasta 6 pesos, tendrá tantos como Pedro. ¿Cuántos pesos tiene Ana?

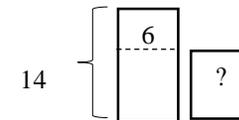


Incógnita en el referente.

Igualación 5 (Aumento) Pedro tiene 8 pesos y necesita ganar 6 más para tener tantos como Ana. ¿Cuántos pesos tiene Ana?



Igualación 6 (Disminución) Ana tiene 14 pesos y si gasta 6 pesos tendrá tantos como Pedro. ¿Cuántos pesos tiene Pedro?



Nota: Información adaptada a partir de los trabajos de Cañadas y Castro (2011), Castro (2013), Orrantia *et al.* (2005) y Vicente *et al.* (2008). Los **esquemas** tienen asociados a los problemas de cambio tienen un color azul que representa adición y el rojo la sustracción.

A partir de la clasificación de los problemas aditivos de acuerdo con su estructura semántica y componente sintáctica, se ha evidenciado que existen situaciones problemas más difíciles de resolver que otras. En esta línea, Orrantia (2003), Orrantia *et al.* (2005), Orrantia (2006) y Vicente *et al.* (2008), señalan que, dada la importancia de la componente sintáctica en la resolución de problemas aditivos, se pueden distinguir dos tipos de problemas, *consistentes* (lenguaje no conflictivo) y problemas *inconsistentes* (lenguaje conflictivo), considerando el grado de dificultad que presentan los problemas, las palabras claves y el lugar que ocupa la incógnita en el enunciado verbal.

Los problemas *consistentes* son los más fáciles de resolver por medio de un modelado matemático directo, trasladando proposición por proposición en forma secuencial, de igual forma como se presentan los datos en el enunciado del problema. De hecho, Orrantia (2006) menciona que, por lo general en este tipo de los problemas, se cumple que los indicios verbales o palabras clave como perder, ganar, regalar, más que, menos que, conducen a la operación a realizar (e.g., *Jorge tiene 8 pelotas. En una jugada gana 5 pelotas. ¿Cuántas pelotas tiene Jorge ahora?*).

Los problemas *inconsistentes* presentan un grado de dificultad mayor, la palabra clave o la información no coinciden con la operación, es decir, presentan conflictos, por ejemplo, la palabra “más que” expresan una relación entre los datos, pero se debe realizar una sustracción. Por ejemplo, *Jorge tiene 8 pelotas; él tiene 3 más que Carlos; ¿Cuántas pelotas tiene Carlos?* Estos problemas exigen al resolutor contar con el conocimiento conceptual a cerca de la estructura aditiva contenida en el enunciado del problema, que tenga dominio de las operaciones inversas como la adición y la sustracción e identifique las relaciones existentes entre los tres conjuntos, de los cuales dos son conocidos y uno desconocido. Dichas relaciones pueden ser parte-todo, y cantidad inicial, modificación o cantidad de cambio y cantidad final. Cabe señalar que, el grado de dificultad de los problemas se modifica principalmente de acuerdo con la estructura semántica y el lugar de la incógnita (Díaz, 2004).

En el proceso de resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal, Nesher (1999) señala que es importante que los profesores tengan en cuenta el tipo de conocimiento que deberían tener los alumnos para resolver distintos tipos de situaciones. De esta manera, los docentes podrían plantear problemas de acuerdo con el nivel de conocimiento en el que se

encuentran sus estudiantes. Cuando los estudiantes inician la etapa escolar y comienzan a tener contacto con las matemáticas, autores como Nesher, Greeno y Riley (1982) y Nesher (1999), señalan que las primeras actividades que realizan los niños son conteos de objetos, formar conjuntos y pueden presentar esquemas basados en estructuras de conocimiento del mundo y lógico matemático, que se van desarrollando a partir cuatro niveles.

2.4. Niveles de conocimiento aritmético en la resolución de PAEV aditivos

Nesher (1999) menciona que, sí el niño se encuentra en el *nivel 1* (recuentos) de conocimiento aritmético, es capaz de realizar conteos, identificar relaciones de orden $x < y$, encontrar el cardinal de un conjunto y realizar operaciones sencillas basadas en acciones como añadir, eliminar, poner, dar objetos, las cuales hacen referencia al efecto que produce el cambio de la cantidad de un conjunto determinado. En este nivel el sujeto podría resolver problemas cuyas estructuras aditivas sean de **cambio aumento** y **cambio disminución con la incógnita en la cantidad final** y problemas de **combinación con la incógnita en la cantidad total**. Cuando el niño comprende la diferencia entre la adición y la sustracción de la forma $x + y \rightarrow z$; $x - y \rightarrow z$, se puede decir que ha alcanzado el *nivel 2* (Cambio). En este nivel, el niño se encuentra preparado para interpretar acontecimientos de causa y efecto, identificando la cantidad que provoca el cambio, siendo capaz de resolver problemas de **cambio aumento** y **cambio disminución con incógnita en la cantidad de cambio**.

Los otros niveles requieren de un conocimiento aritmético más avanzado. Cuando el estudiante se sitúa en el *nivel 3*, es capaz de formar un esquema parte-parte-todo, dominando la relación de igualdad existente entre las cantidades que conforman una ecuación, así como la utilidad de la adición y la sustracción como operaciones inversas, para hallar la cantidad desconocida, siguiendo un proceso de reversibilidad (e.g., $x + y = z \rightarrow z - y = x$ y $z - x = y$). Este nivel permite resolver problemas de **combinación con la incógnita en una de sus partes**, problemas de **cambio aumento** y **cambio disminución con incógnita en la cantidad inicial**, problemas de **comparación aumento** y **comparación disminución con la cantidad desconocida** en la **diferencia y cantidad desconocida** en el **comparado**. Dado que la mayoría de los niños no logran una sólida comprensión de la adición y la sustracción como operaciones inversas hasta los seis años de edad (Baroody, Lai, Li y Baroody, 2009).

El *nivel 4* (relaciones direccionales), se basa en un proceso de reversibilidad, realizando comparaciones entre cantidades, estableciendo igualdades y desigualdades a través de la adición o la sustracción. Los problemas asociados a este nivel son de **comparación aumento y comparación disminución** con la **cantidad desconocida en el referente**. Con este mismo proceso se pueden resolver problemas de **igualación**, donde en un primer momento se comparan las cantidades y posteriormente se realiza una acción de aumento o disminución sobre una cantidad.

2.5. El libro de texto como material curricular

Los materiales curriculares desempeñan un papel fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Uno de ellos, es el libro de texto que se ha considerado una herramienta importante para las etapas de planificación de las clases por parte de los profesores y de aprendizaje para los estudiantes (Azcárate y Serradó, 2006; Cárcamo, 2012; Güemes, 1994; Pepin, Gueudet & Trouche, 2013). No obstante, dependiendo del uso que se le dé al libro de texto, puede influir de manera favorable o desfavorable en la actividad de enseñanza de contenidos de un área determinada, debido a que en algunos casos los libros de texto traen errores en sus contenidos, que causan inconsistencias en el proceso de razonamiento y aprendizaje de los estudiantes y en la enseñanza por parte de los profesores (Jaime, Chapa y Gutiérrez, 1992).

El libro de texto es un instrumento útil que contiene situaciones diversas de un área, con suficiente potencial para ser empleado durante todo un curso escolar (Area, 1991). También, es un mediador del aprendizaje de los estudiantes y el material curricular de uso preferente del profesor (Braga y Belver, 2016). El libro de texto es definido como un medio de comunicación que apoya y facilita la enseñanza y aprendizaje de los profesores, estudiantes y padres de familia (Navarro, 2015).

En esta investigación se concibe al libro de texto, como un material curricular constituido por contenidos específicos de una asignatura, dirigido a un nivel escolar en un contexto determinado. También, se considera al libro de texto como una herramienta principal para organización de las actividades y/o tareas docentes, que ayudan a transmitir un conocimiento de manera jerarquizada (Area, 1991; Braga y Belver, 2016; Díaz-Levicoy *et al.*, 2017; Navarro, 2015).

Capítulo 3

Metodología de la investigación

En este capítulo se abordan los aspectos metodológicos, método y técnicas utilizados. Asimismo, se tuvieron en cuenta tres fases: en la *primera fase* se presenta una revisión de documentos curriculares (plan y programas de estudios). En la segunda fase se presenta la selección de los libros de texto, en la *tercera fase* el análisis de contenido para lograr la caracterización de los PAEV aditivos.

3.1. Enfoque y tipo de investigación

Dado que el interés de este trabajo es caracterizar los problemas aditivos de enunciado verbal contenidos en libros de texto de matemáticas de educación primaria, se opta por un enfoque de investigación de tipo *cualitativa descriptiva* (Hernández, Fernández y Baptista, 2014; Vasilachis, 2006). La investigación cualitativa está orientada hacia la comprensión e interpretación profunda de situaciones o fenómenos sociales y educativos. Tiene como propósito descubrir un conjunto de conocimientos organizados, percepciones y significados derivados del objeto de estudio (Deslauriers, 2004; Hernández *et al.*, 2014; Sandín, 2003; Strauss y Corbin, 2002). En este sentido, este tipo de investigaciones hacen referencia a un conjunto de prácticas en busca de la interpretación que hacen al mundo visible, estudiando fenómenos en su contexto natural, con el propósito de darles sentido o interpretarlos en función de los significados que las personas le dan (Denzin & Lincoln, 2005).

A continuación, se describen cada una de las fases en las que se llevó a cabo el estudio. En la primera fase se presenta la revisión de los documentos curriculares como el plan de estudios de la educación básica y programas de estudio correspondientes a los grados del segundo periodo escolar. En la segunda fase se da a conocer la selección y descripción del objeto de estudio, los libros de texto y los problemas aditivos. En la tercera fase, se muestra el análisis de contenido documental (ver Figura 1).

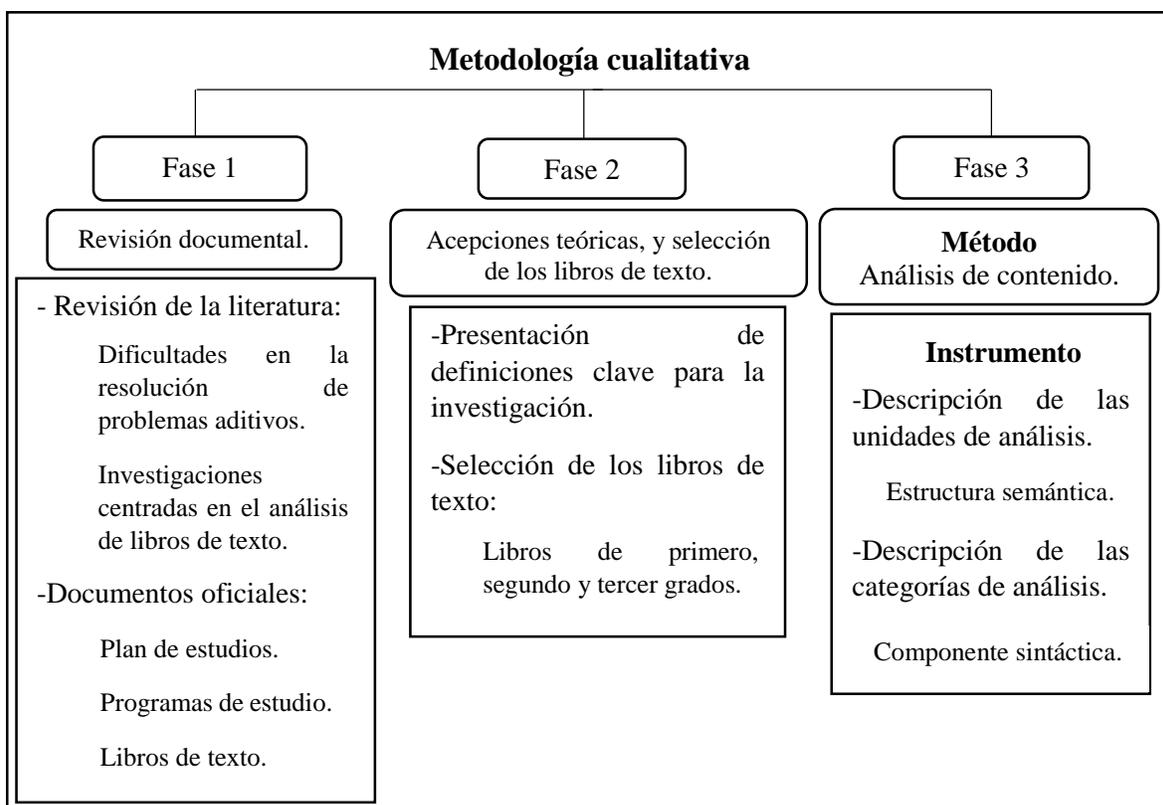


Figura 1. Organización de la investigación

3.2. Selección de los libros de texto

A través de la revisión de los libros de texto desafíos matemáticos se seleccionaron los de primero segundo y tercer grados, correspondientes al segundo periodo de educación de educación básica, donde se enmarca este trabajo. Estos libros son materiales gratuitos y únicos elaborados por la Comisión Nacional de Libros de Textos Gratuitos (CONALITEG) correspondientes a la tercera reimpresión del año 2016 (ciclo escolar 2017-2018), los cuales son ofrecidos por la SEP a los estudiantes y profesores pertenecientes a las escuelas públicas y privadas de México. Asimismo, según el plan de estudios al término del segundo periodo los estudiantes saben resolver problemas aditivos con diferentes estructuras y en los antecedentes se evidencia que los problemas más propuestos contienen estructuras sencillas de cambio, combinación y poco desafiantes. Por tal motivo, se seleccionaron los libros para indagar sobre las estructuras de sus problemas aditivos.

3.2.1. Descripción general de los libros de texto

Los libros de texto “desafíos matemáticos” poseen consignas que contienen actividades donde el estudiante debe buscar estrategias que le ayudan a ganar, crear espacios de

interacción con sus compañeros para vencer los desafíos, y conseguir estrategias para solucionar problemas. Asimismo, este material curricular está apegado al programa oficial y cubre todos sus contenidos, tiene un formato ágil y desafíos que apoyan a la labor diaria del docente, para que éste analice los desafíos previamente a su puesta en práctica en el aula (SEP, 2016a; 2016b; 2016c, p.7).

Ahora bien, los libros de texto de los grados primero, segundo y tercero del alumno están constituidos por bloques, desafíos y consignas. En este sentido, en los bloques se incluyen contenidos de los tres ejes temáticos, para que los temas se estudien simultáneamente y los estudiantes tengan una visión global de las matemáticas (SEP, 2011a). Asimismo, en cada bloque se plasman los aprendizajes esperados para las diferentes asignaturas, y son útiles para que los docentes lleven a cabo un proceso de evaluación y apoyo para el aprendizaje de los estudiantes (SEP, 2011b). Los desafíos están constituidos por consignas y en éstas se presentan actividades que contienen problemas matemáticos, así como las instrucciones o la forma de organizar las actividades y lo que está permitido usar para abordar los problemas (SEP, 2016a; 2016b; 2016c). En la Tabla 3, se sintetiza la cantidad de desafíos contenidos en los libros de texto que contienen PAEV aditivos.

Tabla 3

Descripción de los libros de texto y desafíos que proponen problemas aditivos

Libro de texto	B	D	Desafíos que proponen problemas aditivos	Desafíos que proponen PAEV aditivos
1°	5	57(100%)	32(56.1%)	8(25%)
2°	5	59(100%)	21(35.6%)	7(33.3%)
3°	5	76(100%)	14(18.4%)	5(35.7%)

Nota: información tomada de los libros del segundo periodo escolar (SEP, 2016a; 2016b; 2016c). Bloques (B) y Desafíos (D). Cabe resaltar que, para obtener el porcentaje en los PAEV aditivos, se consideró como 100% el total de desafío que proponen problemas aditivos.

Se destaca que los libros de texto contienen material recortable para complementar diversos desafíos que se enfocan en la resolución de problemas de adición y sustracción, situaciones de conteo, geometría, entre otros.

3.3. Análisis de contenido

Dada la importancia que tiene el libro de texto por las funciones y beneficios que ofrece, éste ha sido estudiado desde distintas perspectivas y áreas curriculares. En este contexto se han realizado *análisis didáctico*¹³ del libro de texto, en el que se incluye el análisis de contenido como un componente fundamental de éste de acuerdo con Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008), Rico (2015), Cañadas, Gómez y Pinzón (2016). Este tipo de análisis se centra en estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las matemáticas escolares, y está compuesto por tres aspectos importantes conocidos como la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación. Asimismo, el análisis de contenido está conformado por: (1) la estructura conceptual, donde se identifican los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema, (2) los sistemas de representación asociados al tema y (3) la fenomenología que identifica los fenómenos que le dan sentido al tema en estudio.

De manera particular, en esta investigación se utilizó el análisis de contenido desde la perspectiva de López-Noguero (2002), centrado en la investigación descriptiva, debido a que intenta descubrir los elementos de un fenómeno determinado. También, es una forma particular de análisis de documentos, con la cual no se pretende analizar el estilo del texto, sino las ideas expresadas en él, como por ejemplo el significado de las palabras, temas o frases que requieren de una cuantificación. Bajo este contexto analizamos los PAEV aditivos presentes en los libros de texto de acuerdo con su estructura semántica y componente sintáctica. Para ello, consideramos algunos de los aspectos empleados por Navarro (2015), como (1) establecer y definir las *unidades de análisis*, y (2) determinar las *categorías* que representan las variables de la investigación.

3.3.1. Unidades y categorías de análisis

Con base en las investigaciones previas presentadas en los elementos teóricos y trabajos que han realizado análisis de libros de texto (ver capítulo II), se estructuraron las unidades de análisis con base en la clasificación de los problemas aditivos de acuerdo a su estructura semántica desde la perspectiva de Riley, Greeno y Heller (1983), Orrantia *et al.* (2005) y Cañadas y Castro (2011), quienes clasificaron los problemas aditivos de enunciado verbal en

¹³ Cañadas *et al.*, (2016) mencionan que, el análisis didáctico es un proceso cíclico constituido por el análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y el análisis de actuación, los cuales realizan entre sí un proceso de retroalimentación.

problemas de cambio, combinación, comparación e igualación. En este sentido, las categorías de análisis son los elementos o dimensiones de las variables investigadas y son útiles para clasificar o agrupar dependiendo de las unidades de análisis (López-Noguero, 2002).

En este trabajo, las categorías están asociadas a los tipos de problemas conformados a partir de la componente sintáctica, resultando veinte tipos de problemas aditivos, teniendo en cuenta el orden de las palabras en el enunciado y el lugar que ocupa la incógnita o cantidad desconocida en la situación problema (Bonilla *et al.*, 1999; Puig y Cerdán, 1988). En este sentido, en la Tabla 4 se presentan las unidades y categorías que se utilizaran en el análisis de contenido documental de libro de texto.

Tabla 4

Unidades y categorías de análisis basadas en la tipología de problemas aditivos

Unidades de análisis (UA)		Categorías de análisis
Tipo de problema	Descripción	
Cambio (UA1)	En este tipo de problemas, se distinguen tres elementos diferentes, una cantidad inicial sometida a una transformación (cambio) que la modifica para llegar a una cantidad final. El efecto del cambio puede ser un aumento o una disminución.	Cambio 1. Aumento con incógnita en la cantidad final. (C1) Cambio 2. Disminución con incógnita en la cantidad final. (C2) Cambio 3. Aumento con incógnita en la cantidad de cambio. (C3) Cambio 4. Disminución con incógnita en la cantidad de cambio. (C4) Cambio 5. Aumento con incógnita en la cantidad inicial. (C5) Cambio 6. Disminución con incógnita en la cantidad inicial. (C6)
Combinación (UA2)	Los problemas de combinación consideran dos cantidades (A y B) que forman parte de un todo que las incluye en su totalidad. Lo desconocido puede ser el conjunto o cantidad total	Combinación 1. Incógnita en el todo. (CB1) Combinación 2. Incógnita en una de las partes que conforman el todo. (CB2)

o uno de los subconjuntos.

Comparación
(UA3)

Los problemas de comparación parten de dos cantidades independientes que se relacionan mediante la comparación. En este tipo de problemas, la relación de comparación está dada por palabras que están presentes en el enunciado del problema, como por ejemplo “más que” y “menos que”.

- Comparación 1. Aumento con incógnita en la diferencia. **(CP1)**
- Comparación 2. Disminución con incógnita en la diferencia. **(CP2)**
- Comparación 3. Aumento con incógnita en el comparado. **(CP3)**
- Comparación 4. Disminución con incógnita en el comparado. **(CP4)**
- Comparación 5. Aumento con incógnita en el referente. **(CP5)**
- Comparación 6. Disminución con incógnita en el referente. **(CP6)**

Igualación
(UA4)

Los problemas de igualación restringen lo desconocido a la diferencia entre: cantidad dada y la cantidad deseada. Este tipo de problemas en el enunciado exponen una acción física necesaria para que una cantidad sea igual a otra.

- Igualación 1. Aumento con incógnita en la igualación. **(IG1)**
- Igualación 2. Disminución con incógnita en la igualación. **(IG2)**
- Igualación 3. Aumento con incógnita en el comparado. **(IG3)**
- Igualación 4. Disminución con incógnita en el comparado. **(IG4)**
- Igualación 5. Aumento con incógnita en el referente. **(IG5)**
- Igualación 6. Disminución con incógnita en el referente. **(IG6)**

Por otra parte, en este trabajo el marco conceptual se hace operativo cuando se analizan los datos, es decir, los PAEV aditivos. A continuación, se presenta el análisis de un problema del libro de segundo grado, ver la Figura 2 y Tabla 5.

Tabla 5

Operatividad de los elementos teóricos

PAEV aditivo	Análisis de los datos					
<p>e) Rodrigo necesita 38 estampas para llenar su álbum de fútbol. Si su primo le regaló 12, ¿cuántas estampas le faltan para llenar el álbum?</p>  <p><i>Figura 2. Problema (e) del desafío 23 (SEP, 2016b, p.73)</i></p>	<p>Número de etapas: 1</p> <p>Estructura semántica y componente sintáctica. Combinación 2 con la incógnita en una de las partes que conforman el todo.</p> <p>Dependencia semántica. Argumento: estampas. Adjetivo:--- Agente: Rodrigo y Primo. Localización:--- Tiempo:--- Verbos: llenar, necesita y regaló. Termino relacionales:---</p> <p>Esquema.</p> <div style="text-align: center;"> <p>Problema (e)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">12</td> <td rowspan="2" style="border: none; padding: 0 5px;">}</td> <td rowspan="2" style="border: none; padding: 0 5px;"> </td> <td rowspan="2" style="padding: 5px;">38</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">26</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">?</p> </div> <p>Grado de dificultad. Es de tipo inconsistente porque no basta con emplear un modo de resolución superficial (directo) o por medio de una palabra clave, ya que es necesario identificar la relación que guardan los elementos en el enunciado.</p> <p>Conocimiento aritmético. Se ubica en un nivel 3, debido a que se establece una relación parte-parte-todo entre los elementos que aparecen en el enunciado.</p>	12	}		38	26
12	}					38
26						

Capítulo 4

Análisis y Resultados

Este capítulo está estructurado en dos apartados. En el primero se presentan los tipos de problemas aditivos propuestos en los libros de texto de matemáticas del segundo periodo escolar, teniendo en cuenta la presentación de los problemas de tipo *verbal*, *numérico* y *gráfico*. En el segundo se presenta la caracterización de los problemas con base en la clasificación de los PAEV aditivos respecto de su estructura semántica, la componente sintáctica y el número de etapas. Asimismo, se presenta el nivel de conocimiento aritmético de cada problema y su dependencia semántica.

4.1. Tipos de problemas aditivos propuestos en los libros de texto

Para determinar qué tipo de problemas aditivos están presentes en los libros de texto de primero, segundo y tercer grado, se realizó una clasificación la cual se muestra en la Tabla 5, distinguiéndose problemas verbales, numéricos y gráficos. Con base en lo propuesto por Bonilla *et al.* (1999), se considera lo siguiente:

Tabla 6

Tipos de problemas aditivos propuestos en los libros de texto del segundo período escolar

Problema Libro	Verbal	Gráfico	Numérico	Otros	Total
1°	23 (19.8%)	6 (5.2%)	59 (50.9%)	28 (24.1%)	116 (100%)
2°	29 (27.9%)	0 (0%)	50 (48.1%)	25 (24%)	104 (100%)
3°	18 (17.3%)	0 (0%)	72 (69.2%)	14 (13.5%)	104 (100%)

En la Tabla 6, se muestra la frecuencia con la que se presentan los distintos tipos de problemas presentes en los libros de texto de matemáticas de primero, segundo y tercer grado de primaria. Cabe resaltar que, los problemas verbales son los únicos que se tendrán en cuenta en el análisis.

4.1.1. Problema verbal

Problema verbal es aquel que contiene en su enunciado palabras que describen situaciones que tienen implícitas relaciones entre cantidades propuestas y se pueden resolver mediante una expresión aritmética (Bonilla *et al.*, 1999). Por ejemplo, los problemas aditivos propuestos en el desafío treinta y cinco del libro de primer grado, como se muestra en la Figura 3. Donde se evidencia en el problema 2, la relación de unión o combinación entre conjuntos o cantidades estáticas.

1. César tenía 21 zanahorias para su conejo. Si su conejo ya se comió 14, ¿cuántas zanahorias quedan?

2. Cuando Jorge partió su pastel de cumpleaños había 11 velitas azules y 16 velitas blancas, que representaban los años que cumplía. ¿Cuántos años cumplió Jorge?

3. Carmen llevó a su escuela 21 dulces y ahí repartió 16. ¿Cuántos dulces le quedaron?

4. Alicia preparó agua de limón: primero exprimió 15 limones, pero como el agua estaba desabrida, exprimió otros 13 limones y quedó sabrosa. ¿Cuántos limones usó para que el agua quedara sabrosa?

Figura 3. Problemas aditivos de enunciado verbal (SEP, 2016a, p. 103)

4.1.2. Problema numérico

Los Problemas numéricos son aquellos que exigen realizar cálculos entre las cantidades en las expresiones matemáticas dadas (Bonilla *et al.*, 1999). Por ejemplo, los problemas propuestos en el desafío veintiuno, como se evidencia en la Figura 4.

21 De muchas formas

Consigna

En equipos escriban las siguientes sumas en tres formas diferentes para que se cumplan dos condiciones.

- Que el resultado no cambie.
- Que el cálculo sea más rápido.

a) $19 + 11 =$ _____

b) $35 + 28 =$ _____

c) $46 + 39 =$ _____



Figura 4. Problemas numéricos (SEP, 2016b, p. 67)

4.1.3. Problema gráfico

Los problemas gráficos son los que, a través de una representación o dibujo, exigen realizar una operación aritmética para hallar la solución (Bonilla *et al.*, 1999). Por ejemplo, los problemas propuestos en el desafío doce, ver Figura 5.



Figura 5. Problemas gráficos (SEP, 2016a, p.40)

Cabe resaltar que se presentan problemas de gráficos que se pueden caracterizar como problemas con estructura de cambio, combinación, comparación e igualación, pero no es posible estudiar a profundidad su estructura semántica por carecer de un enunciado verbal adecuado que permita identificar su estructura semántica y componente sintáctica.

4.1.4. Problemas aditivos conformados por más de un tipo (otros)

Durante el proceso de categorización se observó que, algunos problemas aditivos propuestos en los libros de texto, no se pueden incorporar dentro de esta tipología de problemas, puesto que su presentación incluye más de un tipo (verbal, numérico y gráfico). Por ejemplo, existen problemas aditivos en el libro de texto, que son de enunciado verbal y están sujetos a un gráfico, como se puede evidenciar en los problemas e) y f) del desafío cuarenta y nueve, ver Figura 6.



Figura 6. Problemas del tipo verbal-gráfico (SEP, 2016b, p.150 y 152)

28 ¿Cuántas naranjas?

Consigna 1
Organizados en equipos averigüen la cantidad total de naranjas que tiene cada persona: en cada caja hay 100 naranjas y en cada bolsa hay 10 naranjas.
Posteriormente, contesten lo que se pide.

Julia tiene _____

David tiene _____

Valentín tiene _____

Figura 8. Problema aditivo gráfico-numérico (SEP, 2016b, p. 89)

Este tipo de problemas se denominan gráfico-numérico dado que cada cantidad representada con objetos (naranjas), se le asocia un valor numérico para realizar la operación y posteriormente formular el resultado mediante una expresión numérica. En el caso de que fuese problema gráfico y no se contará con las casillas debajo de los objetos, conllevaría al resolutor a dar el resultado de forma gráfica.

En el libro de tercer grado, se identifican problemas aditivos verbales combinados con gráficos, por tal razón no se denominan problemas netamente verbales. Cabe resaltar que, este tipo de problemas, podría clasificarse de acuerdo con su estructura semántica, pero al momento de resolver el mismo, el principal centro de atención podría estar situado en la parte gráfica, por ejemplo, ver Figura 9.

De manera individual, con la información contenida en la imagen, resuelvan mentalmente los problemas que va a leer su maestro.

1. Laura compró 2 chocolates y una bolsa de cacahuates. Pagó con 2 monedas de 10 pesos, ¿cuánto le dieron de cambio?

2. Beatriz compró 20 bombones y pagó con un billete de 20 pesos, ¿cuánto le dieron de cambio?

3. Alicia llevaba 2 billetes de 50 pesos. Compró 6 bolsas de cacahuates más 32 pesos de caramelos, ¿cuánto dinero le quedó?

4. Joaquín y Brenda compraron 2 caramelos, 2 paletas y 3 bolsas de cacahuates cada uno. A Brenda le quedaron 14 pesos y a Joaquín 29, ¿cuánto dinero llevaba cada uno?

Figura 9. Problema verbal-gráfico (SEP, 2016c, p.117)

El desafío cincuenta y cuatro del libro de tercer grado (ver Figura 9), está apoyado en la información que provee la imagen, pues en ésta hay cantidades de dinero representadas simbólicamente. Asimismo, el grado de dificultad de este tipo de problemas se da cuando se quiere averiguar cuánto cuestan veinte bombones, sabiendo que cinco cuestan dos pesos.

Ahora bien, considerando esta situación, se incluye a la categoría “otros” para aquellos problemas que estén conformados por una parte verbal y otra gráfica u otros problemas que están constituidos por un enunciado verbal, un recurso gráfico y una parte numérica aparte del enunciado. Asimismo, se evidencia que los problemas aditivos propuestos en los libros de texto se presentan con mayor frecuencia los de tipo numérico. Además, estos libros de texto contienen problemas aditivos del tipo gráfico, numérico, verbal-gráfico, verbal-numérico, gráfico-numérico, cabe señalar que éstos no serán considerados en el análisis, pues en dichos tipos de problemas no es posible identificar una estructura semántica.

De manera general, en los tres libros de texto analizados se proponen más problemas aditivos de enunciado verbal y problemas numéricos que de los otros tipos mencionados. Específicamente, en el libro de primer grado se identificaron problemas gráfico-numéricos, los que van disminuyendo en medida que incrementa el grado escolar, asimismo se proponen problemas aditivos gráficos, mientras que, en los libros de segundo y tercer grado, no se proponen problemas aditivos gráficos, sino problemas grafico-numérico.

4.1.5. Consideraciones previas para el análisis de los PAEV aditivos

Dado que el propósito de este estudio es caracterizar los problemas aditivos de enunciado verbal, sólo se considerará a los problemas que sean del tipo *Ana tenía 7 globos y su mamá le compró otros 8. ¿Cuántos globos tiene Ana?*, donde se presenten problemas verbales que no requieran de recursos gráficos para su resolución.

De acuerdo con el trabajo de Orrantia *et al.* (2005), en este estudio no se consideran aquellas situaciones problemas que sean:

- Presentadas por medio de un dibujo o gráfico.
- Propuestas por medio de una expresión numérica.
- Situaciones problemas aditivas verbales que requieran para su solución recursos, como gráficos o datos numéricos.

De esta manera, se procede a clasificar y analizar los problemas aditivos de enunciado verbal a partir de su estructura semántica y la componente sintáctica. Cabe resaltar que para el análisis de los libros se tuvo en cuenta el eje sentido numérico y pensamiento algebraico, el tema problemas aditivos con sus contenidos, y los aprendizajes esperados como lo plantea el programa de estudio. Se tuvo en cuenta algunos PAEV aditivos pertenecientes al tema: números y sistemas de numeración, y al eje forma espacio y medida, debido a que es importante presentar sus estructuras semánticas.

Por otra parte, la utilidad de las *unidades y categorías de análisis* planteadas en el capítulo III, se dará a partir de la identificación del tipo de estructuras contenidas en los problemas aditivos de enunciado verbal, refiriéndose a la estructura semántica. Asimismo, la componente sintáctica se entenderá conforme se vayan presentando las estructuras con su respectiva clasificación, según el lugar que ocupa la incógnita en la estructura que contiene el problema.

4.2. Análisis de los PAEV aditivos del libro de primer grado



Figura 10. Libro de texto de matemáticas de primer grado (SEP, 2016a)

En las consideraciones previas del libro para el maestro, se observaron las estrategias sugeridas para resolver cada problema. En éstas se menciona que en caso de que los alumnos las utilicen de manera eficiente, convendrá que las expliquen a sus compañeros, ya sea en equipo o bien al grupo en general (SEP, 2016a). Cabe resaltar que, el libro de texto para el maestro en algunos casos hace referencia a determinar el resultado al “juntar” o “separar” objetos, siendo este un significado asociado a la adición y a la estructura semántica de combinación. Sin embargo, se presentan otras estructuras como las de cambio. En la Tabla 7, se concentran los desafíos donde se proponen PAEV aditivos en el libro de texto de primer

grado que se caracterizarán en este apartado, considerando la estructura semántica y la función de la componente sintáctica.

Tabla 7

Desafíos que contienen PAEV aditivos en el libro de primer grado

Bloque	Desafío	Consigna	Título
I	13	2	¿Cómo quedó?
	22	1	¿Cuánto cambio queda?
II	24	1	El camión.
	27	2	¿Hay alguna mal?
	28	1	¿Cuándo usar +, -, =?
III	35	1	Historias con números.
	36	1	Las granjas.
IV	46	1	Quito y pongo.

Los aprendizajes esperados del primer bloque del libro de texto de primer grado se centran en “calcular el resultado de problemas aditivos planteados de forma oral con resultados menores que 30” (SEP, 2011a, p.84). También, en los problemas aditivos propuestos, se exige la realización de procesos, por ejemplo, quitar elementos de una colección, juntar o separar colecciones o bien buscar lo que le falta de cierta cantidad para llegar a otra.

4.2.1. PAEV aditivos del desafío 13

Este desafío está conformado por dos consignas que contienen cinco PAEV aditivos (ver Figura 11). Asimismo, este desafío pertenece al contenido: *obtención del resultado de agregar o quitar elementos de una colección, juntar o separar colecciones, buscar lo que le falta a una cierta cantidad para llegar a otra, y avanzar o retroceder en una sucesión.*



En equipo, resuelvan los siguientes problemas.

1. El equipo de Carla tenía 7 dulces y se unió con el equipo de Pepe que tenía 5 dulces. ¿Cuántos dulces reunieron?

1. Ana tenía 7 globos y su mamá le compró otros 8. ¿Cuántos globos tiene Ana?

2. Al jugar con los globos se le rompieron 5. ¿Cuántos globos tiene ahora Ana?

3. Ana regaló globos a su amiga Lulú y ahora sólo le quedan 7. ¿Cuántos globos le regaló a Lulú?

2. Cuando Pedrito empezó a jugar tenía 14 canicas. Primero le ganó 3 canicas a Juanito, pero después perdió 5 canicas con Pepe. En su última jugada, Pedrito le ganó 6 canicas a Quique. ¿Cuántas canicas tenía Pedrito al final del juego?

Figura 11. Consigna 1 y 2 del desafío 13 ¿Cómo quedó? (SEP, 2016a, p.42)

La primera consigna de este desafío está constituida de tres problemas. El primero presenta una *estructura semántica* de cambio 1 aumento, con la incógnita en la cantidad final desde una *perspectiva sintáctica*. Es considerado como un problema dinámico, debido a que existe una cantidad inicial que se modifica o cambia para generar otra cantidad mayor. Y es de tipo consistente porque pueden resolverse mediante una operación que se obtiene a partir del orden como se presentan las cantidades numéricas en el enunciado del problema.

El segundo problema tiene una *estructura semántica* de cambio 2 disminución con la *incógnita en la cantidad final*. Cabe resaltar que, a pesar de que este problema se caracteriza por ser consistente, tiene un grado de dificultad mayor que el problema 1, debido a que se debe conocer el resultado del primer problema para obtener la cantidad inicial del segundo problema. Estos problemas se sitúan en un nivel 1 de conocimiento aritmético de resolución de problemas propuesto por Nesher (1999).

El tercer problema cuenta con una *estructura semántica* de cambio 4 disminución, cuya componente sintáctica se identifica por tener la *incógnita en la cantidad de cambio*, el cual requiere para su solución, se conozca la cantidad inicial proveniente del resultado del segundo problema. Este tipo de situaciones problemas se encuentran en un nivel 2 de conocimiento aritmético.

En su conjunto los problemas propuestos en la primera consigna conforman un problema de tres etapas, de tal manera que, si inicialmente el resolutor desea resolver el tercer problema, deberá conocer los resultados tanto de primer problema como del segundo. En este sentido,

este problema reúne tres estructuras semánticas diferentes, conformando una *estructura compuesta* de cambio 1-cambio 2-cambio 4 (*C1-C2-C4*), manteniendo tres relaciones aditivas de manera secuencial, como se presenta en la Figura 12.

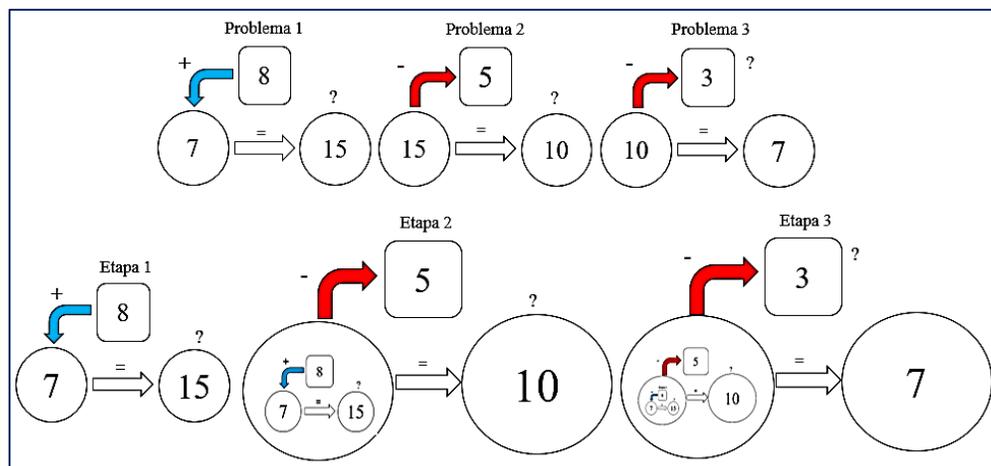


Figura 12. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 1 del desafío 13

Los gráficos de los problemas con estructuras semánticas de cambio se diferencian por los significados asociados a la adición y a la sustracción con su respectivo color. Los problemas de cambio 1, 3 y 5 aumento se identifican con una flecha de color azul asociado a la adición. Los problemas de cambio 2, 4 y 6 disminución se identifican con una flecha roja asociada a la sustracción. En la *segunda consigna* se presentan dos problemas aditivos. El primer problema, tiene una *estructura semántica* de combinación 1 con *incógnita en la cantidad total*, considerándose un problema consistente situado en el nivel 1 de conocimiento aritmético, donde implica realizar un proceso de juntar, reunir elementos de conjuntos para obtener uno mayor. Este tipo de situaciones son consideradas estáticas porque no se efectúa un cambio sobre una cantidad o conjunto.

El segundo problema es compuesto o incluye más de una etapa, situación que requiere de tres etapas para su resolución (ver Figura 13). En la primera etapa se encuentra un problema con *estructura semántica* de cambio 1 aumento con *incógnita en la cantidad final*. Posteriormente, en la segunda etapa se parte del resultado obtenido anteriormente para poder resolver una situación problema con *estructura semántica* de cambio 2 disminución, con la *incógnita en la cantidad final*, y en la última etapa se presenta una *estructura semántica* de cambio 1 aumento con *incógnita en la cantidad final*. De forma general, este tipo de problema

compuesto exige al resolutor plantarse una estrategia o razonamiento para hallar su solución. El enunciado del problema está redactado en un lenguaje conflictivo y se ubica dentro de los problemas inconsistentes, que conforman una estructura compuesta de Cambio 1-cambio 2-cambio1 (C1-C2-C1).

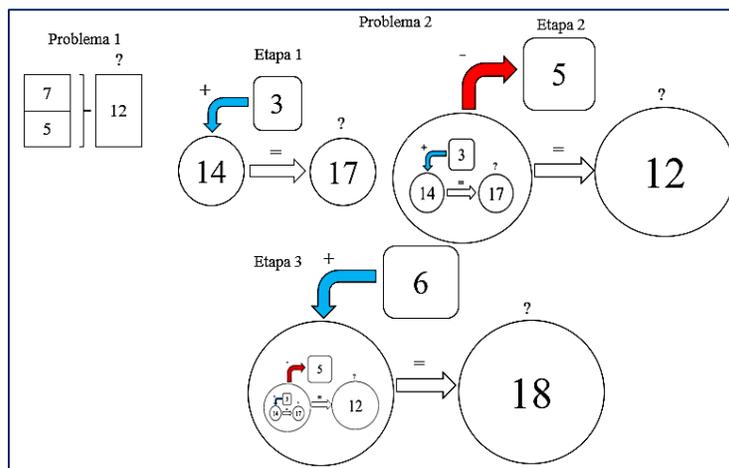


Figura 13. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 2 del desafío 13

La dependencia semántica de los problemas (P) propuestos las consignas del desafío 13, está dada por las palabras que se presentan en la Tabla 8.

Tabla 8.

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 13

Dependencia semántica	Consigna 1			Consigna 2	
	P1	P2	P3	P1	P2
Argumentos	Globos.	Globos.	Globos.	Dulces.	Canicas.
Adjetivos	---	---	---	---	---
Agentes	Ana y mamá.	Ana.	Ana y Lulú.	Equipo de Carla, Equipo de Pepe.	Pedrito, Juanito, Pepe, Quique.
Localización	---	---	---	---	---
Tiempo	---	Ahora.	Ahora.	---	Primero, después, última

					jugada, final del juego.
Verbos	Tenía, compró y tiene.	Jugar, rompieron y tiene.	Regaló y quedan.	Tenía, unió y reunieron.	Empezó, jugar, tenía y ganó.
Términos relacionales	---	---	---	---	---

Nota. En los espacios donde no se identificaron términos de dependencia semántica en el enunciado, se colocó ---.

La información presentada en la Tabla 8, permite evidenciar la dependencia semántica de los problemas aditivos propuestos en el desafío 13 del libro de primer grado. Así, en el estudio de las estructuras semánticas, existen palabras que pueden conducir al estudiante a elegir una operación para resolver un problema. No obstante, algunos verbos contenidos en el enunciado del problema, permiten evidenciar diversos *significados* asociados a la adición y/o sustracción (e.g., compró, unió, regaló, reunieron), excepto los verbos como jugar, no direccionan hacia una operación. Además, en un problema existen palabras que se refieren al tiempo en el que se está enmarcando la situación problema (e.g., primero, después, última jugada, final del juego), son útiles para llevar un orden en los procedimientos y le dan sentido a las operaciones cuando se trata de problemas compuestos.

4.2.2. PAEV aditivos del desafío 22

En cuanto a los aprendizajes esperados respecto a los problemas aditivos, en el segundo bloque se pretende que los estudiantes usen números ordinales al resolver problemas planteados de forma oral (SEP, 2011a, p.84). De hecho, se enfatiza en que se analice la información considerada para resolver problemas aditivos, así como en las expresiones simbólicas usadas para resolver problemas usando los signos +, -, =.

El desafío veintidós está constituido por una consigna que contiene cuatro problemas aditivos de enunciado verbal (ver Figura 14). Enmarcado en el contenido: conocimiento del sistema monetario vigente (billetes, monedas, cambio, el cual corresponde al tema números y sistemas de numeración). Cabe señalar que, aunque este desafío pertenece a otro contenido se decidió tomar el mismo debido a que contiene PAEV aditivos, y la intención didáctica está

dirigida a la identificación del valor de las monedas y billetes en la resolución de problemas aditivos.

22 ¿Cuánto cambio queda?

ABARROTES



Consigna

Recorten las monedas y billetes de la página 125 y en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. Juan fue a comprar un kilogramo de azúcar que cuesta \$12 y su mamá le dio un billete de \$20 para pagar. ¿Cuánto debe recibir de cambio?

2. Si además del azúcar compra un chocolate que cuesta \$3, ¿cuánto dinero debe regresar de cambio a su mamá?

3. Otro día, Juan fue a comprar un licuado que costó \$17 y un kilogramo de tortillas que costó \$11. Llevaba un billete de \$20 y una moneda de \$10. ¿Le alcanzó para pagar?

¿Cuánto le sobró o cuánto le faltó?

4. Una persona que estaba en la tienda compró un garrafón de agua que costó \$27 y medio kilogramo de jamón que costó \$33. Pagó con un billete de \$100 y le dieron \$30 de cambio. ¿Le dieron el cambio correcto?

¿Por qué?

Figura 14. Desafío 22, ¿Cuánto cambio queda? (SEP, 2016a, p.65)

En las consideraciones previas del libro para el maestro, se menciona que los estudiantes al trabajar estos problemas, podrían acudir al material manipulativo para efectuar los cálculos e identificar el valor de las *monedas y billetes*, enfatizando en las cantidades que aparecen en el enunciado, las cuales van aumentando conforme se proponen los problemas, conduciendo a los estudiantes a que utilicen diferentes formas de resolver un PAEV aditivo.

Este desafío está constituido por cuatro PAEV aditivos. El primer problema tiene una *estructura semántica* de cambio 2 con *incógnita en la cantidad final*. Es una situación que se caracteriza por ofrecer elementos en su enunciado, que no llevan un orden adecuado que permita tomar de manera directa los datos y elegir la operación que resuelve el problema.

El segundo problema de este desafío, se relaciona con el problema 1, debido a que considera una de sus cantidades numéricas. Este problema está conformado por dos partes, la primera es un problema con *estructura semántica* de cambio 1 aumento, *con incógnita en la cantidad final* dependiendo de la componente sintáctica, en el que se busca hallar el resultado al agregarle \$3 a \$12. Seguidamente, obtenido el resultado del problema anterior, esta situación

problema en forma general se convierte en un problema donde la *estructura semántica* principal es de cambio 2 disminución *con incógnita en la cantidad final*. Además, este problema es de dos etapas considerándose como un problema consistente en el que se presentan de manera ordenada los elementos que conforman al enunciado y se pueden ubicar en un nivel 1 de conocimiento aritmético (Nesher, 1999). A continuación, en la Figura 15 se muestran los esquemas asociados a cada PAEV aditivo.

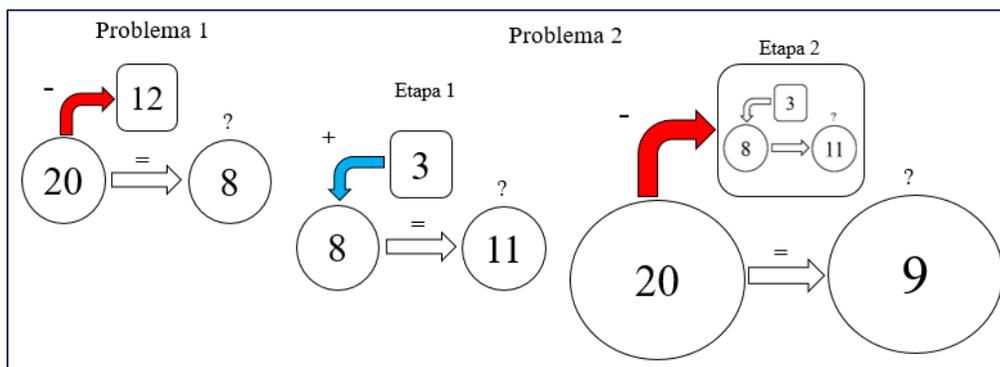


Figura 15. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 22

El tercer problema es de tres etapas (ver Figura 16). En la primera, se encuentra una situación problema con *estructura semántica* de combinación 1 con *incógnita en la cantidad total*. En la segunda etapa se encuentra un problema con *estructura semántica* de combinación 1 con *incógnita en la cantidad total*. La tercera etapa, presentada mediante una pregunta cuya respuesta involucra los resultados de las dos primeras etapas, convirtiéndose con ello en una situación general, que representa un problema con *estructura semántica* de cambio 1 disminución con *incógnita en la cantidad final*, surgiendo una *estructura compuesta* combinación 1-combinación 1-cambio 1 (CBI-CBI-C1). A su vez, es posible identificar un cuarto problema aditivo de enunciado verbal de dos etapas que contiene estructuras compuestas combinación 1-cambio 2 (CBI-C2), siendo la estructura principal la de cambio 2 y se puede ubicar en un nivel 1 de conocimiento aritmético de resolución.

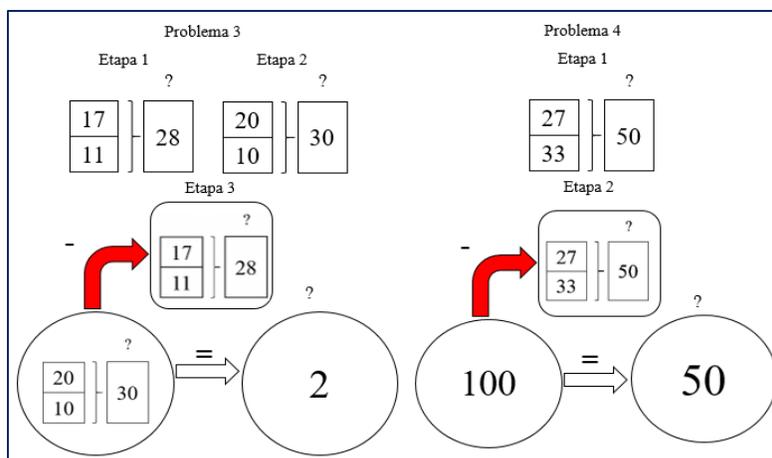


Figura 16. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 22

En el desafío veintidós se proponen problemas aditivos verbales de más de una etapa, los que requieren para su solución más de una operación aritmética. Además, desde la perspectiva sintáctica los problemas en su conjunto, podrían no presentar un alto grado de dificultad pues están conformados por problemas consistentes. No obstante, este tipo de problemas se ubican en el nivel 1 de conocimiento aritmético.

Por otro lado, la dependencia semántica del grupo de problemas (P) presentados, se evidencia en la Tabla 9.

Tabla 9

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 22

Dependencia semántica	Única consigna			
	P1	P2	P3	P4
Argumentos	\$ (pesos).	\$ (pesos).	\$ (pesos).	\$ (pesos).
Adjetivos	---	---	---	---
Agentes	Juan y mamá	Mamá.	Juan.	Persona.
Localización	---	---	---	Tienda.
Tiempo	---	---	Otro día.	---
Verbos	Comprar, dio, pagar y recibir.	Compra y regresar.	Fue, comprar, llevaba,	Estaba, compró, pagó y dieron.

			alcanzó y pagar.	
Términos relacionales	---	---	---	---

En la información contenida en la Tabla 9, muestra que las palabras más utilizadas en los enunciados de los problemas contenidos en el desafío 22, giran en torno a los argumentos y verbos, debido a que éstos funcionan como condición o conllevan a la elección de una operación. Asimismo, al identificar el conjunto de palabras que demandan dependencia semántica en un problema verbal, podría ayudar a dar sentido y significado y con ello comprender el enunciado.

4.2.3. PAEV aditivos del desafío 24

Por otra parte, se presenta el desafío veinticuatro, perteneciente al contenido: análisis de la información que se registra al resolver problemas de suma y resta. Este desafío, se toma dado que plantea un PAEV aditivo, ver Figura 17.



Figura 17. Desafío 24, el camión (SEP, 2016a, p.70)

Esta situación problema está conformada por dos etapas en las que se identifican dos tipos de problemas a partir de la estructura semántica y la componente sintáctica. De forma que se puede clasificar la primera parte de la situación como un problema con *estructura semántica* de cambio 2 disminución con *incógnita en la cantidad final*. La segunda etapa evidencia un problema con *estructura semántica* de cambio 1 aumento con *incógnita en la cantidad final*. De esta forma, se presentan las características del problema de dos etapas, pero su grado de dificultad no se asocia con un problema inconsistente. De hecho, este problema presenta una *estructura semántica compuesta* cambio 1-cambio 2 (C1-C2). También, se representa por medio de esquemas, como se muestra en la Figura 18.

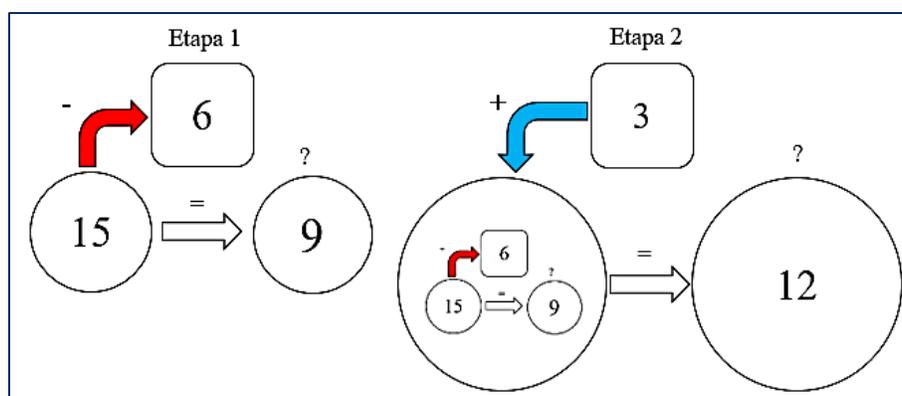


Figura 18. Esquemas del problema de dos etapas del desafío 24

En este caso, las estructuras semánticas implícitas en el enunciado del problema son de cambio 1 y 2 que se repiten sucesivamente, siendo la estructura principal la de cambio 1, debido a que ésta responde a la exigencia de la situación problema.

4.2.4. PAEV aditivos del desafío 27

Otros problemas aditivos de enunciado verbal son los propuestos en la consigna 1 del desafío veintisiete, perteneciente al contenido: *Expresión simbólica de las acciones realizadas al resolver problemas de suma y resta, usando los signos +, -, =*, ver Figura 19.

1. El rebaño de Juanito, el dormilón, tenía 8 ovejas y le agregaron 5 ovejas. ¿Cuántas tiene ahora? Subrayen la operación que representa el problema.

$8 - 5 = 3$

$8 - 2 = 6$

$8 + 5 = 13$

2. Juanito tenía 13 ovejas y le quitaron 2. ¿Cuántas tiene ahora? Subrayen la operación que representa el problema.

$13 + 2 = 15$

$13 - 2 = 11$

$13 - 11 = 2$

Figura 19. Desafío 27 Hay alguna mal? (SEP, 2016a, p.76)

En la primera situación se evidencia un problema de *estructura semántica* de cambio 1 aumento *con incógnita en la cantidad final*, caracterizándose por ser de una etapa y ubicándose en un nivel 1 de conocimiento aritmético. Desde la perspectiva de Verschaffel *et al.* (2000) este problema puede resolverse por medio de una estrategia superficial, pues presenta en su enunciado un orden que permite extraer los datos y plantear una operación, es decir, hacer uso de una operación para solucionar el problema sin tener la necesidad de utilizar una estrategia o razonamiento acudiendo a un modo genuino de resolución.

El segundo problema tiene una *estructura semántica* de cambio 2 disminución *con incógnita en la cantidad final*, caracterizado por ser consistente y no requiere de un modo genuino de resolución para hallar su resultado. De forma general, se puede afirmar que los problemas propuestos en el desafío veintisiete, son problemas adecuados para el primer grado de primaria (SEP, 2011c). Sin embargo, es importante mencionar que el grado de dificultad de los problemas aditivos propuestos en este desafío es mayor a los presentados anteriormente, aun considerando el número de etapas. A continuación, en la Figura 20 se presentan los esquemas de los desafíos 1 y 2.

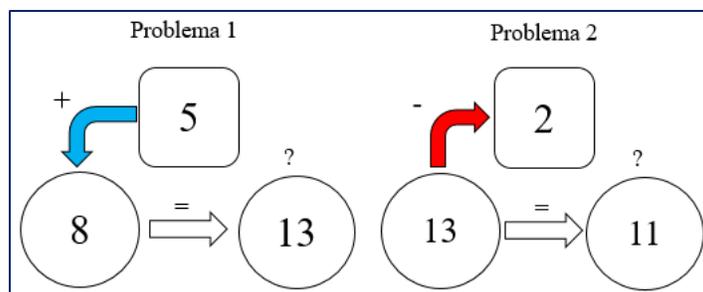


Figura 20. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 27

En cuanto a la dependencia semántica de los problemas propuestos en los desafíos 24 y 27, éstos son sencillos de resolver, pero los términos o palabras usados, representan significados que podrían ayudar en la solución del problema, ver la Tabla 10.

Tabla 10

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en los desafíos 24 y 27

Dependencia semántica	Desafío 24		Desafío 27	
	P	P1	P2	
Argumentos	Personas.	Ovejas.	Ovejas.	
Adjetivos	---	---	---	
Agentes	Camión.	Juanito.	Juanito.	
Localización	---	Rebaño.	---	
Tiempo	Primera parada y segunda parada.	Ahora.	Ahora.	
Verbos	Viajaban, bajaron, subieron y llegaron.	Tenía, tiene y agregaron.	Quitaron, tenía y tiene.	
Términos relacionales	---	---	---	

4.2.5. PAEV aditivos del desafío 28

Este desafío tiene una consigna que contiene tres PAEV aditivos y dos problemas que presentan un recurso gráfico numérico que ayuda en su resolución. Los problemas 3 y 5 son PAEV aditivos, por tanto, se tendrán en cuenta para el análisis, ver Figura 21. Este desafío pertenece al contenido: *Expresión simbólica de las acciones realizadas al resolver problemas de suma y resta, usando los signos +, -, =.*

Consigna
Trabajen en equipos. Observen los dulces y los precios de la ilustración para resolver los problemas.

1. Alicia compró un helado y una galleta. ¿Cuánto gastó?

2. Pedro compró un conejito de chocolate y pagó con una moneda de 10 pesos. ¿Cuánto le sobró?

3. Carmen tenía 10 pesos y su mamá le dio 5 pesos para que fuera a la tienda. ¿Cuánto dinero tiene ahora Carmen?

4. Paco tenía 18 pesos y compró una paleta. ¿Cuánto dinero le quedó?

5. El señor de la tienda tenía 19 monedas de un peso y Juan le pagó con 4 monedas de un peso. ¿Cuántas monedas de un peso tiene ahora el señor?

Figura 21. Desafío 28 ¿Cuándo usar +, -, =? (SEP, 2016a, p.79 y 80)

El tercer problema tiene una *estructura semántica* de cambio 1 aumento, con la *incógnita en la cantidad final* desde un punto de vista sintáctico (ver Figura 22). Se caracteriza por ser un problema consistente asociado a un nivel 1 de conocimiento aritmético. De igual manera, el quinto problema tiene una *estructura semántica* de cambio 1 aumento con *incógnita en la cantidad final*. Estos problemas son de una etapa y se consideran los más sencillos de resolver.

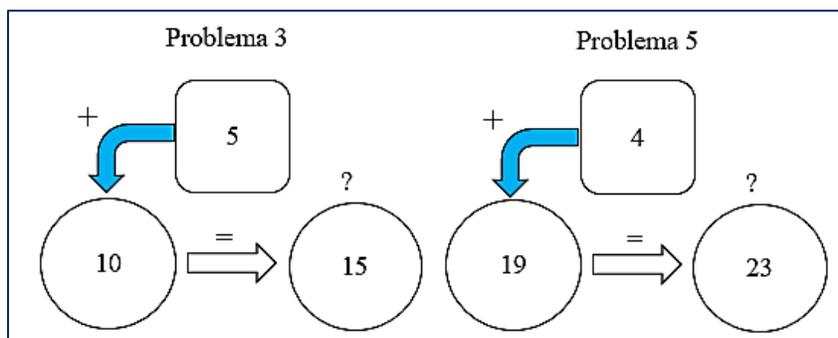


Figura 22. Esquemas de los problemas 3 y 5 del desafío 28

4.2.6. PAEV aditivos del desafío 35

En el tercer bloque es importante considerar que la resolución de problemas se fundamenta en modelar y resolver problemas aditivos con distinto significado y resultados menores que

100, utilizando signos $+$, $-$, $=$ (SEP, 2011a). En relación con los problemas aditivos, se propone desarrollar cálculo mental con adiciones y sustracciones, y con éstas operaciones resolver problemas considerando diferentes significados. En este sentido, el desafío treinta y cinco, contiene una consigna en la que se proponen cuatro PAEV aditivos presentados en la Figura 23. Este desafío se enmarca en el contenido: *resolución de problemas correspondientes a los significados de juntar, agregar o quitar*.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

1. César tenía 21 zanahorias para su conejo. Si su conejo ya se comió 14, ¿cuántas zanahorias quedan?
2. Cuando Jorge partió su pastel de cumpleaños había 11 velitas azules y 16 velitas blancas, que representaban los años que cumplía. ¿Cuántos años cumplió Jorge?
3. Carmen llevó a su escuela 21 dulces y ahí repartió 16. ¿Cuántos dulces le quedaron?
4. Alicia preparó agua de limón: primero exprimó 15 limones, pero como el agua estaba desabrida, exprimó otros 13 limones y quedó sabrosa. ¿Cuántos limones usó para que el agua quedara sabrosa?

Figura 23. Desafío 35, historias con números (SEP, 2016a, p.103)

El primer problema de este desafío es de *estructura semántica* de cambio 2 disminución con la *incógnita en la cantidad final*, resaltando la componente sintáctica. Es un problema de una etapa de tipo consistente, cuyo enunciado permite extraer los datos y utilizar una expresión matemática para darle solución al problema. El segundo problema propuesto es de dos etapas, en la primera etapa evidenciamos un problema de *estructura semántica* de combinación 1 que consta de dos conjuntos que deben ser juntados o unidos para hallar el resultado. Luego, en la segunda etapa se presenta un problema de *estructura semántica* de cambio 1 disminución con la *incógnita en la cantidad final*. En este sentido, este problema aditivo es consistente, el cual ubica en un nivel 1 de conocimiento aritmético. En la Figura 24 se evidencian los esquemas correspondientes a estos problemas.

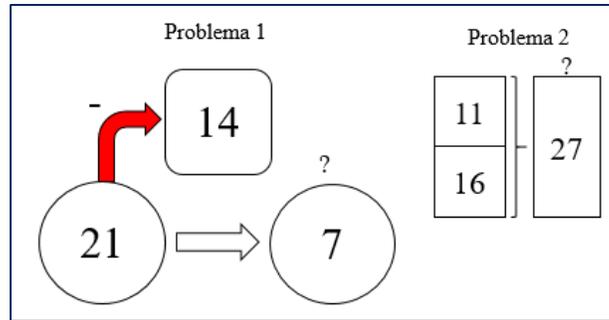


Figura 24. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 35

El tercer problema tiene una *estructura semántica* de cambio 2 disminución con *incógnita en la cantidad final* (ver Figura 25). De igual manera que los problemas anteriores, es un problema consistente que representa un nivel 1 de conocimiento aritmético. El problema cuatro, tiene una *estructura semántica* de cambio 1 aumento con *incógnita en la cantidad final* y es considerado un problema consistente de una etapa. Además, su enunciado puede generar confusiones al momento de clasificar el problema según su estructura semántica, debido a que puede entenderse como si se tuvieran dos conjuntos y se unieran sus elementos para dar lugar a un conjunto mayor, pero la clasificación gira en torno a la acción física que experimenta la primera cantidad 15 cuando le agregan 13 objetos más. Por tanto, este problema es de cambio en el cual se puede identificar una cantidad que modifica a otra para generar otra cantidad mayor.

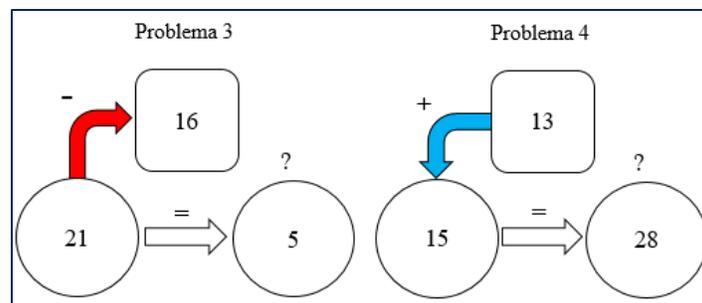


Figura 25. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 35

En la Tabla 11, se presenta la dependencia semántica de los problemas aditivos de enunciado verbal propuestos en los desafíos 28 y 35.

Tabla 11

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en los desafíos 28 y 35

Dependencia semántica	Desafío 28			Desafío 35		
	P3	P5	P1	P2	P3	P4
Argumentos	Pesos y dinero.	Monedas	Zanahorias	Velitas y años.	Dulces.	Limonos.
Adjetivos	---	---	---	Azules y blancas.	---	---
Agentes	Carmen y mamá.	Señor y Juan.	Cesar y conejo.	Jorge.	Carmen	Alicia.
Localización	Tienda	Tienda	---	---	Escuela	---
Tiempo	Ahora	Ahora	---	Años.		Primero.
Verbos	Tenía, dio y tiene.	Tenía, pagó y tiene.	Tenía, comió y quedan.	Partió, había, representaban y cumplía.	Llevó, repartió y quedaron	Preparó, exprimió, quedó.
Términos relacionales	---	---	---	---	---	---

En la Tabla 11 se evidencia la ausencia de los términos relacionales, debido a que se proponen problemas que contienen estructuras de cambio y combinación. Cabe destacar, se presentan más verbos que otro tipo de palabras, por ejemplo, los argumentos sólo se presentan para el segundo problema del desafío treinta y cinco.

4.2.7. PAEV aditivos del desafío 36

Este desafío tiene una consigna constituida por PAEV aditivos diferentes a los problemas propuestos en los desafíos anteriores por el número de etapas y su dependencia semántica, ver Figura 26. Estos problemas pertenecen al contenido: *Resolución de problemas correspondientes a los significados de juntar, agregar o quitar.*



Figura 26. Desafío 36, las granjas (SEP, 2016a, p.106)

El primer problema involucra tres cantidades que representan conjuntos de animales diferentes. Este problema puede ser considerado de dos etapas, en las que se evidencian dos *estructuras semánticas* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, como se muestra en el esquema. De igual forma lo plantean Orrantia *et al.* (2005) y Cañadas y Castro (2011), surgiendo la *estructura semántica compuesta* de combinación 1-combinación 1 (*CBI-CBI*), ver Figura 27.

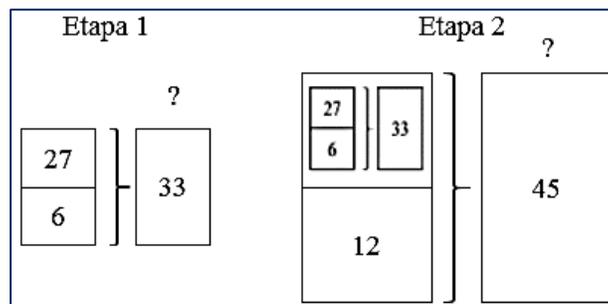


Figura 27. Esquemas del problema 1 del desafío 36

Ahora bien, es importante hallar el resultado del primer problema, debido a que es información o dato clave que se debe tener en cuenta para resolver el segundo problema, el cual se caracteriza como un problema de tres etapas, como se muestra en la Figura 28.

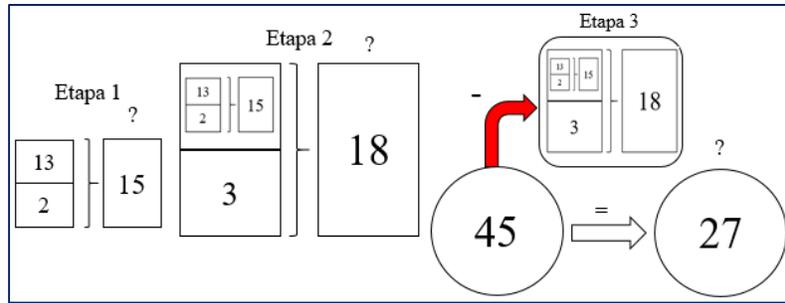


Figura 28. Esquemas del problema 2 de tres etapas del desafío 36

Este problema presenta en la primera etapa una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, luego, en la segunda etapa se evidencia una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total* y por último se encuentra una situación problema cuya *estructura semántica* es cambio 1 disminución con la *cantidad final desconocida*. Sin embargo, ésta no es la única estrategia de resolución para este problema, pueden existir otras, pero lo importante en estos procesos es la interpretación y comprensión del enunciado partir de su estructura semántica.

El tercer problema, se caracteriza por tener cinco cantidades numéricas en su enunciado verbal, lo que podría conducir al resolutor a utilizar operaciones para la obtención del resultado. No obstante, a partir de las estructuras semánticas que están implícitas en el enunciado, se pueden establecer estrategias de resolución, (e.g., por medio de un esquema como se presenta en la Figura 29).

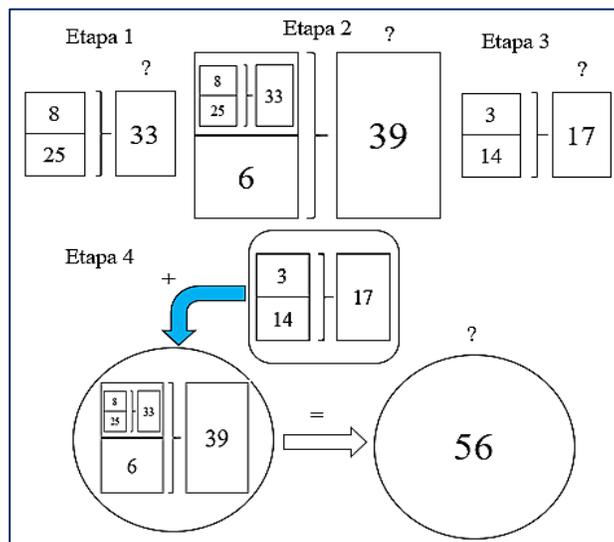


Figura 29. Esquemas del problema 3 de cuatro etapas del desafío 36

En esquema, se muestra que en el tercer problema están implícitas más de una estructura aditiva, que hacen parte de la clasificación de los problemas según la estructura semántica. En este sentido, en la primera etapa se evidencia un problema con *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, luego, en la segunda etapa se presenta una situación de con *estructura semántica* de combinación 1 con la *cantidad desconocida en la cantidad final*, que contiene a la situación presentada en la etapa 1. Asimismo, en la etapa 3 se encuentra un problema con *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*.

Para darle solución al problema de forma general, en una cuarta etapa se presenta una *estructura semántica* de cambio 1 aumento con *incógnita en la cantidad final*, la cual requiere de la integración de las tres etapas anteriores. Este tipo de problemas se ubican en un nivel 1 de conocimiento aritmético, siendo éste un problema de *estructura semántica compuesta* de combinación 1- combinación 1- cambio 1- cambio 1 (*CBI-CBI-CI-CI*), de tipo consistente por estar constituido de estructuras sencillas.

Posteriormente, en la Tabla 12 se presenta la dependencia semántica de los PAEV aditivos del desafío 36. Donde se evidencia la relación y coherencia entre los argumentos identificados con la pregunta formulada en el enunciado del problema.

Tabla 12

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 36

Dependencia semántica	Desafío 36		
	P1	P2	P3
Argumentos	Vacas, puercos, caballos y animales.	Vacas, puercos, caballos y animales.	Guajalotes, gallinas, patos, pollitos y animales.
Adjetivos	---	---	---
Agentes	Don Andrés.	Don Andrés.	Doña Matilde.
Localización	Granja.	---	---
Tiempo	---	Semana y ahora.	---
Verbos	Tenía y habían.	Vendió y tiene.	Tenía, nacer y tiene.

Términos
relacionales

4.2.8. PAEV aditivos del desafío 46

En el cuarto bloque del libro de texto, se enfatiza en “resolver mentalmente sumas de dígitos y restas de 10 menos un dígito” (SEP, 2011, p.85). En este desafío se presenta una consigna, en ésta se proponen cinco problemas verbales, de los cuales se tuvo en cuenta el primero, el segundo, el tercero y el cuarto problema, ya que se identificaron tipos de estructuras semánticas en su enunciado verbal, ver Figura 30. También, corresponde al contenido: Resolver problemas que impliquen relaciones del tipo “más *n*” o “menos *n*” y al tema: números y sistemas de numeración.

<p>Consigna. En equipos, resuelvan los siguientes problemas.</p> <p>1. Patricio y Guillermo venden globos en el parque los domingos. Patricio salió con 29 globos y Guillermo salió con 35 globos. Al final del día cada uno vendió 20 globos.</p> <p>¿Cuántos globos le quedaron a Patricio?</p> <p>¿Cuántos globos le quedaron a Guillermo?</p> <p>¿Quién salió con menos globos para vender?</p> <p>¿Quién se quedó con menos globos después de la venta?</p>		<p>2. En una fiesta rompieron una piñata. Luis ganó 17 dulces, Rosa 22 y Pedro 9. Al terminar la fiesta, a cada niño le obsequiaron 10 dulces más.</p> <p>¿Cuántos dulces juntó Luis en total?</p> <p>¿Y Rosa?</p> <p>¿Y Pedro?</p> <p>¿Quién ganó más dulces cuando se rompió la piñata?</p>	<p>4. Juan tiene 6 años y Pedro tiene 12 años. ¿Cuántos años tendrá Juan y cuántos tendrá Pedro dentro de 3 años?</p> <p>Actualmente Pedro tiene el doble de años que Juan, ¿dentro de 3 años también tendrá el doble? ¿Por qué?</p> <p>5. Jimena es 5 años mayor que Laura y 7 años mayor que Elena. ¿Dentro de 2 años Jimena seguirá siendo mayor que Laura y que Elena?</p> <p>¿Cuántos años habrá de diferencia entre Jimena y Laura dentro de 4 años?</p> <p>¿Y entre Jimena y Elena?</p>
	<p>¿Quién tenía más dulces después de que le dieron 10 dulces a cada uno?</p>	<p>3. Ana Luisa ganó menos dulces que sus tres amigos cuando se quebró la piñata. Después de recibir los 10 dulces, ¿alguno de ellos tendría más dulces que Ana Luisa? Explica tu respuesta.</p>	

Figura 30. Desafío 46, quito y pongo (SEP, 2016a, p.134, 135 y 136)

El primer problema es de dos etapas, debido a que sólo se consideraron las dos primeras interrogantes que permiten clasificar la situación. En este sentido, tanto en la primera como en la segunda etapa se evidencia una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*, conformándose una *estructura semántica compuesta* cambio 2-cambio 2 (C2-C2). A través del esquema se podría comprender mejor la situación, como se muestra en la Figura 31.

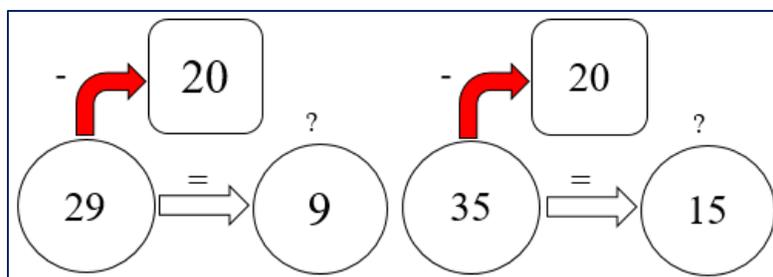


Figura 31. Esquemas del problema 1 del desafío 46

En la Figura 31 se presenta un problema en el que se requiere de dos etapas para su resolución, pero no se necesita de la primera estructura semántica identificada para hallar la segunda. Cabe resaltar que, se utiliza el mismo tipo de *estructura semántica* de cambio disminución con la *incógnita en la cantidad final*. Posteriormente, en el segundo problema propuesto en este desafío, se presenta una situación similar a la del primer problema, ya que se consideran tres etapas con su respectivo uso de operaciones aditivas, donde se utiliza igual tipo de estructura identificando tres problemas con *estructuras semánticas* de cambio 1 aumento con la *incógnita en la cantidad final*, ver Figura 32.

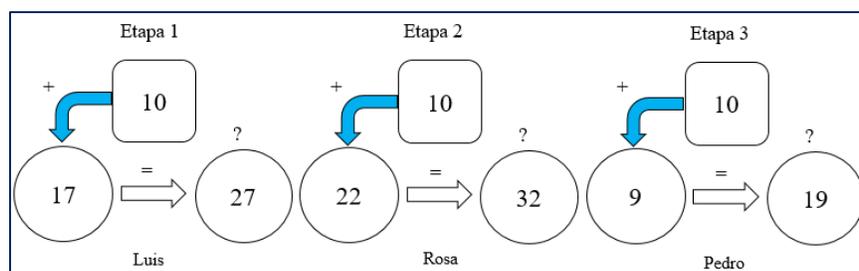


Figura 32. Esquemas del problema 2 del desafío 46

En el tercer problema se evidencia un problema de tres etapas que depende de la respuesta del segundo problema. En este sentido, se identificaron tres *estructuras semánticas* de comparación 1 con la *incógnita en la diferencia*, es un problema de tipo inconsistente por la forma como está redactado el enunciado y se ubican en un nivel 3 de conocimiento aritmético, y se identificó una estructura semántica compuesta de comparación 1-comparación 1-comparación 1 (*CPI-CPI-CPI*). El cuarto problema está conformado por dos *estructuras semánticas* de cambio 1 con la *incógnita en la cantidad final*, es un problema de dos etapas de tipo inconsistente que se ubica en un nivel 1 de conocimiento aritmético y

conforma una estructura semántica compuesta cambio 1-cambio1 (C1-C1). Ver esquemas en la Figura 33.

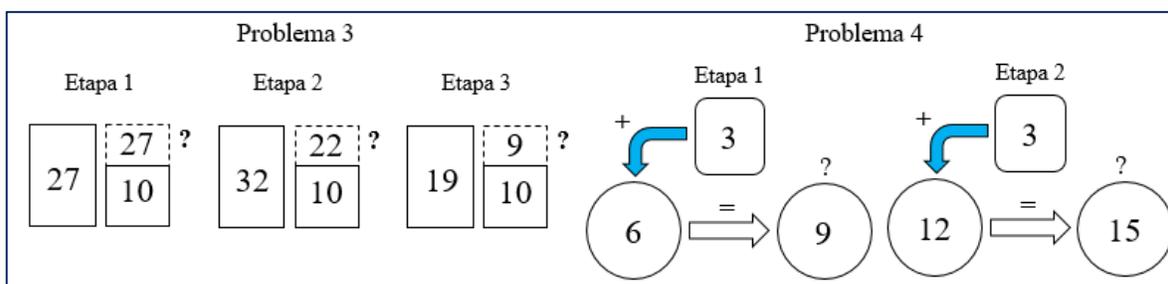


Figura 33. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 46

Por medio de los esquemas se puede organizar la información e identificar el tipo de problema con el que se está trabajando. En este caso, a través de la lectura, interpretación y comprensión de la situación problema se nota el papel importante que juegan las estructuras semánticas en el proceso de la resolución de problema aditivos de enunciado verbal. Asimismo, se destaca el aporte del componente sintáctico con el cual se extiende la tipología de problemas variando el lugar de la cantidad desconocida.

En cuanto a la dependencia semántica de cada PAEV aditivo propuesto en el desafío 46 (ver Tabla 13), se evidencia que sólo se incluyen dos palabras afines con los términos relacionales, debido a que en los problemas propuestos incluyen verbos que regularmente aparecen en los problemas de cambio y combinación. También, se nota la ausencia de adjetivos que califican a los argumentos y se presentan en mayor cantidad los verbos y las palabras relacionadas con el tiempo.

Tabla 13

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 46

Dependencia semántica	Desafío 46			
	P1	P2	P3	P4
Argumentos	Globos.	Dulces.	Dulces.	Años.
Adjetivos	---	---	---	---
Agentes	Patricio, Guillermo y	Luis y Pedro.	Ana Luisa, amigos.	Juan y Pedro.
Localización	Parque	Fiesta	---	---

Tiempo	Domingos, final del día y después.	Al terminar y después.	Después.	Dentro de tres años.
Verbos	Venden, salió, vendió, quedaron y quedó.	Rompieron, ganó, obsequiaron, juntó y rompió.	Ganó, quebró, recibir y tendría.	Tendrá.
Términos relacionales	---	---	Menos dulces que y más dulces que.	---

En particular, en este libro de primer grado aparecen poco los términos relacionales, dado que se identificó sólo un problema con estructuras semánticas de comparación, que es donde se emplean este tipo de términos. Asimismo, se destaca que al considerar un análisis fragmentado del enunciado del problema se encuentra un sentido y significado a los elementos que lo conforman. En concreto, se da evidencia que existe una relación entre los aprendizajes esperados y los problemas, debido a que, si se encuentran significados asociados a la adición y sustracción, que al identificarse permiten un mejor proceso de resolución del problema.

Por otra parte, en la Tabla 14 se muestra la cantidad de estructuras contenidas en los problemas, cabe resaltar que se omiten los subtipos de problemas que no se proponen en los desafíos (e.g., igualación).

Tabla 14

Cantidad de estructuras semánticas propuestas en los PAEV aditivos del libro de texto de primer grado

PAEV aditivos propuestos en el libro de texto de primer grado			
Estructura semántica	Componente sintáctica	Cantidad de estructuras	Porcentaje %
Cambio	Cambio 1	17	40.5 %
	Cambio 2	11	26.2 %
	Cambio 4	1	2.4 %
Combinación	Combinación 1	10	23.8 %
Comparación	Comparación 1	3	7.1%

Total	42	100%
-------	----	------

En la Tabla 14 se evidencia que los problemas aditivos más propuestos en el libro de texto del primer grado de primaria, son los de estructura semántica de cambio, particularmente cuando se hace referencia al tipo de estructura semántica en función de la componente sintáctica, se presentan con más frecuencia los problemas de cambio 1 aumento con la incógnita en la cantidad final, seguidos por los problemas de cambio 2 disminución con la incógnita en la cantidad final y aparece sólo un problema con estructura de cambio 4 disminución con la incógnita en el cambio.

De forma general, la suma de los porcentajes de los problemas aditivos de enunciado verbal que implícitamente presentan estructuras semánticas de cambio, representa el 69.1% del total de las estructuras propuestas, lo que pone de manifiesto que, en el primer grado escolar en primaria trabajan más con situaciones problemas que requieren para su solución un conocimiento aritmético de nivel 1.

Respecto a los problemas de combinación, el tipo de estructura semántica que se presenta con más frecuencia es la de combinación 1 cuando la incógnita se encuentra en la cantidad total. Además, es la única estructura de combinación, la cual representa el 23.8%, que aparece en el libro de texto de primer grado, notándose una ausencia de estructuras de combinación 2, cuya incógnita esté en una de las partes que conforman un todo. Cabe resaltar que, estos tipos de problemas C1 y CB1 se ubican en un nivel 1 de conocimiento aritmético (Nesher, 1999), evidenciando que para el nivel escolar que está diseñado el libro de texto, los problemas aditivos son adecuados hasta involucrar a lo más dos etapas, variando el lugar de la incógnita considerando la componente sintáctica.

Los problemas aditivos de enunciado verbal con estructuras de comparación se presentan en menor frecuencia, en particular los problemas de comparación 1 con la incógnita en la diferencia aparecen en un 7.1% en relación al total de los problemas propuestos. Los problemas de igualación son ausentes en los desafíos del libro de texto. Una de las razones es que este tipo de problemas son los más difíciles de resolver en este nivel educativo y es posible que éstos sean propuestos en libros de texto correspondientes a grados escolares posteriores.

En cuanto a las estructuras semánticas compuestas, en el libro de primer grado se proponen problemas aditivos que están conformados por estructuras semánticas simples, aspecto que aumenta el grado de dificultad de cada problema. También, en la Tabla 15, se evidencia que la mayoría de los problemas están constituidos por estructuras semánticas de cambio y combinación.

Tabla 15

PAEV aditivos con estructuras compuestas propuestos en el libro de texto de primer grado

Desafíos	PAEV aditivo	Etapas	Estructuras semánticas compuestas			
13	Problema 1 (Consigna 1)	3	C1	C2	C2	
	Problema 2 (Consigna 1)					
22	Problema 3 (Consigna 1)	3	C1	C2	C1	
	Problema 2 (Consigna 2)					
24	Problema 2	2	C1			C2
	Problema 3	3	CB1	CB1		C2
36	Problema 4	2	CB1			C2
	Problema	2	C1			C2
46	Problema 1	2	CB1			CB1
	Problema 2	3	CB1	CB1	CB1	C2
	Problema 3	4	CB1	CB1	CB1	C1
46	Problema 1	2	C2			C2
	Problema 2	3	C1	C1		C1
	Problema 3	3	CP1	CP1		CP1
	Problema 4	2	C1			C1

En la Tabla 15, se logra evidenciar que, las etapas influyen en el grado de dificultad de los PAEV aditivos. En este sentido, el libro de primer grado propone problemas constituidos por 2, 3 y 4 etapas, lo que deja entrever un mayor nivel de exigencia para su resolución. De modo que una a una las etapas, se relacionan con problemas sencillos de resolver, pero en su conjunto son dificultosos al enfatizar en el tipo de estructuras y no en procesos algorítmicos y mecanizados.

4.3. Análisis de los PAEV aditivos del libro de segundo grado



Figura 34. Libro de texto de segundo grado para el maestro (SEP, 2016b)

En este apartado, se presenta el análisis de los problemas aditivos de enunciado verbal propuestos en el libro de texto de segundo grado de primaria (ver Tabla 16). En las consideraciones previas, el libro para el maestro deja entrever que el desafío veinte contiene una consigna donde el profesor debe leer a sus estudiantes los problemas aditivos de enunciado verbal que se encuentran propuestos.

Tabla 16

Desafíos que contienen problemas aditivos en el libro de segundo grado

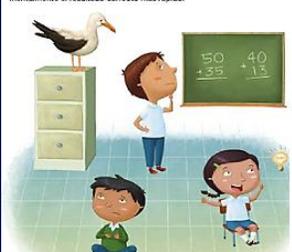
Bloque	Desafío	Consigna	Título
II	20	1	El más rápido.
II	22	1	¿Qué debo hacer?
	23	1	¿Cuál es la diferencia?
III	31	2	La tienda de juguetes.
	33	2	La ferretería.
IV	43	1	¿Cómo le hizo?
	48	1	¿Cuál eliges?

En relación con los aprendizajes esperados, el segundo bloque se presenta la resolución de problemas dirigida a “producir o completar sucesiones de números naturales, orales y escritas, en forma ascendente y descendente” (SEP, 2011a, p.87).

4.3.1. PAEV aditivos del desafío 20

El desafío veinte del libro de segundo grado para el maestro, está constituido por cuatro PAEV aditivos (ver Figura 35). Este desafío corresponde al contenido: *Determinación de resultados de adiciones al utilizar descomposiciones aditivas, propiedades de las operaciones, y resultados memorizados previamente.*

De manera individual, encuentra el resultado de los problemas que te da tu maestro. No utilices papel, lápiz ni calculadora. Se trata de saber qué resultado mentalmente el resultado correcto más rápido.



1. Rodrigo tenía 40 estampas y ganó 13. ¿Cuántas estampas tiene ahora?
2. Había 55 gaviotas en la playa y después llegaron otras 35. ¿Cuántas gaviotas se juntaron?
3. Pedro comió 25 pasas y Lupe comió 22 pasas más que Pedro. ¿Cuántas pasas comió Lupe?
4. En un bote hay 35 canicas y en otro 25. Si juntamos las canicas de los dos botes, ¿cuántas hay en total?
5. A Ana le dejaron de tarea escribir 15 palabras que comiencen con "h" y 12 palabras que comiencen con "z". ¿Cuántas palabras escribió Ana?

Figura 35. Desafío 20, el más rápido (SEP, 2016b, p.65)

El primer problema contiene una *estructura semántica* de cambio 1 con la *incógnita en la cantidad final*, haciendo alusión a la componente sintáctica. Es de tipo consistente que se ubica en un nivel 1 de conocimiento aritmético. El segundo problema puede confundir, por la redacción, ya que podría ser un problema con estructura de cambio 1. Sin embargo, es un problema con *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, de tipo consistente situado en un nivel 1 de conocimiento aritmético.

El tercer problema se constituye de una *estructura semántica* de comparación 3 con la *incógnita en el comparado*, es de tipo consistente y se ubica en un nivel 3 de conocimiento aritmético. En su conjunto, el cuarto y quinto problema se constituyen de una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, y se ubican en un nivel 1 de conocimiento aritmético. A continuación, en la Figura 36 se presentan los esquemas asociados a los problemas 1, 2 y 3.

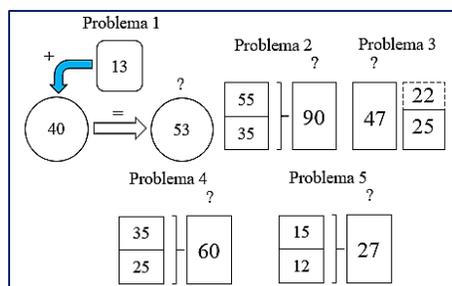


Figura 36. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 20

Por otra parte, la dependencia semántica de los cinco problemas categorizados anteriormente, se presenta en la Tabla 17.

Tabla 17

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 20

Dependencia semántica	Única consigna				
	P1	P2	P3	P4	P5
Argumentos	Estampas.	Gaviotas.	Pasas.	Canicas.	Palabras.
Adjetivos	---	---	---	---	---
Agentes	Rodrigo.	---	Pedro y Lupe.	---	Ana.
Localización	---	Playa.	---	Bote y otro bote.	---
Tiempo	Ahora.	Después.	---	---	---
Verbos	Tenía, ganó y tiene.	Había, llegaron y juntaron.	Comió.	Juntamos.	Dejaron, escribir y escribió.
Términos relacionales	---	---	Más que.	---	---

En la Tabla 17, se evidencia que en el conjunto de problemas propuestos en el desafío veinte, aparecen términos diferentes a los identificados en los problemas del libro de primer grado. Los términos relacionales son palabras contenidas en los problemas con estructuras semánticas de comparación, sin embargo, no definen la operación adecuada para darle solución al problema aditivo, debido a que se pueden utilizar operaciones acudiendo a un proceso de reversibilidad.

4.3.2. PAEV aditivos del desafío 22

El desafío veintidós está conformado por una consigna, en ésta se proponen cuatro PAEV aditivos, como se muestran en la Figura 37. Este desafío corresponde al contenido: *Resolución de problemas de sustracción en situaciones correspondientes a distintos significados: complemento, diferencia.*

22
¿Qué debo hacer?

Consigna.
Organicen equipos y resuelvan lo siguiente.

a) El trenecito de la feria tiene lugar para 25 niños y ya subieron 18. ¿Cuántos pueden subir todavía?



¿Cuáles de las siguientes operaciones no ayudan a resolver el problema? Explica tu respuesta.

- $25 - 18 =$
- $25 + 18 =$
- $18 + 7 =$
- $18 - 7 =$

b) En un juego de dados Juana llegó al casillero 9. Quiere llegar al casillero 15 porque ahí hay un premio. ¿Cuántos puntos necesita para llegar al casillero premiado?



¿Cuáles de las siguientes operaciones no corresponden al problema? Explica por qué.

- $15 - 9 =$
- $9 + 6 =$
- $9 + 15 =$
- $9 - 6 =$

c) Pablo invitó a 25 amigos a su fiesta de cumpleaños. Si han llegado 12 niños, ¿cuántos faltan por llegar?

¿Con qué operación se resuelve el problema? Anótalo:

d) En una huerta hay ocho árboles de duraznos y 24 árboles de manzanas. ¿Cuántos duraznos hay que plantar para igualar la cantidad de manzanos?



Escribe la operación que te ayudó a resolver el problema.

Figura 37. Desafío 22, ¿Qué debo hacer? (SEP, 2016b, p. 69 y 70)

En el primer problema (a) se evidencia una *estructura semántica* de combinación 2 con la *incógnita en una de sus partes*, es de una etapa y puede ubicarse en el nivel 2 de conocimiento aritmético. Cabe señalar que, éste tipo de problemas puede generar confusiones al momento de ser clasificado, debido a que podría entenderse como un problema de cambio si se tratara de disminuir el número de asientos disponibles. De esta manera, se logró identificar una cantidad total de 25 niños y una de las partes que conforman al todo es 18 niños, por tanto, se busca una parte o cantidad desconocida.

El segundo problema (b) tiene una *estructura semántica* de cambio 3 con la *incógnita en la cantidad de cambio* o la que modifica a una cantidad inicial. Dicho problema es considerado de una etapa de tipo inconsistente por la extensión de su enunciado y el número de elementos relacionados. Este problema se ubica en un nivel 1 de conocimiento aritmético. En este sentido, el tercer problema (c) tiene una *estructura semántica* de combinación 2 con la

incógnita en una de sus partes que conforman a la cantidad total, también es un problema de una etapa, pero de tipo consistente y puede ubicarse en un nivel 3 de conocimiento aritmético, ya que para resolver este tipo de problemas se deben identificar relaciones parte-parte-todo.

El cuarto problema (d) contiene implícitamente una *estructura semántica* de igualación 1 y en cuanto a la componente sintáctica tiene la *cantidad desconocida en la igualación*. Es un problema de una etapa de tipo consistente ya que el enunciado está redactado en un lenguaje no conflictivo y se ubica en un nivel 4 de conocimiento aritmético, donde se pueden hallar igualdades entre cantidades utilizando adiciones y/o sustracciones, mediante procesos de reversibilidad. Estos problemas con estructuras de igualación, se proponen pocas veces en algunos libros de texto de segundo grado de primaria (Orrantia *et al.*, 2005). A continuación, en la Figura 38 se presentan los esquemas asociados a cada uno de los PAEV del desafío correspondiente.

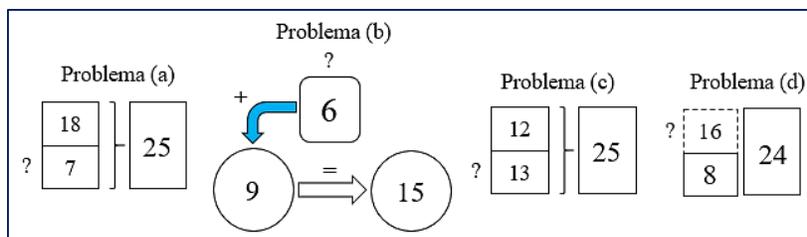


Figura 38. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 22

En la Tabla 18, se muestra la dependencia semántica de los problemas propuestos en el desafío 22.

Tabla 18

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 22

Dependencia semántica	Única consigna			
	P(a)	P(b)	P(c)	P(d)
Argumentos	Niños.	Casillero y casillero.	Amigos y niños.	Árboles de duraznos y árboles de manzanas.
Adjetivos	---	Premiado.	---	---
Agentes	Trencito.	Juana.	Pablo.	

Localización	Feria.	---	Fiesta de cumpleaños	Huerta.
Tiempo	Todavía.	---	---	---
Verbos	Tiene, subieron, pueden y subir.	Quiere, llegar y necesita.	Invitó, han llegado, faltan y llegar.	Plantar.
Términos relacionales	---	---	---	Igualar la cantidad.

Otro aspecto importante de las palabras que indican dependencia semántica en los PAEV aditivos, es que permiten identificar y establecer diferencias entre los problemas. Por ejemplo, entre los términos relacionales se encuentran las palabras utilizadas en problemas de comparación e igualación, que funcionan cuando se tienen en cuenta dos argumentos cuantificados, entre las que se destacan “igualar la cantidad” presentada en el problema (d) llevando a considerar dos elementos del problema para compararlos e igualar cantidades a través de una modificación.

4.3.3. PAEV aditivos del desafío 23

El desafío veintitrés, está conformado por una consigna constituida por cinco problemas aditivos de enunciado verbal como se presentan en la Figura 39. Asimismo, corresponde al contenido: *Resolución de problemas de sustracción en situaciones correspondientes a distintos significados: complemento, diferencia.*

Consigna

En equipos resuelvan los siguientes problemas. Escriban la operación que permita encontrar directamente la respuesta.

a) Benito tiene 23 años y su hermano José tiene 14 años. ¿Cuántos años le lleva Benito a José? _____

b) Lucas tiene 35 canicas y Pedro tiene 26. ¿Cuántas canicas más tiene Lucas que Pedro? _____

c) El equipo rojo de básquetbol hizo 42 puntos y el equipo azul hizo 28 puntos. ¿Por cuántos puntos le ganó el equipo rojo al equipo azul? _____

d) La mochila de Laura costó 75 pesos y la de su hermana costó 60 pesos. ¿De cuánto es la diferencia en el precio de las dos mochilas? _____

e) Rodrigo necesita 38 estampas para llenar su álbum de fútbol. Si su primo le regaló 12, ¿cuántas estampas le faltan para llenar el álbum? _____

Figura 39. Desafío 23, ¿Cuál es la diferencia? (SEP, 2016b, p.72 y 73)

En el inciso a) se presenta un problema con *estructura semántica* de comparación 1 con la *incógnita en la diferencia*, es de una etapa y de tipo consistente. En el caso del inciso b) se propone un problema con *estructura semántica* de comparación 1 con la *incógnita en la diferencia*, es de una etapa o simple, con un enunciado consistente. En el inciso c) se presenta un problema con *estructura semántica* de comparación 1 con *incógnita en la diferencia*, de una etapa y de tipo consistente.

Por su parte, el problema propuesto en el inciso d) por la redacción, podría tener implícitamente una estructura semántica de comparación que puede ser de comparación 1 o comparación 2. Sin embargo, por la forma como están ubicadas las cantidades numéricas en el enunciado del problema es un problema con *estructura semántica* de comparación 1 con *incógnita en la diferencia*. Dado que los cuatro problemas aditivos de enunciado verbal están conformados por estructuras semánticas de comparación 1, pueden ubicarse en un nivel 3 de conocimiento aritmético.

El último inciso e) propone un problema constituido por una *estructura semántica* de combinación 2 con la *incógnita en una de las partes que conforman el todo*, es de una etapa de tipo inconsistente porque no se soluciona de forma directa y puede ser ubicado en un nivel 3 de conocimiento aritmético. En la Figura 40 se muestran los esquemas correspondientes a los problemas a, b, c, d y e.

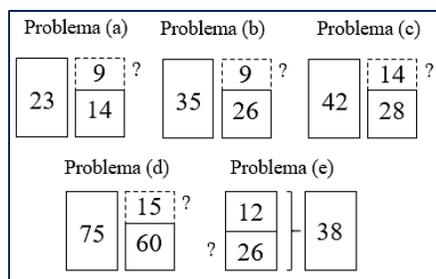


Figura 40. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 23

La dependencia semántica de los problemas, se sitúa más en los términos relacionales por contener estructuras de comparación, donde se desea conocer la diferencia entre dos argumentos cuantificados, ver Tabla 19.

Tabla 19

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 23

Dependencia semántica	Única consigna				
	P(a)	P(b)	P(c)	P(d)	P(e)
Argumentos	Años.	Canicas.	Puntos.	Pesos.	Estampas.
Adjetivos	---	---	---	---	---
Agentes	Benito y José.	Lucas y Pedro.	Equipo rojo y equipo azul.	Laura y hermana.	Rodrigo y primo.
Localización	---	---	---	---	---
Tiempo	---	---	---	---	---
Verbos	Tiene.	Tiene.	Hizo y ganó.	---	Necesita, llenar y regaló.
Términos relacionales	Le lleva.	Más que.	Por cuántos puntos le ganó.	De cuánto es la diferencia.	---

En los problemas del desafío veintitrés se evidencia la ausencia de palabras relacionadas con adjetivos, localización y tiempo, pero en los términos relacionales se identificaron palabras que conducen comparar cantidades, por ejemplo, la edad de dos personas.

4.3.4. PAEV aditivos del desafío 31

En relación con los aprendizajes esperados que incluyen a este desafío, la resolución de problemas se centra en los distintos significados de la adición y sustracción, modificando el

lugar de la incógnita con números máximo de dos cifras (SEP, 2011a). En este sentido, el desafío treinta y uno está conformado por dos consignas, en las que se proponen problemas aditivos de enunciado verbal donde es necesario determinar la cantidad inicial, refiriéndose a problemas de donde hay cantidades que aumentan o disminuyen (ver Figura 41). Para este desafío se tiene en cuenta el contenido: *Resolución de problemas que implican adiciones y sustracciones donde sea necesario determinar la cantidad inicial antes de aumentar o disminuir.*

Consigna 1	Consigna 2
<p>En equipos resuelvan los siguientes problemas.</p>  <p>a) Dionisio fue a la tienda de juguetes y con sus ahorros compró una pelota de \$35 y un trompo de \$7. Al salir de la tienda, Dionisio se dio cuenta de que le habían quedado \$8. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado?</p> <p>_____</p>	<p>Forma un equipo con otros compañeros y resuelvan los siguientes problemas.</p>  <p>a) Alma tenía algunos crayones, Enriqueta le dio 11 más. Ahora Alma tiene 57. ¿Cuántos crayones tenía Alma al principio?</p> <p>_____</p>
 <p>b) Evella, hermana de Dionisio, tenía poco dinero ahorrado y le pidió a su papá \$28 para comprar una muñeca de \$60. ¿Cuánto dinero había ahorrado Evella?</p> <p>_____</p>	 <p>b) Cuando Roberto terminó de jugar canicas, había ganado 12 canicas, con lo que completó un total de 19. ¿Cuántas canicas tenía antes de jugar?</p> <p>_____</p>
 <p>c) A Elvia su papá también le dio dinero; con los \$62 que llevaba completó para comprar un oso que costaba \$75. ¿Cuánto dinero le dio su papá?</p> <p>_____</p>	 <p>c) Margarita fue a la feria y jugó dos veces el tiro al blanco. Cada turno costaba \$25. Como no llevaba dinero suficiente, su mamá le dio \$12. ¿Cuánto dinero llevaba Margarita?</p> <p>_____</p>

Figura 41. Desafío 31, la tienda de los juguetes (SEP, 2016b, p. 99 y 100)

En la primera consigna, el inciso a) propone un problema dos etapas. En la primera etapa se identifica una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en el todo*, con el propósito de saber cuánto dinero había gastado Dionisio en total, en la compra de los juguetes. En la segunda etapa se evidencia un problema con *estructura semántica* de cambio 6 disminución con la *incógnita en la cantidad inicial*, donde se pretende hallar la cantidad de dinero que tenía ahorrado Dionisio. En su conjunto, las dos estructuras identificadas no permiten asociar este problema a un nivel de conocimiento aritmético en particular, pero se puede ubicar en el nivel 3, debido a que, para dar respuesta al problema la estructura de cambio 6 presenta mayor grado de dificultad.

El problema propuesto en el inciso b) es de una etapa y tiene implícitamente una *estructura semántica* de cambio 5 con la *incógnita en la cantidad inicial*. Este tipo de problemas son inconsistentes por la redacción del enunciado y se ubican en un nivel 3 de conocimiento aritmético. Posteriormente, se presenta el problema del inciso c) que es diferente a los problemas anteriores, porque mantiene implícita una *estructura semántica* de cambio 3 con la *incógnita en la cantidad de cambio* o modificación y se ubica en un nivel 2 de conocimiento aritmético. A continuación, en la Figura 42 se muestran los esquemas correspondientes a los problemas a, b y c de la consigna 1.

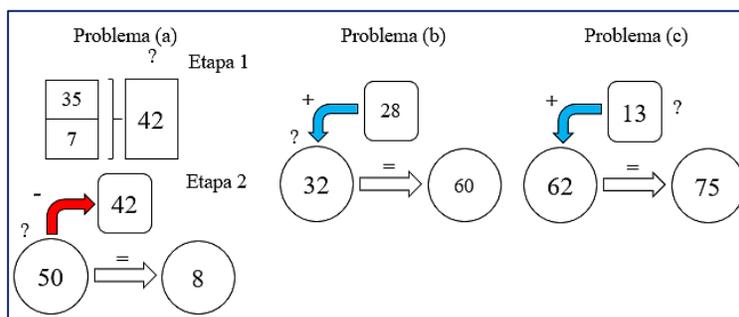


Figura 42. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 1 del desafío 31

Por otro lado, en la consigna 2 se proponen tres problemas aditivos de enunciado verbal. En el inciso a) se presenta un problema que contiene una *estructura semántica* de cambio 5 con la *incógnita en la cantidad inicial*, el cual tiene un lenguaje de tipo inconsistente (Castro, 2013), que podría resolverse de manera directa, considerando cantidades numéricas, con base en una adición y/o sustracción y se obvie el paso de interpretar el enunciado (Blanco *et al.*, 2014; Ortíz, 2014). Este problema se puede ubicar en un nivel 3 de conocimiento aritmético.

En el segundo inciso b) se propone un problema con *estructura semántica* de cambio 5 con la *incógnita en la cantidad inicial*, es de una etapa de tipo inconsistente y puede situarse en un nivel 3 de conocimiento aritmético. En esta misma línea, se presenta en el inciso c) un problema de dos etapas. En la primera, se presenta una *estructura semántica* de combinación 1 con *incógnita en la cantidad final*, donde se pretende encontrar la cantidad total de dinero correspondiente a los dos turnos que dio Margarita. Este es un problema inconsistente donde no se pueden tomar las cantidades numéricas tal y como se plantean en el enunciado, sino que debe dar un primer paso preguntándose sobre lo que le están pidiendo, por ejemplo, al jugar dos veces el tiro al blanco. La segunda etapa hace referencia a una *estructura semántica*

de cambio 5 con la *incógnita en la cantidad inicial* y se ubica en un nivel 3 de conocimiento aritmético. En la Figura 43 se presentan los esquemas asociados a los problemas a, b y c de la consigna 2.

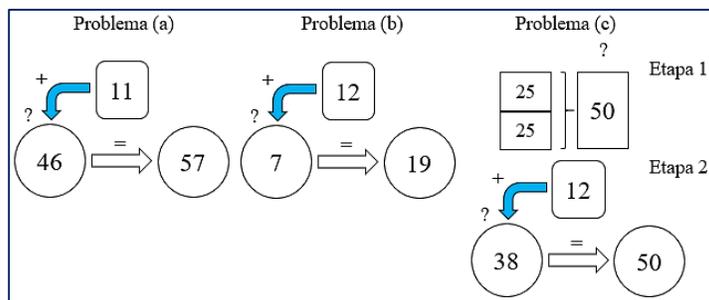


Figura 43. Esquemas de los problemas propuestos en la consigna 2 del desafío 31

En la Tabla 20 se evidencia que, la dependencia semántica de los problemas se concentra más en los argumentos y los verbos utilizados en problemas de cambio cuando la incógnita se encuentra en la cantidad inicial o en la modificación. Asimismo, en la mayoría de los problemas no faltan los agentes, debido a que son de quienes se habla en el texto, y las palabras ausentes son los términos relacionales porque no se evidencian problemas con estructuras de comparación e igualación.

Tabla 20

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 31

Dependencia semántica	Consigna 1			Consigna 2		
	P(a)	P(b)	P(c)	P(a)	P(b)	P(c)
Argumentos	\$ (pesos) y dinero.	\$ (pesos) y dinero.	\$ (pesos) y dinero.	Crayones.	Canicas.	\$ (pesos) y dinero.
Adjetivos	Ahorrado	Poco y ahorrado.	---	---	---	Suficiente.
Agentes	Dionisio.	Evelia, Dionisio y papá.	Elvia y papá	Alma y Enriqueta.	Roberto.	Margarita y mamá.
Localización	Tienda de juguetes.	---	---	---	---	Feria.
Tiempo	---	---	---	Ahora y al principio.	Terminó de jugar y Antes de jugar.	---

Verbos	Fue, compró y salir.	Tenía, pidió, comprar y había.	Dio, llevaba, completó y comprar	Tenía y tiene.	Terminó, jugar, había, ganado, completó y tenía.	Fue, jugó, llevaba y dio.
Términos relacionales	---	---	---	---	---	---

4.3.5. PAEV aditivos del desafío 33

Este desafío contiene dos consignas donde se proponen cuatro problemas aditivos de enunciado verbal, como se presenta en la Figura 44. El contenido correspondiente a este desafío es: *estudio y afirmación de un algoritmo para la adición de números de dos cifras.*

Consigna 1

Óscar fue a la ferretería y compró un martillo en \$65 y un juego de llaves con un precio de \$98. Para conocer el total a pagar, realizó la siguiente operación. En equipos, analicenla y describan cómo la resolvió.

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 65 \\
 + 98 \\
 \hline
 163
 \end{array}$$



Consigna 2

En equipos, resuelvan los siguientes problemas. Apliquen el procedimiento que utilizó Oscar.

a) Don Javier compró una llave de cruz de \$57 y un juego de baleros de \$35. ¿Cuánto tuvo que pagar?

b) Minerva compró una caja de lápices de colores de \$43 y una libreta de \$28. ¿Cuánto gastó?

c) Margarita y Rosalba fueron a la ferretería y compraron un martillo de \$73 y un juego de desarmadores de \$89. ¿Cuánto gastaron en su compra?



Figura 44. Desafío 33, la ferretería (SEP, 2016b, p.104 y 105)

En la primera consigna se propone un problema en el que dan una respuesta con su respectivo procedimiento y piden describir cómo se resolvió el problema. Este problema de una etapa, con *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total* y se puede ubicar en un nivel 1 de conocimiento aritmético. En la consigna 2 se proponen tres problemas aditivos de enunciado verbal que pueden resolverse aplicando algoritmos convencionales como el presentado en el problema de la consigna 1. En los incisos a, b y c, se proponen problemas con *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*. Son problemas de una etapa de tipo consistente que se pueden ubicar en un nivel 1 de

conocimiento aritmético. En la Figura 45 se presentan los esquemas asociados a los problemas de las consignas 1 y 2.

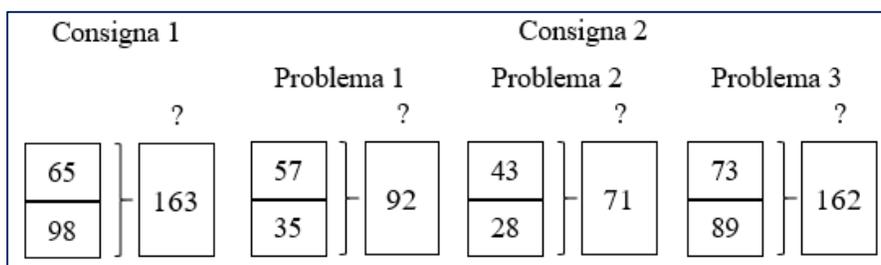


Figura 45. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 33

La información contenida en la Tabla 21, pone de manifiesto que no es sencillo distinguir en un problema de enunciado verbal la dependencia semántica, ya que desde la lingüística existen verbos, sujetos y adjetivos que no se logran distinguir por la forma de redacción del enunciado o bien darles sentido y significado dentro del problema.

Tabla 21

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 33

Dependencia semántica	Consigna 1		Consigna 2	
	P	P1	P2	P3
Argumentos	\$ (pesos) y total.	\$ (pesos).	\$ (pesos).	\$ (pesos).
Adjetivos	---	---	---	---
Agentes	Oscar.	Don Javier.	Minerva.	Margarita y Rosalba.
Localización	Ferretería.	---	---	Ferretería.
Tiempo	---	---	---	---
Verbos	Compró, conocer, pagar y realizó.	Compró, tuvo y pagar.	Compró y gastó.	Fueron, compraron y gastaron.
Términos relacionales	---	---	---	---

En la Tabla 21, se evidencia que en los problemas del desafío treinta y tres no aparecen adjetivos asociados a los argumentos, términos que hagan referencia al tiempo en el que se está dando la situación y problemas que contengan términos relacionales. Cabe señalar que, en cada uno de estos problemas existen al menos dos verbos que conducen a utilizar una operación, por ejemplo, pagar, gastar, compró, gastó, compraron y gastaron. Caso contrario sucede al distinguir un verbo conocer, no permiten establecer una relación para el uso de una operación.

4.3.6. PAEV aditivos del desafío 43

En este desafío se presenta una consigna que contiene dos situaciones problemas de tipo inconsistente, por la extensión del enunciado y la cantidad de elementos involucrados en el mismo problema, lo que aumenta el grado de dificultad en cada problema, ver Figura 46. Asimismo, este problema pertenece al contenido: *Resolución de sustracciones utilizando descomposiciones aditivas, propiedades de las operaciones o resultados memorizados previamente, y al tema: números y sistemas de numeración.*

a) En el grupo de 2^aA, los alumnos recibieron el dinero que guardaron en una caja de ahorro durante un año. Sólo falta que reciban sus ahorros Pedro y Martha, pero únicamente quedan dos billetes, uno de \$50 y otro de \$100. Como Pedro ahorró \$72 y Martha, \$78, la maestra decidió dar a Pedro el billete de \$50 y a Martha el de \$100, con la condición de que Martha entregara a Pedro lo que a éste le faltaba. ¿Cuánto dinero le debe dar Martha a Pedro?

b) María tiene un billete de \$50 y una moneda de \$5. En la dulcería compra una bolsa de chocolates que cuesta \$23. En la caja de la dulcería solamente hay tres monedas de \$10 y cuatro monedas de \$1.

- Si María paga con el billete de \$50, ¿podrán darle el cambio completo con el dinero que hay en la caja? ¿Por qué?

- ¿Qué podrían hacer para que María reciba su cambio completo?

Figura 46. Desafío 43, ¿Cómo le hizo? (SEP, 2016b, p.131)

El primer problema está conformado por una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*, en éste es necesario calcular la cantidad de dinero que le debe dar Martha a Pedro. Este tipo de problemas se ubican en un nivel 1 de conocimiento aritmético. El segundo problema está conformado por dos etapas. En la primera se identifica una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*, debido a que, se

debe saber cuál es el valor de la cantidad completa de cambio que se consigue al restar el valor del chocolate al billete de \$50. En la segunda etapa, se identifican cinco subetapas con *estructuras semánticas* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad final*, para hallar mediante adiciones el valor total del dinero que hay en la caja, y posteriormente calcular si se puede dar el cambio completo. A continuación, en la Figura 47 se presentan los esquemas de los problemas 1 y 2.

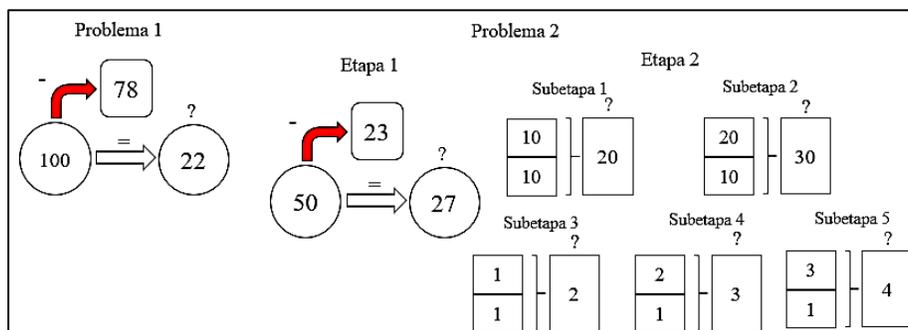


Figura 47. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 43

Los problemas del desafío 47, presentan una dependencia semántica asociada a los verbos y a los argumentos. En algunos problemas se manifiesta que no todos los verbos utilizados tienen la misma relevancia para darle sentido y significado a un enunciado, en este caso, se nota que las palabras, decidió, faltaba, guardaron, debe, son menos atendidas para buscar la solución que las palabras dar, entregará, recibieron, ahorró, las cuales contribuyen a la comprensión de la situación problema (ver Tabla 22).

Tabla 22

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 43

Dependencia semántica	Desafío 43	
	P1	P2
Argumentos	\$ (pesos) y dinero.	\$ (pesos), cambio y dinero.
Adjetivos	---	Completo.
Agentes	Grupo de 2° A, alumnos, Pedro, Martha y maestra.	María.
Localización	Caja de ahorro	Dulcería y caja de la dulcería.
Tiempo	Durante un año.	---

Verbos	Recibieron, guardaron, ahorró, decidió, dar, entregara, faltaba, debe y dar.	Tiene, compra, paga, hacer y reciba.
Términos relacionales	---	---

4.3.7. PAEV aditivos del desafío 48

Otros problemas aditivos de enunciado verbal, están propuestos en el desafío cuarenta y ocho donde se realizan distinciones entre operaciones como la adición, sustracción o multiplicación para la resolución del problema, ver imagen 46. Cabe señalar que de este desafío se consideraran los problemas que involucren en su solución adiciones y/o sustracciones sin acudir a la multiplicación, por ejemplo, cuando se tengan que sumar más de tres sumandos. En este sentido, se presentan los problemas presentados en los incisos a), b) y g). Cabe destacar que, este desafío corresponde al contenido: *distinción entre problema aditivos y multiplicativos, el cual pertenece al tema problemas multiplicativos.*

a) Gaby compró tres bolsas de caramelos de \$4. Si pagó con un billete de \$20, ¿cuánto debe recibir de cambio?	
b) Jaime llevó sus canicas a la escuela. Regresó sólo con 7 canicas porque perdió 17. ¿Cuántas canicas llevaba?	
g) Un almacén de ropa recibió 72 vestidos de los cuales 11 eran talla grande, 37 eran talla mediana y el resto eran de talla chica. ¿Cuántos vestidos talla chica recibió?	

Figura 48. Desafío 48, ¿Cuál eliges? (SEP, 2016b, p.146 y 147)

En el inciso a) se propone un problema en el que se identificó tres estructuras semánticas. Se consideraron tres etapas para solucionar el problema, en la primera y segunda etapa se evidencia una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total* y en la tercera etapa se identificó una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*. Este es un problema de tipo consistente que puede ubicarse en un nivel 1 de conocimiento aritmético.

En el inciso b) se propone un problema de una etapa con *estructura semántica* de cambio 6 con la *incógnita en la cantidad inicial*. Es un problema de tipo inconsistente que se puede ubicar en un nivel 3 de conocimiento aritmético. Luego, en el inciso g) se evidencia un problema de dos etapas, en la primera etapa se identificó una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, y en la segunda etapa se identificó una *estructura semántica* de combinación 2 con la *incógnita en una de las partes*. Este problema es de tipo inconsistente que se puede ubicar en un nivel 3 de conocimiento aritmético. A continuación, en la Figura 49 se presentan los esquemas correspondientes a los problemas a, b y g.

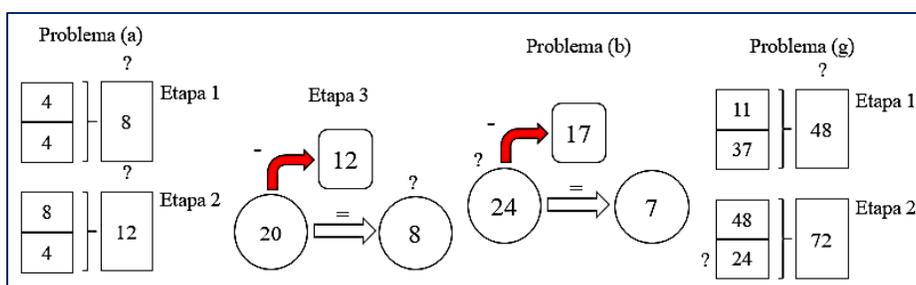


Figura 49. Esquemas de los problemas propuestos en el desafío 48

Los problemas aditivos de enunciado verbal propuestos en el desafío 48, presentan características similares en cuanto a la utilidad de los verbos y argumentos. Sin embargo, en el problema (g) se utilizan pocos verbos y más adjetivos para describir el tamaño de cada vestido (ver Tabla 23). Cabe destacar que la dependencia semántica no está asociada a los términos relacionales por los escasos problemas de comparación e igualación y a los tiempos que son fundamentales en el proceso de comprensión.

Tabla 23

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 48

Dependencia semántica	Única consigna		
	P (a)	P (b)	P (g)
Argumentos	\$ (pesos) y cambio.	Canicas.	Vestidos.
Adjetivos	---	---	Grande, mediana y chica.
Agentes	Gaby.	Jaime.	Almacén de ropa.

Localización	---	Escuela.	---
Tiempo	---	---	---
Verbos	Compró, pagó, debe y recibir.	Llevó, regresó, perdió y llevaba.	Recibió.
Términos relacionales	---	---	---

En la Tabla 24 se muestra la cantidad de estructuras semánticas contenidas en los PAEV aditivos propuestos en el libro de texto de segundo grado de educación primaria.

Tabla 24

Cantidad de estructuras semánticas propuestas en los PAEV aditivos del libro de texto de segundo grado

PAEV aditivos propuestos en el libro de texto de segundo grado			
Estructura semántica	Componente sintáctica	Cantidad de estructuras	Porcentaje %
Cambio	Cambio 1	2	5 %
	Cambio 2	3	7.5 %
	Cambio 3	2	5 %
	Cambio 5	4	10 %
	Cambio 6	2	5 %
Combinación	Combinación 1	17	42.5 %
	Combinación 2	4	10 %
Comparación	Comparación 1	4	10 %
	Comparación 3	1	2.5 %
Igualación	Igualación 1	1	2.5 %
Total		40	100%

Por otra parte, en el libro de texto de segundo grado se identificaron estructuras semánticas contenidas en los PAEV aditivos, entre las que se destacan las estructuras compuestas,

enfaticando en los problemas de más de una etapa que requieren de una o más adiciones y/o sustracciones para su solución. En la Tabla 25, se presentan las estructuras compuestas de forma organizada para cada desafío.

Tabla 25

PAEV aditivos con estructuras compuestas propuestos en el libro de texto de segundo grado

Desafíos	PAEV aditivo	Etapas	Estructuras compuestas					
31	Problema (a) Consigna 1	2		CB1				C6
	Problema (c) Consigna 2	2		CB1				C5
43	Problema (b)	6	C2	CB1	CB1	CB1	CB1	CB1
48	Problema (a)	3		CB1		CB1		C2
	Problema (g)	2		CB1				CB2

De forma general, en el libro de texto de segundo grado de educación primaria se presentan problemas aditivos que varían según la componente sintáctica. En este sentido, las estructuras de combinación 1 con la incógnita en la cantidad total son las que más se evidencian en los problemas verbales, se presentan en un 42.5 % del total de los problemas propuestos. En su conjunto los problemas de combinación, se proponen en un 52.5 % del total de todos los PAEV aditivos del libro de texto. Respecto a las estructuras de cambio se proponen en el libro de texto el 32.5% de los cuales se presentan más las de cambio 5 aumento con la incógnita en la cantidad inicial, a diferencia de los problemas del libro de primer grado que los problemas con estructuras de cambio, los de cambio 2 son los más propuestos.

En este libro de texto aparecen más problemas con estructuras diferentes de comparación y se empiezan a proponer los problemas con estructuras de igualación, lo que pone de manifiesto un mayor grado de complejidad en los enunciados de los problemas exigiendo un mayor nivel en cuanto al conocimiento aritmético. Dentro de estas estructuras diferentes se destacan la de comparación 3 un 2.5% y se evidencia que de forma general este tipo de estructuras se presentan un 12.5 % del total de las estructuras contenidas en los problemas aditivos del libro de texto. Respecto a los problemas de igualación, se evidencia que sólo se

propone un problema con estructura de igualdad 1 con la incógnita en la igualdad el 2.5 % de los problemas propuestos.

Por otra parte, la mayoría de los problemas propuestos en el libro de segundo grado se encuentran en un nivel 1 de conocimiento aritmético, debido a que se identificaron dieciséis estructuras (once de combinación 1, tres de cambio 1 y dos de cambio 2). Seguidamente, en el nivel 2, sólo se identificaron dos estructuras de cambio 4. En el nivel 3 de conocimiento aritmético se encuentran catorce estructuras (cuatro de cambio 5, dos de cambio 6, tres de combinación 2, cuatro de comparación 1, uno de comparación 3 y uno de igualdad 1), y para el nivel 4 una estructura de igualdad 1, lo que deja entrever que para este grado escolar los estudiantes podrían resolver problemas que requieran para su solución de procesos de reversibilidad usando adiciones y sustracciones.

En los problemas aditivos analizados, se nota que los enunciados son extensos e incluyen términos que no aportan a la solución de la situación. Esto se identificó por medio del estudio de la dependencia semántica de los PAEV aditivos, donde se encontraron palabras o indicios verbales que conducen a la elección de una operación, así como los argumentos y adjetivos que describen a un agente facilitando la comprensión del enunciado del problema.

4.4. Análisis de los PAEV aditivos del libro de tercer grado



Figura 50. Libro de texto de tercer grado (SEP, 2016c)

En el análisis del libro de tercer grado, se consideraron los PAEV aditivos que se presentan en la Tabla 26.

Tabla 26

Desafíos que contienen problemas aditivos en el libro de tercer grado

Bloque	Desafío	Consignas	Título
I	4	2	Rapidez mental.
	13	3	Elaboración de galletas.
III	43	3	Sumas y restas.
IV	55	1	La fiesta.
	56	1	¿Cuál de todas?

4.4.1. PAEV aditivos del desafío 4

En relación con los aprendizajes esperados en el primer bloque, es importante resaltar que la resolución de problemas se basa en el cálculo mental o escritura de productos de dígitos, así como la lectura y uso del reloj (SEP, 2011a). En las consideraciones previas del libro para el maestro se plantea que, los estudiantes realicen restas mentalmente, por medio de diferentes estrategias de resolución (SEP, 2016c). También, este desafío está conformado por dos consignas, pero sólo en la primera se proponen seis PAEV aditivos, ver imagen 51, y pertenecen al contenido: *desarrollo de procedimientos mentales de resta de dígitos y múltiplos de 10 menos un dígito, etc., que faciliten los cálculos de operaciones más complejas.*

Consigna 1

Lean los siguientes problemas y traten de resolverlos mentalmente; el primero que tenga la respuesta levante la mano.

- 1 Don Jorge quiere comprar una camisa que cuesta \$230, y tiene un descuento de \$100. ¿Cuánto deberá pagar en total?
- 2 Matías fue a la tienda y llevaba \$80. Ahí compró unas galletas que le costaron \$11. ¿Cuánto le quedó?
- 3 Doña Josefina compró un mueble que le costó \$1049 y pagó \$100 por el traslado de éste a su casa. ¿Cuánto pagó en total?
- 4 Ana tiene \$900 ahorrados y quiere comprar una blusa que cuesta \$199. ¿Cuánto le quedaría si decide comprarla?
- 5 Saúl tiene una colección de 718 timbres postales. La última vez que se los mostró a sus amigos, vio que 9 estaban maltratados y los desechó. ¿Cuántos tiene ahora?
- 6 En una tienda de ropa había 590 trajes. Un comerciante compró 89. ¿Cuántos quedaron en la tienda?

Consigna 2

De manera individual, encuentren el número que falta.

10 - <input type="text"/> = 3	18 - <input type="text"/> = 10
10 - <input type="text"/> = 4	28 - <input type="text"/> = 20
10 - <input type="text"/> = 5	38 - <input type="text"/> = 30
10 - <input type="text"/> = 6	48 - <input type="text"/> = 40
10 - <input type="text"/> = 7	58 - <input type="text"/> = 50
100 - <input type="text"/> = 30	68 - <input type="text"/> = 60
200 - <input type="text"/> = 40	78 - <input type="text"/> = 70
150 - <input type="text"/> = 50	
120 - <input type="text"/> = 60	
180 - <input type="text"/> = 70	



Figura 51. Desafío 4, Rapidez Mental (SEP, 2016c, p.18)

El primer y segundo problema presenta una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*. Son problemas de una etapa de tipo consistente ubicadas en un nivel 1 de conocimiento aritmético. Estos problemas mantienen una misma estructura semántica, pero difieren en la forma en que están redactados los enunciados y con diferentes términos de dependencia semántica. El tercer problema tiene una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, de una etapa y de tipo consistente que se ubica en un nivel 1 de conocimiento aritmético. En la Figura 52, se presentan los esquemas de los problemas 1, 2 y 3.

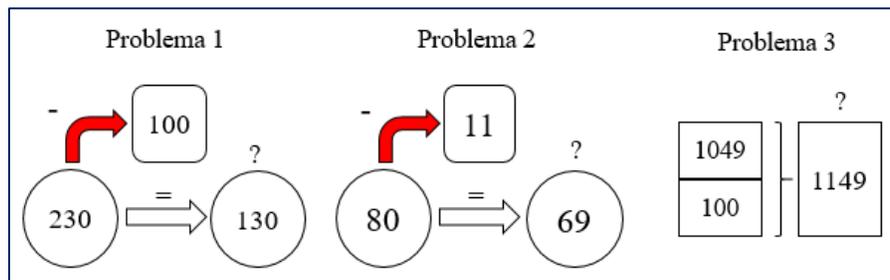


Figura 52. Esquemas de los problemas 1, 2 y 3 del desafío 4

En esta misma línea, el cuarto, quinto y sexto problemas están constituidos por una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*. Son problemas de una etapa de tipo consistente que pueden ser ubicados en un nivel 1 de conocimiento aritmético. También, se puede observar en la Figura 53 los esquemas asociados a cada problema.

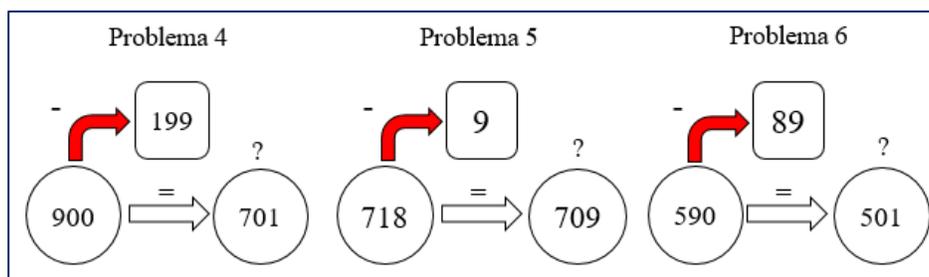


Figura 53. Esquemas de los problemas 4, 5 y 6 del desafío 4

En la Tabla 27 se muestra la dependencia semántica de los problemas del desafío 4, enfatizando en un análisis detallado, para lograr una mejor comprensión de la situación problema. Asimismo, se evidencia en los argumentos que se conserva la palabra pesos con su símbolo, porque es lo que se está cuantificado numéricamente en el enunciado del

problema y en todos los casos la pregunta del problema o la exigencia se refiere a la palabra pesos.

Tabla 27

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 4

Dependencia semántica	Consigna 1					
	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Argumentos	\$ (pesos).	\$ (pesos).	\$ (pesos).	\$ (pesos).	Timbres.	Trajes.
Adjetivos	---	---	---	Ahorrados	Postales y maltratados.	---
Agentes	Jorge.	Matías.	Josefina.	Ana.	Saúl.	
Localización		Tienda.	Casa.			Tienda.
Tiempo	---	---	---	---	La última vez y ahora.	---
Verbos	Quiere, compra, tiene, deberá y pagar.	Fue, llevaba, compró y quedó.	Compró y pagó	Tiene, quiere, comprar, quedaría, decide y comprarla.	Tiene, mostró, vio, estaban y desechó.	Compró.
Términos relacionales	---	---	---	---	---	---

4.4.2. PAEV aditivos del desafío 13

Este desafío está conformado por tres consignas, pero se toma sólo la primera dado que contiene PAEV aditivos que involucran unidades de tiempo, utilizando para la resolución la adición o la sustracción (ver Figura 54). Cabe resaltar que, estos problemas pertenecen al eje forma, espacio y medida y al contenido: *lectura y uso del reloj para verificar estimaciones de tiempo. Comparación del tiempo con base en diversas actividades. Se tomaron estos problemas porque se identificaron estructuras semánticas.*

Consigna 1

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

- Bertha hace galletas de salvado para vender. Metió al horno 2 charolas a las 9:10 a.m. En su receta dice que, para que queden crujientes, deben permanecer en el horno 25 minutos.
 - ¿A qué hora debe sacar las galletas del horno?
 - Si mete otra charola de galletas inmediatamente después de la anterior, ¿a qué hora deberá sacarla?
- El lunes, Bertha metió 2 charolas de galletas al horno y las sacó a las 11:55 a.m.
 - ¿A qué hora comenzó a hornearlas?
 - Para un pedido que le hicieron, tuvo que preparar 4 charolas. En el horno sólo caben 2 a la vez. Si terminó de hornear a las 4:00 p.m., ¿a qué hora comenzó?



Figura 54. Desafío 13, elaboración de galletas (SEP, 2016c, p.44)

En la consigna 1 se evidencia que, el primer problema es de dos etapas con *estructuras semánticas* de cambio 1 con la *incógnita en la cantidad final*, es de tipo inconsistente por la extensión de su enunciado y contiene datos numéricos que no son necesarios para solucionar el problema. Para su solución se debe conocer la respuesta del inciso a), correspondiente a la primera etapa. En la Figura 55 se muestran los esquemas del problema 1.

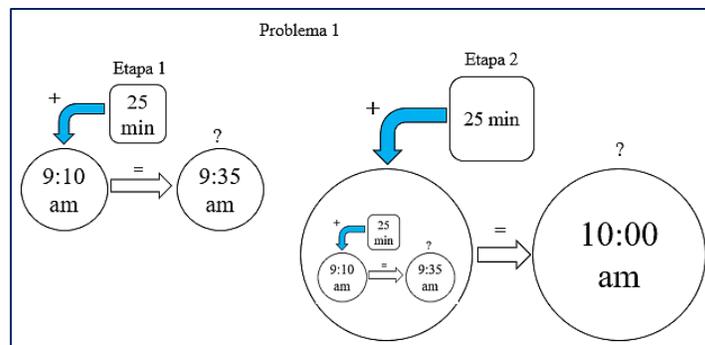


Figura 55. Esquemas del problema 1 de dos etapas del desafío 13

El segundo problema está conformado por dos etapas, en la primera se presenta una *estructura semántica* de cambio 5 con la *incógnita en la cantidad inicial*, y depende de la información contenida en el primer problema. La segunda etapa está constituida por dos subetapas con *estructuras semánticas* de cambio 5 con la *incógnita en la cantidad inicial*.

Estos problemas son de tipo inconsistentes y pueden ser ubicados en un nivel 3 de conocimiento aritmético. En la Figura 56 se presentan los esquemas correspondientes al problema 2.

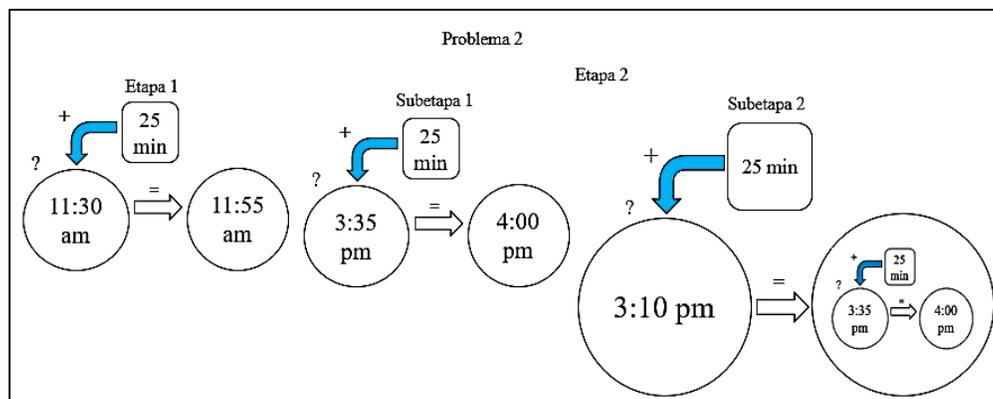


Figura 56. Esquemas del problema 2 de dos etapas del desafío 13

En relación con la dependencia semántica de los problemas del desafío 13, se evidencia que, la mayoría de los términos que constituyen al primer problema, le dan sentido al enunciado del segundo problema (ver Tabla 28). Se destaca el papel importante que juegan los argumentos, ya que al identificarse se puede encontrar la conexión adecuada con la pregunta del problema. Por ejemplo, en los problemas del desafío trece no preguntan por las galletas o por las charolas, sino por el tiempo en el que se hornean.

Tabla 28

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 13

Dependencia semántica	Desafío 13	
	P1	P2
Argumentos	Minutos y hora.	Minutos y hora.
Adjetivos	---	---
Agentes	Bertha.	Bertha.
Localización	Horno.	Horno.
Tiempo	Inmediatamente, después y anterior.	El lunes y a la vez.
Verbos	Hace, vender, metió, deben, permanecer, debe, sacar, mete, deberá y sacarla.	Metió, sacó, comenzó, hornearlas, tuvo, preparar, terminó y hornear.

Términos relacionales	---	---
-----------------------	-----	-----

En la Tabla 28 se muestra la colección de elementos que conforman al enunciado de los problemas, resaltando que existe variedad de palabras que se ubican en cada uno de los aspectos de dependencia, excepto los términos relacionales que en la mayoría de los problemas han sido escasos. Asimismo, cabe señalar que, para resolver un problema no es necesario identificar de manera puntual cada término, si no identificar el término y darle el significado apropiado para establecer la relación con otros elementos.

4.4.3. PAEV aditivos del desafío 43

En el tercer bloque, los aprendizajes esperados centran la resolución de problemas de sumas o restas de números naturales por medio de algoritmos convencionales (SEP, 2011a). Este desafío está conformado por tres consignas, se puntualiza en la primera y la tercera consigna. En la primera se proponen cuatro PAEV aditivos, mientras que en la tercera un PAEV aditivo (ver Figura 57), pertenecientes al contenido: *determinación y afirmación de un algoritmo para la sustracción de números de dos cifras*.

Consigna 1

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

- Enrique y Alberto jugaron canicas. Al inicio, Enrique tenía 96 y Alberto, 38. Al terminar el juego, Alberto tenía 53.
 - ¿Quién ganó y quién perdió canicas?
 - ¿Cuántas canicas ganó o perdió Enrique?
 - ¿Cuántas canicas ganó o perdió Alberto?
- Luisa y Antonio son hermanos; él tiene 8 años. Si Luisa es 15 años mayor que él, ¿cuántos años tiene Luisa?
- David tenía en su alcancía 85 pesos y su papá le dio 10 para guardarlos. Cuando David acompañó a su mamá a la tienda se llevó el dinero de su alcancía y compró un balón de futbol que le costó 78 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó?
- Sofía compró en el mercado 26 pesos de verdura y 38 de fruta. Si llevaba 90 pesos, ¿cuánto dinero le quedó?

Consigna 3

En parejas, comenten y resuelvan el siguiente problema.

Bertha tiene 97 estampas diferentes para su álbum, pero le regaló 44 a su hermano, 16 a su amiga y perdió 18.

- ¿Cuántas estampas le quedaron?
- ¿Cuántas regaló?
- El álbum consta de 120 estampas. ¿Cuántas le faltan?




Figura 57. Desafío 43, sumas y restas (SEP, 2016c, p.142)

En cuanto a la primera consigna, el primer problema está constituido por dos *estructuras semánticas*, una de cambio 3 y la otra de cambio 4, ambas con la *incógnita en la cantidad de cambio*, identificadas para dar respuesta a los incisos a, b y c. Es un problema que conformado por dos etapas con *estructuras semánticas compuestas* cambio 3-cambio 4 (C3-C4), de tipo inconsistente que se ubica en un nivel 2 de conocimiento aritmético. Ver en la Figura 58 el esquema del problema 1.

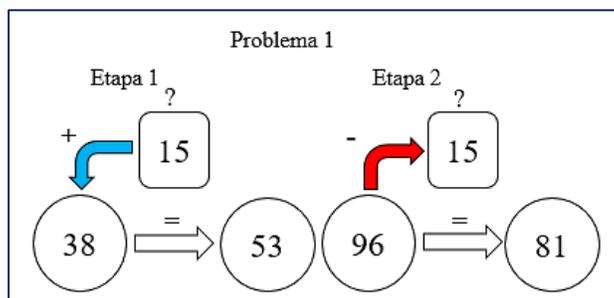


Figura 58. Esquemas del problema 1 del desafío 43

El segundo problema tiene una *estructura semántica* de comparación 3 con la *incógnita en el comparado*, destacando la componente sintáctica. Además, es de una etapa, de tipo consistente que puede ser ubicado en un nivel 3 de conocimiento aritmético. El tercer problema es de dos etapas, en la primera se presenta una *estructura semántica* de cambio 1 con la *incógnita en la cantidad final*. Y en la segunda etapa se evidencia una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*. De modo que el tercer problema es de tipo consistente, se ubica en un nivel 1 de conocimiento aritmético y tiene una *estructura semántica compuesta* cambio 1-cambio 2 (C1-C2). Los esquemas de los problemas 2 y 3 se presentan en la Figura 59.

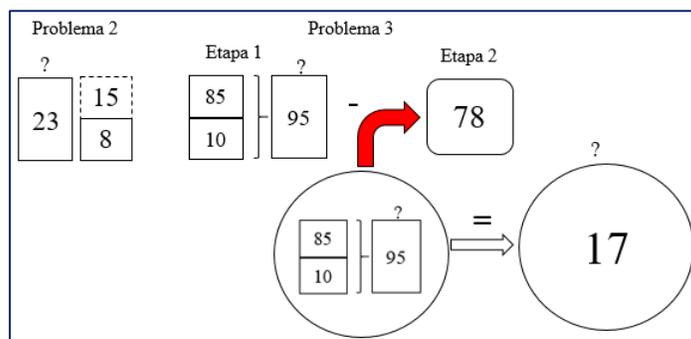


Figura 59. Esquemas de los problemas 2 y 3 del desafío 43

El cuarto problema es de dos etapas, en la primera etapa se presenta una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, y en la segunda etapa se identificó una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*. Este problema es de tipo consistente, que se ubica en un nivel 1 de conocimiento aritmético y tiene una *estructura semántica compuesta* de combinación 1- cambio 2 (CBI-C2). El esquema correspondiente al problema 4, se presenta en la Figura 60.

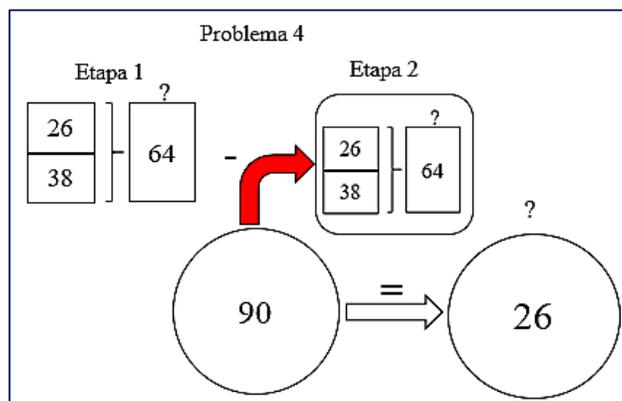


Figura 60. Esquemas del problema 4 del desafío 43

En relación con la consigna 3, se evidencia un problema de tres etapas. La primera se conforma de tres subetapas. La primera y segunda subetapa tienen una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, en la tercera subetapa se presenta una *estructura semántica* de cambio 2 con la *incógnita en la cantidad final*. En la segunda etapa se presenta una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*. En su conjunto estos problemas son de tipo inconsistentes y se ubican en el nivel 1 de conocimiento aritmético. En la tercera etapa se identificó una *estructura semántica* de combinación 2 con la *incógnita en una de las partes* que conforman el todo. Ver esquemas en la Figura 61.

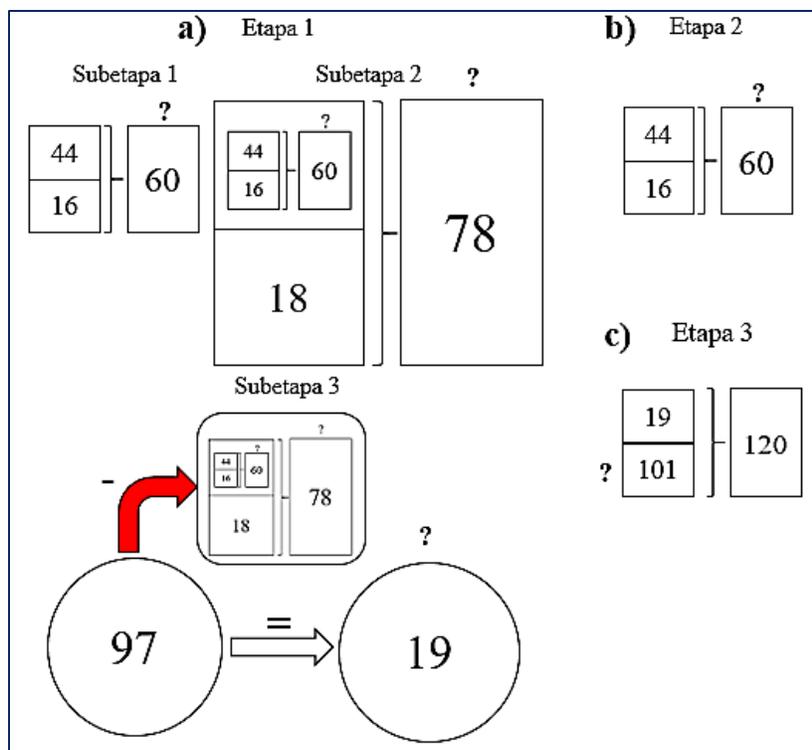


Figura 61. Esquemas del problema contenido en la consigna 3 del desafío 43

En la Tabla 29, se muestra la dependencia semántica correspondiente a los problemas del desafío 43, en los cuales están involucrados términos relacionales para problemas de comparación y palabras que permiten establecer relaciones e identificar problemas de cambio inconsistentes.

Tabla 29

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 43

Dependencia semántica	Consigna 1				Consigna 3
	P1	P2	P3	P4	P
Argumentos	Canicas.	Años.	Pesos y dinero.	Pesos y dinero.	Estampas.
Adjetivos	---	---	---	---	Diferentes.
Agentes	Enrique y Alberto.	Luisa y Antonio.	David, papá y mamá.	Sofía.	Bertha, hermano y amiga.
Localización	---	---	Alcancía y tienda.	Mercado.	Álbum.

Tiempo	Al inicio y al terminar	---	---	---	---
Verbos	Jugaron, tenía, ganó y perdió.	Tiene.	Tenía, dio guardarlos, acompañó, llevó, compró, costó y quedó.	Compró, llevaba y quedó.	Tiene, regaló, perdió y quedaron.
Términos relacionales	---	Mayor que.	---	---	---

En los problemas del desafío cuarenta y tres se evidencian en mayor cantidad los verbos que se pueden relacionar con otros elementos para responder a la exigencia del problema. Asimismo, algunos verbos se asocian a significados asociados a la adición y a la sustracción, permitiendo comprender el enunciado y encontrar un camino de resolución del problema.

4.4.4. PAEV aditivos del desafío 55

En el bloque 4 la resolución de un problema implica efectuar hasta tres operaciones de adición y sustracción (SEP, 2011a, p.76). En este desafío se presenta una consigna que se conforma por un PAEV aditivo con cuatro incisos, de los cuales se tendrá en cuenta el inciso a) donde se presenta un problema de tres etapas, ver Figura 62. Asimismo, este desafío corresponde al contenido: *resolución de problemas que impliquen efectuar hasta tres operaciones de adición y sustracción*. Cabe resaltar que, los otros incisos no se consideraron por depender de la información contenida en el cartel.

Consigna

En equipos, contesten las preguntas con base en la información del cartel.

Los grupos de tercero de la escuela Leona Vicario están organizando una fiesta de fin de curso. Han conseguido el Salón Municipal para fiestas bajo las siguientes condiciones:

Salón Municipal
Paquete para fiestas infantiles

Incluye:

- Servicio, alimentos y bebidas para 12 mesas con 10 personas en cada una.
- Música y juegos durante las 4 horas que dura la fiesta.

Costo \$9000

Servicios extras:

- Mesa adicional \$180
- Silla adicional \$20
- Menú adicional \$75
- Hora adicional \$650

1. En el grupo A hay 39 alumnos, en el B son 32 alumnos; con los del C y las 3 maestras, asistirán 119 personas a la fiesta.

a) ¿Cuántos alumnos hay en el grupo C?

Figura 62. Desafío 55, la fiesta (SEP, 2016c, p.179)

Del inciso a, se identifica que la primera y la segunda etapas están constituidas por *estructuras semánticas* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, mientras que en la tercera se identificó una *estructura semántica* de combinación 2 con la *incógnita en una de las partes*. En su conjunto, este problema es de tipo inconsistente y tiene una estructura semántica compuesta *CBI-CBI-CB2*. En la Figura 63 se presentan los esquemas del problema 1.

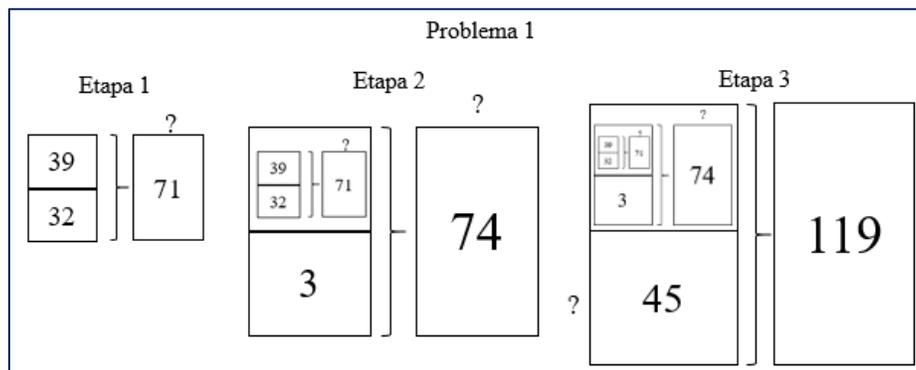


Figura 63. Esquemas del problema 1 del desafío 55

En la Tabla 30, se muestran los términos de dependencia semántica del PAEV aditivo 55. En este sentido, la identificación de los términos en el enunciado permitió organizar los

elementos del enunciado y encontrar el camino de resolución. Por ejemplo, este análisis detallado deja entrever que en los argumentos se ubican los alumnos, maestras y personas, ya que son los que se cuantifican numéricamente.

Tabla 30

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 55

Dependencia semántica	Única consigna P1
Argumentos	Alumnos, maestras y personas.
Adjetivos	---
Agentes	Escuela Leona Vicario, grupo A, grupo B y grupo C.
Localización	Salón municipal para fiestas.
Tiempo	---
Verbos	Están, organizando, conseguido y asistirán.
Términos relacionales	---

Se evidencia que en este problema de tres etapas no se presentan términos relacionales y palabras que indiquen tiempo. En este sentido, los verbos involucrados en este problema no indican una acción directa que ayude a resolver el problema, sino que son verbos que ayudan a contextualizar el problema aditivo verbal.

4.4.5. PAEV aditivos del desafío 56

En este desafío se presenta una consigna en la que se proponen cuatro PAEV aditivos. También, en la intención didáctica, se plantea que el libro de texto se pueda ver explícito la información presentada en un problema y se identifiquen cuáles son los caminos que llevan a la solución del problema. Sin embargo, se toma sólo el enunciado verbal para identificar las estructuras semánticas, ver Figura 64. Este problema pertenece al contenido: *resolución de problemas que impliquen efectuar hasta tres operaciones de adición y sustracción.*

En equipos, seleccionen las operaciones que requieren para resolver cada problema.

1. La escuela Quetzalcóatl organizó una campaña de recolección de latas de aluminio.

El grupo de tercero A recolectó 113 latas, y el B reunió 36 más que el A.

¿Cuántas latas recolectaron entre los dos grupos?

2. Juan y Cecilia reunieron \$280; compraron una licuadora que costó \$135 y un juego de sartenes de \$85. Ahora quieren adquirir una plancha con valor de \$149. ¿Cuánto dinero les falta?

3. En un estacionamiento hay lugar para 336 autos, distribuidos en dos secciones.

En este momento, en la sección A hay 84 autos estacionados y quedan 89 lugares desocupados; la sección B está totalmente ocupada. ¿Cuántos autos hay en esta sección?

4. En la escuela de Georgina se realizó un concurso para ver qué grupos llevaban la mayor cantidad de periódico para reciclar.

Los alumnos de primero y segundo se juntaron y llevaron 243 kg; los de tercero y cuarto reunieron 234 kg; y entre quinto y sexto juntaron 282 kg.

¿Con cuántos kilogramos habrían igualado los grupos que llevaron menos a los que juntaron más periódico?

Figura 64. Desafío 56, ¿Cuál de todas? (SEP, 2016c, p. 182 y 183)

El primer problema está conformado por dos etapas con *estructuras semánticas* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, desde un punto de vista sintáctico. Este problema es de tipo inconsistente que puede ubicarse en un nivel 1 de conocimiento aritmético y tiene una *estructura semántica compuesta* de combinación 1-combinación 1 (*CB1-CB1*). En esta misma línea, se identificaron en el segundo problema dos *estructuras semánticas* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total*, y otra de combinación 2 con la *incógnita en una de sus partes*, haciendo referencia a la componente sintáctica. Este problema es de tres etapas, de tipo consistente y se constituye de una estructura semántica compuesta combinación 1-combinación 1-combinación 2 (*CB1-CB1-CB2*). A continuación, en la Figura 65 se muestran los esquemas de los problemas 1 y 2.

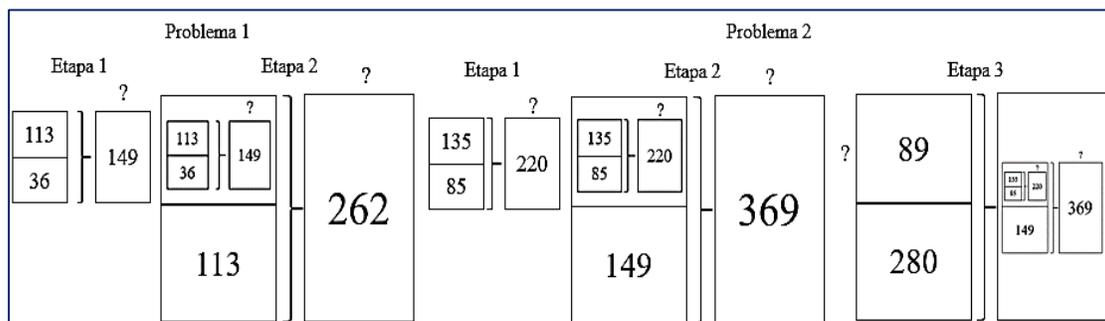


Figura 65. Esquemas de los problemas 1 y 2 del desafío 56

Cabe resaltar que, en este tipo de problemas es importante considerar la fase de interpretación, enfatizando en el papel de la componente sintáctica como el orden de los elementos que conforman el enunciado. En este caso, es conveniente saber utilizar las cantidades numéricas y darles sentido a las palabras, con el propósito de establecer relaciones apropiadas entre los elementos contenidos en el enunciado.

Para la resolución del tercer problema es importante enfatizar en la componente sintáctica, debido a que el orden de los términos no amerita un modo de un modo de resolución superficial. Este problema es de dos etapas, la primera contiene una *estructura semántica* de combinación 1 con la *incógnita en la cantidad total* y la otra es una *estructura semántica* de combinación 2 con la *cantidad desconocida en una de sus partes*, asimismo, en su conjunto se conforma una *estructura semántica compuesta* cambio 1-cambio1 (*CBI-CB2*).

Por último, el cuarto problema está constituido por tres etapas, en cada una se encuentra implícita una *estructura semántica* de igualdad 1 con la *incógnita en la igualdad* y se conforma una *estructura semántica compuesta* igualdad 1-igualdad 1-igualdad 1 (*IG1-IG1-IG1*). Este problema es de tipo inconsistente que puede ser ubicado en un nivel 4 de conocimiento aritmético. En la Figura 66 se muestran los esquemas correspondientes a los problemas 3 y 4.

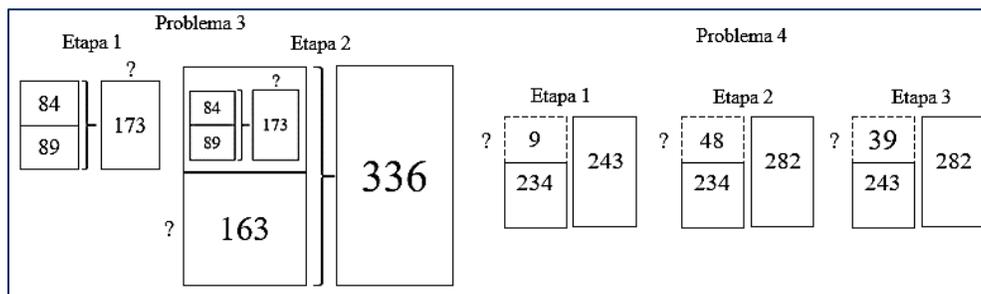


Figura 66. Esquemas de los problemas 3 y 4 del desafío 56

Respecto a la dependencia semántica de los problemas aditivos correspondientes al desafío 56, se evidencia que la extensión del enunciado y la forma como se presentan los datos numéricos, exige la utilidad de un conocimiento aritmético más avanzado, ya que involucran estructuras semánticas de igualdad, ver Tabla 31.

Tabla 31

Dependencia semántica de los PAEV aditivos propuestos en el desafío 58

Dependencia semántica	Desafío 58			
	P1	P2	P3	P4
Argumentos	Latas.	\$ (pesos) y dinero.	Autos y lugares.	kg (kilogramos).
Adjetivos	---	---	Desocupados.	---
Agentes	Escuela Quetzalcóatl, tercero A y tercero B.	Juan y Cecilia.	Sección A y sección B.	Alumnos (primero y segundo; tercero y cuarto; quinto y sexto).
Localización	---	---	Estacionamiento	Escuela de Georgina.
Tiempo	---	---	---	---
Verbos	Organizó, recolectó, reunió y recolectaron.	Reunieron, compraron, quieren y adquirir.	---	Ver, realizó, llevaban, reciclar, juntaron, llevaron y reunieron.
Términos relacionales	Más que.	---	---	Igualado.

Los términos contenidos en los problemas propuestos en el desafío 58, se concentran más en la dependencia semántica de adjetivos, verbos y argumentos. Cabe mencionar que algunos verbos identificados, se caracterizan por ser indicios verbales o palabras clave dentro de un problema aditivo o sustractivo, por ejemplo, juntaron, recolectaron, reunió, recolectó y compraron. Sin embargo, el propósito de la dependencia semántica es buscar la vía de solución relacionando los términos con otros elementos del enunciado. Asimismo, el estudio detallado de un problema permite identificar la estructura semántica implícita en el enunciado, diferenciando entre PAEV aditivos dinámicos y estáticos.

Por otro lado, se evidencia que aparecen pocas veces los términos relacionales, las palabras que indican localización y no se identificaron términos referidos al tiempo en que se está dando la situación problema. De manera general, en el libro de tercer grado se presenta una variedad de PAEV aditivos que contienen distintas estructuras semánticas (ver Tabla 32).

Tabla 32

Cantidad de estructuras semánticas propuestas en los PAEV aditivos del libro de texto de tercer grado

PAEV aditivos propuestos en el libro de texto de tercer grado			
Estructura semántica	Componente sintáctica	Cantidad de estructuras	Porcentaje %
Cambio	Cambio 1	4	11.4%
	Cambio 2	8	22.8%
	Cambio 3	1	2.9%
	Cambio 4	1	2.9%
	Cambio 5	3	8.6%
Combinación	Combinación 1	11	31.4%
	Combinación 2	3	8.6%
Comparación	Comparación 3	1	2.9%
Igualación	Igualación 1	3	8.6%
Total		35	100%

En la Tabla 32 se sintetizan las estructuras semánticas contenidas en los PAEV aditivos propuestos en el libro de tercer grado. Con base en esta información, se da a conocer que las estructuras semánticas más propuestas son las de combinación 1 con la incógnita en la cantidad total, un 31.4% de los problemas propuestos. Seguidos por las estructuras de cambio 2 propuestas un 22.8%. Asimismo, se presenta con un 11.4% las estructuras de cambio 1 y un 8.6% las estructuras de cambio 5, combinación 2 e igualación 1, evidenciándose para cada tipo de problema tres estructuras semánticas. En menor frecuencia se presentan las estructuras de cambio 3, cambio 4 y comparación 3, un 2.9%.

Cabe resaltar que, en su conjunto las estructuras semánticas de cambio son las que más se presentan en los problemas aditivos de enunciado verbal propuestos en el libro de texto, con un 48.6% correspondiente a diecisiete estructuras. Seguidos por las estructuras de combinación que en su conjunto suman catorce y corresponden a un 40%. Asimismo, se identificó que las estructuras de comparación e igualación son las más escasas en los tipos de problemas. Asimismo, se evidencian estructuras compuestas (ver Tabla 33) coincidiendo con

lo plasmado en el programa de estudios al mencionar que los problemas se resuelven problemas con más de tres operaciones, haciendo alusión a la cantidad de etapas, y se logró identificar situaciones problemas donde usen el reloj para trabajar la adición y la sustracción con algunos de sus significados.

Tabla 33

PAEV aditivos con estructuras compuestas propuestos en el libro de texto de tercer grado

Desafíos	PAEV aditivo	Etapas	Estructuras compuestas		
13	Problema 1	2	C1		C1
	Problema 2	3	C5	C5	C5
43	Problema 1 (Consigna 1)	2	C3		C4
	Problema 3 (Consigna 1)	2	C1		C2
	Problema 4 (Consigna 1)	2	CB1		C2
	Problema 1 (Consigna 3)	3	CB1 C2	CB1 CB1	CB1 CB2
	Problema 1	3	CB1	CB1	CB2
56	Problema 1	2	CB1		CB1
	Problema 2	2	CB1	CB1	CB2
	Problema 3	3	CB1		CB2
	Problema 4	3	IG1	IG1	IG1

Las estructuras semánticas compuestas identificadas en los PAEV aditivos del libro de tercer grado, se conforman más de estructuras simples de cambio y de combinación, particularmente las estructuras de cambio 1, cambio 2 y combinación 1. Sin embargo, en los problemas analizados se evidencian estructuras compuestas puramente de cambio 5 y otra de igualación 1, exigiendo una mayor demanda cognitiva para su resolución situándose en un nivel 4 de conocimiento aritmético en el que se debe considerar un proceso de reversibilidad.

4.5. Descripción general del análisis de los resultados

En conclusión, en los libros de texto se proponen problemas desafiantes que contienen implícitamente diversas estructuras semánticas, ubicándose algunos en la categorización de problemas superficiales o genuinos (Verschaffel *et al.*, 2000) y otros como, problemas consistentes e inconsistentes (Orrantia *et al.*, 2005; Orrantia, 2006). En este sentido,

dependiendo de las características de cada problema, se sabe si son sencillos de resolver que ameritan la utilidad de un modo de resolución directo, algorítmico y que impulsan un proceso de mecanización por parte de resolutor.

Para lograr la caracterización de los problemas aditivos, se utilizaron elementos teóricos de la literatura especializada, y se tuvo en cuenta el plan de estudios de educación básica, los programas de estudios correspondientes al segundo periodo escolar. A continuación, de forma detallada se muestran las contribuciones del estudio a partir del análisis de los problemas de cada libro de texto.

En relación con el *libro de primer grado*, se notó que los problemas que más se proponen son los que contienen estructuras semánticas de cambio 1 un 40.5 %, seguido por los problemas de cambio 2 y combinación 1. En este libro de texto, en el desafío 13 se propone un problema con estructura de *cambio 4*, identificado como un problema atípico en los libros de texto analizados en otras investigaciones como la de Orrantia *et al.* (2005). Del mismo modo ocurre con el problema de tres etapas con estructuras semánticas de comparación, los cuales poco se proponen en libros de primer grado de primaria. También, los problemas que contienen estructuras semánticas compuestas, puesto que, las estructuras simples de cambio son las más propuestas. Sin embargo, no se evidencian estructuras semánticas de cambio 2, cambio 3, cambio 5, cambio 6 y combinación 2.

A partir del análisis de los problemas aditivos, se logró establecer relaciones con los niveles de conocimiento aritmético (Nesher, 1999), encontrándose que los PAEV aditivos propuestos en el libro de primer grado están en su mayoría en un nivel 1, exceptuando el problema con estructura de cambio 4 que se encuentra en un nivel 2 y el problema de comparación en un nivel 3.

Por otra parte, en el *libro de segundo grado* la estructura semántica más propuesta es la de combinación 1 con un 42.5 % del total de las estructuras identificadas. Asimismo, en este libro de texto se encontraron más tipologías de estructuras, por ejemplo, de combinación cambio 2, cambio 3, cambio 5, cambio 6, comparación 1, 3, 4 e igualdad 1. Esto significa que, en este libro de texto la clasificación de los problemas es más amplia y requieren de un conocimiento aritmético más avanzado para su resolución.

Con respecto a las estructuras compuestas, se identificó que la mayoría de los PAEV aditivos de más de una etapa, tienen implícitamente estructuras semánticas de combinación 1. Además, de los problemas aditivos analizados se pudo relacionar al menos un problema con un nivel de conocimiento aritmético, aunque se siga enfatizando más en el nivel inicial.

Por su parte en el *libro de tercer grado* se proponen más problemas que contienen estructuras semánticas de combinación 1 un 29%. Asimismo, se proponen problemas de cambio 1, cambio 2, cambio 3, cambio 4, cambio 5, combinación 2 y de los más dificultosos, se proponen problemas de comparación 1 e igualdad 1. De lo anterior, se reflexiona acerca de la cantidad de estructuras semánticas propuestas en el libro de texto, de tal forma que, se esperaba que en este libro se propusieran problemas con estructuras semánticas con mayor grado de dificultad, que requieran de más conocimiento aritmético.

En este libro de texto se identificaron problemas conformados por estructuras semánticas compuestas, considerando la de combinación 1 la más abundante en cada composición. También, se resalta un factor importante como las tres estructuras compuestas complejas identificadas, ya que están conformadas de la siguiente manera: cambio 5-cambio 5- cambio 5, cambio 3-cambio 4, igualdad 1- igualdad 1-igualación 1. Esto a su vez, permitió ubicar a los problemas en todos los niveles de conocimiento aritmético.

Capítulo 5

Discusión y conclusiones

La investigación realizada, tuvo como propósito caracterizar las estructuras semánticas y la componente sintáctica de los problemas aditivos de enunciado verbal propuestos en los libros de texto del segundo periodo escolar de la Educación primaria en México.

5.1. Discusión de los resultados y conclusiones

Con base en la propuesta de Bonilla *et al.* (1999), se logró identificar que en los libros de texto analizados se proponen problemas aditivos en diferentes tipos de presentación, tales como verbales, numéricos y gráficos, así como las combinaciones (verbal-numérico, verbal-gráfico, gráfico-numérico), las cuales emergieron de los tres primeros tipos de presentación de problemas considerados de los elementos teóricos.

Los resultados de esta investigación coinciden con los hallazgos de investigaciones previas centradas en el análisis de libros de texto. En concreto, algunos resultados obtenidos a nivel internacional por Orrantia *et al.* (2005), Chamoso *et al.* (2014), muestran que los PAEV aditivos propuestos en los libros de texto, están constituidos por estructuras semánticas sencillas, es decir, se evidencian más estructuras de cambio 1, cambio 2 y combinación 1. Cabe resaltar que se dejan de lado problemas desafiantes que podrían dar la oportunidad de desarrollar la competencia de la resolución de problemas, aspecto que se presenta escasamente.

A nivel nacional Aguillón y Resendiz (2012) reportaron la tipología de problema aditivos propuestos en los libros de texto de 1960, 1972 y 1993 en los que se proponían problemas sencillos de resolver que carecían de variedad de estructuras. Por su parte Ortíz (2014) encontró que en el libro de texto gratuito propone más problemas con la incógnita en la cantidad final.

Respecto a los resultados de esta investigación, con base en el plan de estudios para el segundo periodo escolar y de acuerdo con lo presentado en los libros de texto, se pretende abarcar diferentes estructuras aditivas, las cuales, en su mayoría están presentes desde la

perspectiva semántica y sintáctica. Se ha encontrado que en los PAEV aditivos de los libros de texto del segundo periodo involucran una variedad de problemas que en ediciones anteriores poco se presentaban, es decir, se identificaron al menos dos tipologías de problemas con estructuras semánticas de cambio 4 y comparación 1, que requieren de un nivel 2 y 3 de conocimiento aritmético para su resolución, en el libro de primer grado.

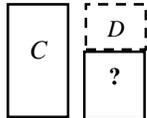
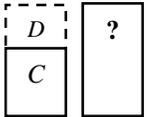
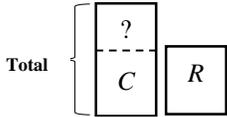
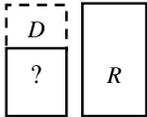
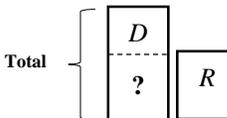
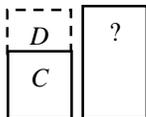
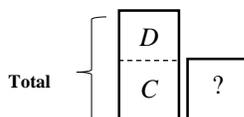
Por su parte en el libro de segundo grado, se identificaron otras estructuras semánticas diferentes a las aparecieron en el libro de primer grado. Por ejemplo, las estructuras semánticas que aparecen en este libro de texto son las de cambio 3, cambio 5, cambio 6, combinación 2, comparación 3 e igualación 1. Asimismo, en el libro de tercer grado, se presentaron estructuras de cambio 1, cambio 2, cambio 3, vuelve a aparecer la estructura semántica de cambio 4, que se había evidenciado en el libro de primer grado, cambio 5, combinación 1, combinación 2, comparación 1 e igualación 1. Cabe resaltar que, las estructuras semánticas contenidas en los PAEV aditivos se presentaron en mayor cantidad en el libro de primer grado con cuarenta y dos estructuras, las cuales se concentraron en las estructuras más sencillas. Seguidamente, en el libro segundo grado se presentaron cuarenta estructuras semánticas y en el libro de tercer grado sólo se presentaron treinta y cinco, debido a que se empiezan a promover problemas de estructuras multiplicativas.

Cabe señalar que, aunque el número de problemas presentados ya atienden algunas de las diferentes tipologías, estas resultan ser pocas respecto del total de estructuras semánticas reportadas. A continuación, en la Tabla 34 se presentan las que están ausentes en los libros de texto mencionados.

Tabla 34

Estructuras semánticas ausentes en los PAEV aditivos de los libros de texto

Estructuras semánticas y componente sintáctica	Esquema
Comparación 2 (Incógnita en la diferencia)	
Comparación 4 (Incógnita en el comparado)	

<p>Comparación 5 (Incógnita en el referente)</p>	
<p>Comparación 6 (Incógnita en el referente)</p>	
<p>Igualación 2 (Incógnita en la igualación)</p>	
<p>Igualación 3 (Incógnita en el comparado)</p>	
<p>Igualación 4 (Incógnita en el comparado)</p>	
<p>Igualación 5 (Incógnita en el referente)</p>	
<p>Igualación 6 (Incógnita en el referente)</p>	

Nota. En la Tabla 34, *D* (diferencia), *C* (comparado) y *R* (referente).

En la Tabla 34, se evidencia que las estructuras que no aparecen en los PAEV aditivos correspondientes a los problemas más difíciles de resolver.

Por otra parte, se identificaron problemas de más de una etapa que involucran más de una estructura semántica. A pesar de que este tipo de problemas son importantes por exigir más en el proceso de resolución, vemos que en los tres libros de texto los problemas con estructuras compuestas, se constituyen en su mayoría de estructuras simples, correspondientes a las estructuras de cambio 1, 2 y combinación 1. Esto sugiere la necesidad de reflexionar si los problemas de varias etapas que sólo contienen este tipo de estructuras resultan verdaderamente desafiantes, es decir, si al involucrar mayor cantidad de estructuras en el problema se logra asegurar un alto grado de dificultad. En este sentido, vemos que, a pesar de que los problemas que se proponen en los libros de texto analizados tienen variedad de estructuras, su grado de dificultad no incrementa, por ser estructuras repetidas e

identificadas en problemas sencillos de resolver. De esta manera, proponer estos problemas incentiva a una resolución por medio de una palabra clave, de forma mecánica, y a través de procedimientos más extensos.

Se resalta que, en el libro de primer grado, sólo se evidencia un problema que mantiene implícitamente tres estructuras de comparación 1, considerado un problema desafiante, situación que se repite en el libro de tercer grado, en donde se identificó un problema con tres estructuras de igualdad 1, que exige para su resolución procesos de reversibilidad y que poco se proponen en los libros de texto.

Ahora bien, en este estudio se destaca la importancia de utilizar los esquemas, para una mejor lectura y comprensión del enunciado del problema. Los esquemas elaborados para el análisis de los problemas aditivos propuestos en los libros analizados, sirven para evidenciar la acción entorno a la resolución de problemas a través de colores y signos asociados a la operación empleada, ver Figura 67.

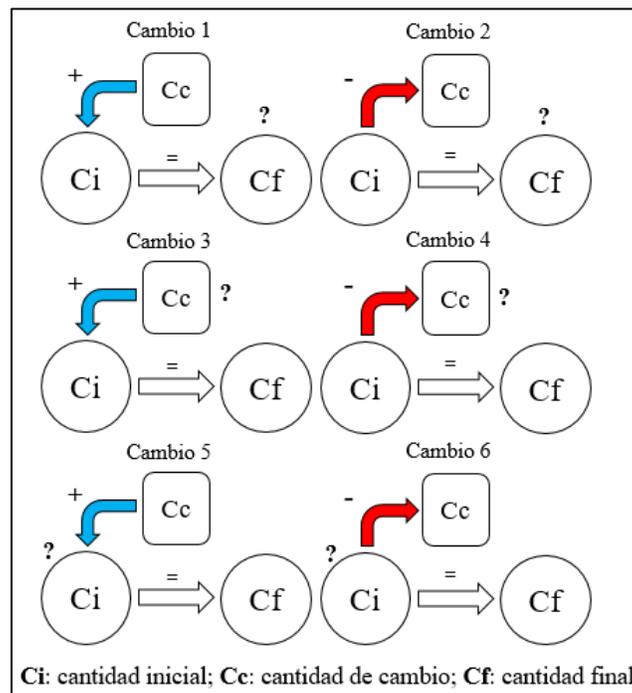


Figura 67. Esquemas asociados a los problemas con estructura semántica de cambio

Los esquemas presentados son considerados una herramienta que contribuye a la comprensión del problema y por lo tanto se debería evitar el uso de la palabra clave o indicios verbales como el propósito de identificar una operación que solucione el problema, se

recomienda considerar los esquemas para tener en cuenta la acción que ejerce una cantidad sobre otra en el caso de los problemas de cambio e igualación, y para los problemas de combinación y comparación reconocer la relación estática entre conjuntos.

El análisis según la dependencia semántica mostró que el estudio semántico detallado es un aspecto importante que se debe trabajar, ya que según lo plasmado en el plan de estudios es recomendable que los estudiantes planteen estrategias donde se involucren procesos de agregar, reunir, quitar, igualar y comparar colecciones (SEP, 2011b). Así, cuando se identifica cada uno de los términos de dependencia semántica en un enunciado, en particular los verbos, se nota la diferencia entre palabras que representan una acción, pero son diferentes a partir del significado que se le atribuye para solucionar el problema y la respectiva operación. Por ejemplo, el problema b) de la consigna 2, propuesta en el desafío 31, presenta la siguiente dependencia semántica (ver Tabla 35).

Tabla 35

Diferencia entre los verbos contenidos en un PAEV aditivo

Cuando Roberto terminó de jugar canicas, había ganado 12 canicas, con lo que completó un total de 19. ¿Cuántas canicas tenía antes de jugar?						
Argumentos	Adjetivos	Agentes	Localización	Tiempo	Verbos	Términos relacionales
Canicas	---	Roberto	---	Terminó de jugar y antes de jugar.	Terminó, jugar, había, ganado, completó y tenía.	---

En la Tabla 35 se muestra que los verbos jugar y ganar (ganado) cumplen funciones diferentes, ya que al hacer referencia a jugar se puede considerar como una acción que no se puede considerar al menos como una palabra clave. Pero el verbo ganado permite establecer relaciones con otros elementos del enunciado, identificando que existe una cantidad que modifica a otra en aumento y ésta se desconoce, y da la opción de elegir una operación de manera adecuada para resolver el problema.

En el siguiente problema (Alma tenía 11 algunos crayones. Enriqueta le dio 11 más. Ahora Alma tiene 57. ¿Cuántos crayones tenía Alma al principio?) La dependencia semántica del

verbo dio se puede interpretar de dos formas. La primera relacionada con la adición cuando Alma recibe los crayones, y la segunda se refiere a la sustracción cuando Enriqueta le da crayones a Alma, es decir queda con menos crayones. En este sentido la dependencia semántica no se preocupa por la elección de la operación a partir de verbos o palabras clave, sino que permite encontrar las relaciones entre los elementos del problema a partir de un significado apropiado. Cabe destacar, que el término “al principio” podría generar confusiones si le lee sin tener en cuenta el contexto del problema, pero si se relaciona con los otros términos desde la estructura semántica se alude a un PAEV aditivo de cambio aumento con la incógnita en la cantidad inicial.

La metodología propuesta en este estudio ofrece una forma de caracterizar los PAEV aditivos simples, compuestos y puede servir como guía para otros estudios similares. También, se puede analizar la complejidad de los problemas aditivos y a qué niveles de conocimiento aritmético se pueden asociar con base en su estructura semántica. En específico, un aspecto importante del análisis de contenido realizado, fue la utilidad del fundamento teórico la estructura semántica y la componente sintáctica (Cañadas y Castro, 2011; Orrantia *et al.*, 2005; Riley *et al.*, 1983), ya que permitieron observar cómo varía la tipología de estructuras semánticas respecto del lugar de la cantidad desconocida de los PAEV aditivos.

5.2. Limitaciones del estudio

Las limitaciones de esta investigación giran en torno al análisis de los problemas aditivos, ya que sólo se tuvo en cuenta los problemas de enunciado verbal y faltaría estudiar si en los problemas numéricos, gráficos y compuestos, podrían identificarse otro tipo de estructuras. Es importante resaltar que, para los problemas con estructura semántica de igualación no se consideró la clasificación de los problemas atendiendo a la componente sintáctica y asociarlos con los niveles de conocimiento aritmético.

Por otra parte, se limita a dar resultados de sólo los PAEV aditivos propuestos en los libros del segundo periodo escolar, lo que evidencia una variedad de estructuras semánticas, pero faltan algunas que podrían encontrarse en los libros de textos gratuitos de cuarto, quinto y sexto grados de educación primaria, y en los problemas multiplicativos. También, presenta de manera superficial la parte matemática implícita en cada una de las estructuras y las formas

de resolución de los problemas, por ejemplo, las propiedades de los números que se ponen de manifiesto al relacionar los elementos presentes en el enunciado.

5.3. Investigaciones futuras

Con base en la dependencia semántica y el análisis detallado de los PAEV aditivos, se podría investigar acerca de los significados asociados a la adición (e.g., agregar) y a la sustracción (e.g., quitar) que se promueven en los problemas de los libros de texto de educación primaria, estableciendo diferencias en la relación que tiene cada término en el enunciado del problema. En esta misma línea, partiendo de la revisión de la literatura especializada se podría investigar sobre las dificultades presentadas por los estudiantes y profesores cuando resuelven problemas de comparación e igualación y desde el punto de vista del conocimiento aritmético, sería interesante clasificar cada uno de los problemas de igualación respecto a su componente sintáctica.

Se podrían diseñar tareas basadas en los PAEV aditivos para dar a conocer a los profesores de educación primaria la importancia de proponer a los estudiantes la diversidad de problemas de enunciado verbal, y con esto contribuir al desarrollo de la competencia de resolver problemas de manera autónoma. También, con base en este trabajo se podría estudiar cómo contribuyen las estructuras semánticas y la componente sintáctica en la resolución de problemas de ecuaciones lineales, resaltando que, cuando se hace referencia a la componente sintáctica se alude a un lugar desconocido que varía y caracteriza a las estructuras semánticas.

Para otro estudio, se podría investigar acerca del uso que le da el profesor a los PAEV aditivos en sus planificaciones de clases. Se deja línea abierta en la cual se podría estudiar la comprensión y estrategias de resolución por parte de los profesores y estudiantes de primaria sobre los PAEV aditivos, teniendo en cuenta que cada tipo de problema presenta un cierto grado de dificultad en su enunciado desde una perspectiva semántica y sintáctica, donde se podría tomar como base la caracterización presentada en este trabajo. Por último, es posible explorar las creencias de los profesores asociadas a los tipos de estructuras semánticas y los respectivos problemas aditivos.

A modo de reflexión, se cree que es importante que desde el nivel básico se implemente la resolución de PAEV aditivos en sus distintas estructuras semánticas, pues esto daría oportunidad de enfrentar las pruebas PLANEA y PISA de manera positiva, pues en dichas

pruebas se involucran las diferentes estructuras semánticas con variedad en el lugar de la incógnita y problemas desafiantes que se resuelven de manera genuina.

Referencias bibliográficas

- Aguillón, M. y Resendiz, A. (2012). *Identificación y clasificación de problemas aditivos en los libros de texto del segundo ciclo de Educación primaria* (Tesis de licenciatura). Universidad pedagógica nacional, México, D.F.
- Area, M. (1991). *Los medios, los profesores y el currículo*. Barcelona: Sendai.
- Azcárate, P. y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341- 378.
- Baroody, A. J., Lai, M. L., Li, X. y Baroody, A. E. (2009). Preschoolers' understanding of subtraction-related principles. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(1-2), 41-60. doi: 10.1080/10986060802583956
- Barrantes, M., López, M. y Fernández, M. A. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA*, 9(2), 107-127.
- Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y aprendizaje*, 39(40), 71-81.
- Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1991). La operación de sumar: el caso de los problemas verbales. *SUMA*, 8, 35-39.
- Bermejo, V., Lago, M. O. y Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 51, 533-552.
- Braga, G. y Belver, J. L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199-218.
- Blanco, L. J. y Calderón, M. (1994). *Los problemas de sumar y restar*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura. Cáceres
- Blanco, L., Caballero, A. y Cárdenas, J. (2015). Los problemas aritméticos escolares. En L. J. Blanco, J. A. Cárdenas. (Ed.), *La resolución de problemas de Matemáticas en la*

- formación inicial de profesores de primaria* (pp. 123-138). España: Universidad de Extremadura.
- Bonilla, M., Sánchez, N., y Guerrero, F. (1999). Estructura aditiva y formación de profesores para la educación básica. En Bonilla, M., Sánchez, N., Vidal, M., Guerrero, F., Lurduy, J., Romero, J., Rojas, P., Mora, L. y Barón, C. (Ed.), *La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor*. (pp.1-150). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Gaia.
- Butto, C. y Martínez, C. (2012). Abordaje basado en competencias: la resolución de problemas aditivos en el nivel básico. *Revista horizontes pedagógicos*, 14(1), 30-42.
- Cabañas-Sánchez, M. G. (2000). *Los problemas... ¿cómo enseño a resolverlos?* México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Cañadas, M. C., y Castro, E. (2011). Aritmética de los números naturales. Estructura aditiva. En Segovia y Rico (Coord.). *Matemáticas para maestros en Educación Primaria* (pp. 75-98). Madrid: Pirámide.
- Cañadas, M. C., Gómez, P. y Pinzón, A. (2016). *Apuntes sobre análisis de contenido. Módulo 2 de MAD 5*. Documento no publicado (Documentación). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Cárcamo, D. (2012). *Uso de los libros de texto de matemática en el proceso de enseñanza*. (Tesis de maestría). Universidad pedagógica nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa M. D. C.
- Carpenter, T., Hiebert, J. y Moser, J. (1981). Problem structure and first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems. *Journal for research in mathematics education*, 2(1), 27-39.
- Castro, A. (2013). *Contribución al análisis de la estructura semántica de los problemas aritméticos elementales*. (Tesis de maestría). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona.

- Castro, A., Gorgorió, N., y Prat, M. (2014a). Indicios verbales en los PAEV aditivos planteados por estudiantes para maestro. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 217-226). Salamanca: SEIEM.
- Castro, A., Gorgorió, N., y Prat, M. (2014b). Una secuencia de formación para maestros: reflexionando acerca de los PAEV aditivos de una etapa. En R. Flores (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 28, 1475-1482. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Castro, E. y Molina, M. (2007). Desarrollo de pensamiento relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. *Educación Matemática*, 19 (2), 67-94.
- Castro, E., Rico, L., y Castro, L. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Chamorro, M., y Vecino, F. (2003). El tratamiento y la resolución de problemas. En: Chamorro, M. (Coord.). *Didáctica de las Matemáticas para primaria* (pp. 273-299). Madrid: Pearson.
- Chamoso, J. M., Vicente, S., Manchado, E. y Muñoz, D. (2014). Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿Son solo Problemas para el aula?. *Cuadernos de investigación y formación en matemática*, 9, 261–279.
- Common Core State Standars Initiative. (2018). *Common core state standars for mathematics*. Washington, D.C: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers.
- De Corte, E. y Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first grader's strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for research in Mathematics Education*, 18(5), 363-381.
- Deslauriers, J. (2004). *Investigación cualitativa: guía práctica*. Pereira: Papiro.
- Denzin, N. K. y Lincoln, Y. S. (2005). *The Sage Handbook of Qualitative Research*. London: Sage.

- Díaz, J. (2004). *El grado de abstracción en la resolución de problemas de cambio de suma y resta en los contextos rural y urbano*. (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid, Madrid.
- Díaz, J. J. y Bermejo, V. (2007). Nivel de abstracción de los problemas aritméticos en alumnos urbanos y rurales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(3), 335-364.
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B. y Arteaga, P. (2017). Caracterización de los gráficos estadísticos en libros de texto argentinos del segundo ciclo de educación primaria. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 21 (3), 299-326.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Navarra: Fondo de publicaciones del gobierno de Navarra.
- Espinoza, J., y Roa, R. (2014). La combinatoria en libros de texto de matemática de educación secundaria en España. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 277-286). Salamanca: SEIEM.
- Fischbein, E. (1997). The Concept of Schema and its Relevance for the Education of Mathematics Teachers. (*draft*).
- García, S.R. (2011). *Resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria: Proceso representacional, didáctico y evaluativo*. México, D.F.: Trillas.
- García-García, J. (2014). Los problemas aritméticos en primaria: un estudio sobre las concepciones de profesores bilingües. *NÚMEROS*, 87, 37-58.
- García-García, J., Navarro, C. y Rodríguez-Vásquez, F. (2014). La resolución de problemas en un contexto Ñuu Savi: un estudio de casos con niños de sexto grado de primaria. *Educación matemática*, 26(1), 127-152.
- Güemes, R. (1994). *Libros de texto y desarrollo del currículo en el aula. Un estudio de casos* (Tesis Doctoral). Universidad de La Laguna, España.

- Jaime, A., Chapa, F. y Gutiérrez, A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. *Epsilon*, 23, 49-62.
- López-Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *Revista de Educación*, 4, 167-179.
- López, E. M., Contreras, L. C. (2014). Análisis de los problemas matemáticos de un libro de texto de 3º ESO en relación con los contenidos de geometría plana. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 425-434). Salamanca: SEIEM.
- Heller, J. I. y Greeno, J. G. (1978) Semantic processing in arithmetic word problem solving. *Paper presented at the Midwestern Psychological Association Convention*, Chicago.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2016). *Manual para la aplicación, clasificación, análisis y uso de los resultados de la prueba Planea diagnóstica 2016-2017*. Recuperado de http://planea.sep.gob.mx/content/ba_d/docs/2017/MANUAL_PLANEA_DIAGNOSTICA_2017.pdf
- Mengual, E., Gorgorió, N. y Albarracín, Ll. (2017) Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: El caso de la medida. *REDIMAT*, 6(2), 136-163. doi: 10.17583/redimat.2017.2415
- Merriam, S. B. (1990). *Case study research in education*. Oxford: University Press.
- Martínez, M. y Gorgorió, N. (2004). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. *Revista electrónica de investigación educativa*, 6(1), 1-19.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Navarro, C. (2015). *Libros de texto gratuito de matemáticas, reforma 2011: el caso de los números naturales y números fraccionarios* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, Gro.
- Neiman, G., y Quaranta, G. (2006). Los estudios de caso en la investigación sociológica. En Vasilachis, I. (coord.), *Estrategias de investigación cualitativa*. (pp. 213-237). España: Editorial Gedisa, S.A.
- Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 25-38). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Nesher, P. (1999). El papel de los esquemas en la resolución de problemas de enunciado verbal. *SUMA*, 31, 19-26.
- Nesher, P. (2000). Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. En N. Gorgorió, J. Deulofeu y A. Bishop (comp.), *Matemáticas y educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 109-121). Barcelona: Graó.
- Nesher, P., Greeno, J. y Riley, M. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational studies in mathematics*, 13, 373-394.
- OCDE. (2016). *Nota país. Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA)*. PISA 2015-resultdos. México.
- Orrantia, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y aprendizaje*, 26(4), 451-468.
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista psicopedagogía*, 23(71), 158-180.
- Orrantia, J., González, L. y Vicente, S. (2005). Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto en educación primaria. *Infancia y aprendizaje*, 28(4), 429-451.
- Ortíz, C. (2014). *Procedimiento de Resolución de Problemas Aditivos Escolares en el contexto de Compra-Venta en niños de segundo grado* (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Querétaro, Querétaro.

- Pepin, B., Gueudet, G. y Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice. Two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM Mathematics Education*, 45, 685-698.
- Pino, J. y Blanco, L. J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88.
- Polotskaia, E., Savard, A. y Freiman, V. (2016). Investigating a case of hidden misinterpretations of an additive word problem: structural substitution. *European journal of psychology of education*, 31(2), 135-153.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, USA: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- Ramos, L., Castro, E. y Castro-Rodríguez, E. (2016). Instrucción en el uso de esquemas para la resolución de problemas aditivos a estudiantes con necesidades educativas especiales. *Enseñanza de las Ciencias*, 34(1), 173-192.
- Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española* (23. Ed.). Madrid, España: Autor.
- Resnick, L. y Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona, España: Paidós.
- Reuwsaat, J., Da Silva, K., y Soares, S. (2013). Resolução de problemas matemáticos no ensino Fundamental. En R. Flores (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 26, 805-813. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En Flores, P., y Rico, L. (Coords.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria* (21-40). Madrid: Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S. A.).

- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L. y Gómez, P. (2008). Planificación de las Matemáticas Escolares en Secundaria. El caso de los números naturales. *Revista SUMA*, 58, 7-23.
- Riley, M., Greeno, J., y Heller, J. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. En H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Nueva York: Academic Press.
- Rizo, C. y Campistrous, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 2(3), 31-45.
- Sánchez, M. y Vicente, S. (2015). Models and processes for solving arithmetic word problems proposed by Spanish mathematics textbooks. *Culture and education*, 27(4), 695-725.
- Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación. Fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Secretaría de Educación Pública (2011a). *Programas de estudios 2011 Guía para el maestro. Educación Básica*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2011b). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. México: SEP. Disponible en: <http://issuu.com/dgeb/docs/planedu2011?e=3503076/2622744>
- Secretaría de Educación Pública (2016a). *Desafíos matemáticos. Libro para el maestro, Primer grado*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2016b). *Desafíos matemáticos. Libro para el maestro, Segundo grado*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (2016c). *Desafíos matemáticos. Libro para el maestro, Tercer grado*. México: SEP.
- Strauss, A., y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Colombia: Editorial Universidad de Antioquia.

- Van Dijk, T. y Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.
- Vergnaud, G. (1982). Cognitive and developmental psychology and Research in Mathematics education: some theoretical and methodological issues. *For the learning of Mathematics*, 3(2), 31-41.
- Vergnaud, G. y Durand, C. (1976). Structures Addictives et complexité psychogénétique. *Revue française de pédagogie*, 36, 28-43.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las Matemáticas y la realidad*. México: Trillas.
- Verschaffel, L. y De Corte, E. (1993). A decade of Research on world problem solving in leuven: theoretical, methodological, and practical outcomes. *Educational psychology review*, 5(3), 239-256.
- Verschaffel, L., Greer, B. y De Corte, E. (2000). *Making sense of Word problems*. Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger Publishers.
- Verzosa, D. y Mulligan, J. (2013). Learning to solve addition and subtraction word problems in English as an imported language. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 223-244.
- Vicente, S., Orrantia, J. y Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31 (4), 387-402
- Zhu, Y. y Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 609-626.