



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO**

**Unidad Académica de Matemáticas**

**Centro de Investigación en Matemática Educativa**

**Comprensión de la ecuación lineal de estudiantes  
con discapacidad intelectual del segundo grado  
de secundaria**

Tesis que presenta:

**Arq. Irak Miranda Tapia**

Para obtener el grado de:

**Maestro en Docencia de la Matemática**

Directores de la tesis:

**Dra. Flor Monserrat Rodríguez Vásquez**

**Dr. José Marcos López Mojica**

Chilpancingo, Guerrero, Enero de 2019



## Resumen

La investigación cualitativa, tuvo como interés establecer niveles de comprensión para la ecuación lineal por parte de estudiantes con discapacidad intelectual, incorporados a una escuela secundaria regular pública. Particularmente se preguntó ¿cuáles son las estrategias de enseñanza y de aprendizaje que promueven la comprensión de la ecuación lineal en estudiantes con discapacidad intelectual?

Para responder a la pregunta de investigación, se estableció un aparato conceptual el cual consistió de tres elementos teóricos. Los elementos matemáticos consideraron la ecuación lineal (Dugopolski, 2002) y las nociones matemáticas de equivalencia (Chalé-Can, Font y Acuña, 2017) e igualdad (Castro y Molina, 2007; Molina, Castro y Castro, 2009). Los elementos cognitivos tomaron las características de la discapacidad intelectual (Schalock, 2017; Verdugo, 2003; Arias y Prieto, 2015; Marchesi, Coll y Palacios, 2007), los esquemas compensatorios (Vygotski, 1997; López-Mojica, 2013) y procesos cognitivos (Álvarez y Trápaga, 2008) relativos a ésta y una acepción de comprensión en matemáticas (Kastberg, 2002). En los elementos didácticos, interesó lo concerniente al enfoque de la pedagogía inclusiva (Florian, 2010), las estrategias diferenciadas (Díaz, 2002) y las técnicas de enseñanza de la ecuación lineal (Andonegui, 2007).

La investigación se desarrolló en tres fases: *documental*, *indagación* y *comprensión*. Se establecieron criterios de análisis (nociones matemáticas, esquemas compensatorios y producción de respuestas) para poder categorizar el desempeño de los estudiantes y así establecer niveles de comprensión. Se constituyó una propuesta Estrategia de Enseñanza Diferenciada, con el fin de identificar niveles de comprensión para la ecuación lineal. Aquélla consiste en una serie de tareas que fomentan nociones matemáticas de equivalencia, igualdad y la estructura de la ecuación.

Los resultados señalan una estrategia de enseñanza de la ecuación lineal que permitió la evolución, de manera gradual, de las nociones de equivalencia e igualdad a la estructura de la ecuación por parte de los estudiantes con discapacidad. Se identificaron el uso de esquemas compensatorios primarios y secundarios, además del tipo de repuestas que fueron de expresiones manipulativas, gestuales, matemáticas, hasta el uso de signos. Se generaron cuatro niveles de comprensión (*de exploración*, *operatorio*, *transitivo* y *de abstracción*) que recupera las particularidades de la discapacidad intelectual y las estrategias de aprendizaje empleadas por los estudiantes.



# Abstract

The qualitative research was aimed at establishing levels of understanding for the linear equation by students with intellectual disabilities, incorporated into a public regular high school. In particular, what are the teaching and learning strategies that promote the understanding of the linear equation in students with intellectual disabilities?

To answer the research question, a conceptual apparatus was established which consisted of three theoretical elements. The mathematical elements considered the linear equation (Dugopolski, 2002) and the mathematical notions of equivalence (Chalé-Can, Font and Acuña, 2017) and equality (Castro and Molina, 2007, Molina, Castro and Castro, 2009). The cognitive elements took the characteristics of intellectual disability (Schalock, 2017; Verdugo, 2003; Arias and Prieto, 2015; Marchesi, Coll and Palacios, 2007), the compensatory schemes (Vygotski, 1997, López-Mojica, 2013) and processes cognitive (Álvarez and Trápaga, 2008) relative to this and a sense of understanding in mathematics (Kastberg, 2002). In the didactic elements, interested in the approach to inclusive pedagogy (Florian, 2010), differentiated strategies (Díaz, 2002) and teaching techniques of the linear equation (Andonegui, 2007).

The research was developed in three phases: documentary, inquiry and understanding. Criteria of analysis (mathematical notions, compensatory schemes and production of answers) were established in order to categorize the performance of the students and thus establish levels of comprehension. A proposed Differentiated Teaching Strategy was created, in order to identify levels of understanding for the linear equation. It consists of a series of tasks that foster mathematical notions of equivalence, equality and the structure of the equation.

The results indicate a teaching strategy of the linear equation that allowed the evolution, gradually, of the notions of equivalence and equality to the structure of the equation by students with disabilities. The use of primary and secondary compensatory schemes was identified, as well as the type of responses that were from manipulative, gestural, mathematical expressions, to the use of signs. Four levels of comprehension were generated (*exploration, operative, transitive* and *abstraction*) that recovers the particularities of intellectual disability and the learning strategies used by students.



# ÍNDICE

---

	<b>Págs.</b>
<b>Introducción</b>	xi
<b>Capítulo 1. Planteamiento del problema</b>	
1.1 Antecedentes de la investigación	1
1.1.1 Educación inclusiva y la discapacidad intelectual	2
1.1.2 Discapacidad intelectual en secundaria	5
1.1.3 Discapacidad intelectual y matemáticas	8
1.1.4 Enseñanza de la ecuación lineal	10
1.2 El problema de investigación	11
1.2.1 Preguntas de investigación	12
1.2.2 Objetivos	12
1.3 Justificación del problema	13
<b>Capítulo 2 Elementos teóricos de la investigación</b>	
2.1 Elementos matemáticos	17
2.1.1 Ecuación lineal	18
2.1.2 Equivalencia e igualdad	20
2.2 Elementos cognitivos	21
2.2.1 Características de la discapacidad intelectual	22
2.2.2 Esquemas compensatorios de la discapacidad intelectual	24
2.2.3 Comprensión en matemáticas	25
2.3 Elementos didácticos	26
2.3.1 Estrategias diferenciadas	27
2.3.2 Técnicas de enseñanza	28
<b>Capítulo 3. Metodología de la investigación</b>	
3.1 Enfoque de la investigación: Investigación cualitativa	31
3.2 Procedimiento de la investigación	32
3.3 Métodos, instrumentos y técnicas	33
3.4 Criterios de análisis para la investigación	34
3.5 Características de los participantes	35
3.5.1 Temporalidad	37
3.6 Propuesta de estrategia de enseñanza diferenciada	37
3.6.1 Tareas de la categoría concepción	38
3.6.2 Tareas de la categoría representación	39

3.6.3	Tareas de la categoría conexión	40
3.6.4	Tareas de la categoría aplicación	41
<b>Capítulo 4.</b>	<b>Desempeños de los estudiantes en la estrategia de enseñanza diferenciada</b>	
4.1	Desempeños en la categoría concepción	44
4.1.1	Nociones matemáticas	44
4.1.2	Esquemas compensatorios	46
4.1.3	Producción de respuestas	47
4.2	Desempeños en la categoría representación	48
4.2.1	Nociones matemáticas	49
4.2.2	Esquemas compensatorios	50
4.2.3	Producción de respuestas	51
4.3	Desempeños en la categoría conexión	53
4.3.1	Nociones matemáticas	53
4.3.2	Esquemas compensatorios	55
4.3.3	Producción de respuestas	57
4.4	Desempeños en la categoría aplicación	58
4.4.1	Nociones matemáticas	58
4.4.2	Esquemas compensatorios	60
4.4.3	Producción de respuestas	62
4.5	Comentarios del capítulo	63
<b>Capítulo 5.</b>	<b>Nivel de comprensión de la ecuación lineal</b>	
5.1	Nivel de exploración	68
5.2	Nivel operatorio	69
5.3	Nivel transitivo	70
5.4	Nivel de abstracción	71
5.5	Comentarios del capítulo	73
<b>Capítulo 6.</b>	<b>Conclusiones y prospectiva de la investigación</b>	
6.1	Sobre la pregunta de investigación	75
6.2	Sobre los objetivos de investigación	78
6.3	Alcances y prospectiva de la investigación	79
<b>Apéndice 1.</b>	Tareas diferenciadas para la comprensión de la ecuación lineal	
<b>Apéndice 2.</b>	Ficha clínica de los participantes	
<b>Apéndice 3.</b>	Artículos derivados de la tesis	

## Referencias Bibliográficas

xx

### Índice de tablas

Tabla 2.1	Características de la ecuación lineal	18
Tabla 3.1	Métodos instrumentos y técnicas para la fase de la investigación	33
Tabla 3.2	Conformación de las aulas de los participantes	36
Tabla 4.1	Frecuencia de criterios identificados para cada categoría	64
Tabla 4.2	Tránsito de los estudiantes en las diferentes categorías	65
Tabla 5.1	Tareas que favorecen los niveles de comprensión	73
Tabla 6.1	Tareas para la comprensión de la ecuación lineal	79

### Índice de figuras

Figura 2.1	Relación de elementos que estructuran conceptualmente la ecuación lineal	19
Figura 3.1	Actividades de comparación. Categoría concepción	39
Figura 3.2	Actividades de igualación. Categoría representación	40
Figura 3.3	Actividades de significación. Categoría conexión	41
Figura 3.4	Actividades de solución. Categoría aplicación	42
Figura 4.1	Ordena los cubos en relación a su tamaño	44
Figura 4.2	Ordena los cubos y las canicas	45
Figura 4.3	Ordena los cubos y los relaciona con las canicas	45
Figura 4.4	Uso de los esquemas compensatorios perceptuales para el orden	46
Figura 4.5	Comparación por tamaño	47
Figura 4.6	Toma los cubos y ordena los conjuntos	48
Figura 4.7	Representación gráfica de la balanza en equilibrio	49
Figura 4.8	Comparación del peso de los objetos y su representación gráfica	50
Figura 4.9	Uso de esquemas compensatorios para la equivalencia	51
Figura 4.10	Uso de expresiones verbales para justificar el equilibrio	52
Figura 4.11	Forma grupos de cubo que estima son de igual peso	52
Figura 4.12	Uso del signo de igualdad	53
Figura 4.13	Representación de la igualdad	54
Figura 4.14	Uso del signo de igualdad	55
Figura 4.15	Representación inicial del signo igual	55
Figura 4.16	Representación inicial de la igualdad mediante el equilibrio	56
Figura 4.17	Representación inicial del signo igual	56
Figura 4.18	Uso de signos y símbolos como expresiones matemáticas	57
Figura 4.19	Uso de signos y símbolos como expresiones matemáticas	58
Figura 4.20	Relaciones que existen entre los datos del problema	59
Figura 4.21	Estructura de la ecuación	59

Figura 4.22	Prescinde de la visualización de las transformaciones de la ecuación	60
Figura 4.23	Uso del esquema secundario memoria de trabajo	61
Figura 4.24	Uso del esquema secundario memoria de trabajo	61
Figura 4.25	Uso de expresiones matemáticas	62
Figura 4.26	Uso de expresiones matemáticas y números	63
Figura 4.27	Uso de expresiones matemáticas	63
Figura 5.1	Estrategia de aprendizaje de estudiantes con discapacidad intelectual	68
Figura 5.2	Estrategia de aprendizaje en el nivel exploratorio	69
Figura 5.3	Estrategia de aprendizaje en el nivel operatorio	70
Figura 5.4	Estrategia de aprendizaje en el nivel transitivo	71
Figura 5.5	Estrategia de aprendizaje en el nivel de abstracción	72

### **Índice de graficas**

Grafica 3.1	Niveles de escritura y lenguaje (USAER)	36
-------------	---	----

# Introducción

La normativa a nivel nacional, plasmada en los planes y programas de estudio de nivel secundaria, indican que el trabajo con la diversidad debe ser atendido por los docentes. Esto implicaría una atención a los estudiantes con discapacidad. Sin embargo, son nulas las sugerencias por parte de dicha normativa para tratar a esta población. En este sentido surge la necesidad, desde mi experiencia como docente de matemáticas de nivel secundaria, de identificar las estrategias de enseñanza y de aprendizaje que promuevan la comprensión de la matemática en general, y en específico de la ecuación lineal, por ser éste un concepto fundamental para el desarrollo de sus habilidades en la disciplina. Para ello, se realizó la presente investigación, con orientación a la docencia la cual consta de seis capítulos.

En el capítulo 1, se plantean los antecedentes de la investigación en tres aspectos fundamentales la educación inclusiva, las matemáticas y la discapacidad intelectual, se deja al descubierto las insuficientes investigaciones respecto al tratamiento de los temas matemáticos básicos y sus modelos de enseñanza en particular de la ecuación lineal y el médelo de la balanza.

En el capítulo 2, se presentan los elementos teóricos que sirvieron para el análisis de la producción de los estudiantes, las actividades que permitieron la comprensión de estudiantes con discapacidad y los elementos que justifican la propuesta de niveles de comprensión de los niños con discapacidad intelectual. Empleando los tres ejes rectores para la investigación en educación especial: Eje epistemológico, el eje cognitivo se tomaron, los esquemas compensatorios y el eje didáctico.

En el capítulo 3 se describen los métodos, se analizan los instrumentos y las técnicas de registro de información que permitieron responder a la pregunta y alcanzar los objetivos. También se muestran las características de los participantes y analizan las tareas, a manera de conformar la estrategia de enseñanza diferenciada, que permiten obtener los niveles de comprensión según las características de los jóvenes con discapacidad intelectual.

En el capítulo 4 se puntualiza el diseño de las estrategias de enseñanza diferenciada que toma en cuenta las características de los estudiantes con discapacidad intelectual evidenciando los desempeños de los estudiantes que los acercaron a la comprensión de la ecuación lineal. Las nociones matemáticas de la equivalencia y la igualdad, los esquemas compensatorios y los tipos de respuestas fueron fundamentales para el análisis de la categoría de tareas, (concepción, representación, conexión y aplicación).

En el capítulo 5 se detallan los cuatro niveles de comprensión para la ecuación lineal según los desempeños de los participantes, la comprensión de la ecuación lineal se pudiera desarrollar en cuatro niveles: *de exploración, operatorio, transitivo y de abstracción*. Consolidando las nociones matemáticas de equivalencia e igualdad a la estructura de la ecuación teniendo como productos los niveles de comprensión comprendidos en estrategias de aprendizaje empleadas por los estudiantes con discapacidad intelectual.

En el capítulo 6 se pudo dar respuesta a la pregunta de investigación en dos sentidos por un lado las estrategias de enseñanza que permitieron un acercamiento de la ecuación lineal, y de los resultados de esta se pudo distinguir que los estudiantes coinciden en emplear similares estrategias de aprendizaje que favoreciendo la labor del docente. Teniendo como resultado un acercamiento a la comprensión de la ecuación.



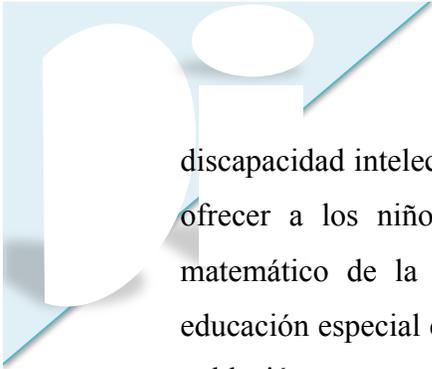
# Capítulo 1.

## Planteamiento del problema

El presente capítulo evidencia la necesidad de abordar un problema de la matemática educativa: la enseñanza de las matemáticas a niños con discapacidad intelectual. Se plantean los antecedentes de la investigación en tres aspectos: lo relativo a la educación inclusiva, se expone la perspectiva que asume la presente investigación; las matemáticas y la discapacidad intelectual, se evidencia la escases de investigación respecto al abordaje de temas matemáticos básicos; y los modelos de enseñanza sobre la ecuación lineal, en particular el modelo de la balanza. Se justifica el presente proyecto con la necesidad de enseñar a los niños con discapacidad intelectual una matemática básica integral.

### **1.1. Antecedentes de la investigación**

Los antecedentes reflejan los avances y el estado actual del conocimiento en un área determinada y sirven de referente para futuras investigaciones. Se toma en consideración los trabajos previos sobre el tema de interés para la presente tesis, de los cuales identificamos la necesidad de explorar sobre la enseñanza de la ecuación lineal, la educación inclusiva y la discapacidad desde el punto de vista de la matemática educativa. El resultado de la revisión de la literatura sugiere una ausencia en las estrategias de enseñanza que promuevan la comprensión de la ecuación lineal a poblaciones con



discapacidad intelectual. Lo anterior serviría para desarrollar un pensamiento matemático y ofrecer a los niños con estas características la oportunidad de acceder al contenido matemático de la educación básica. Además, podría ofrecer a los docentes tanto de educación especial como de matemáticas, alternativas para la enseñanza de estos temas a la población en general.

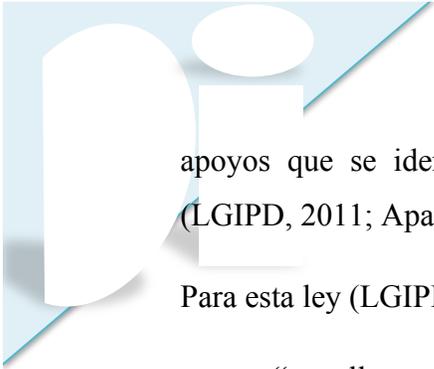
### **1.1.1. Educación inclusiva y la discapacidad intelectual**

En México, algunos documentos oficiales declaran el derecho a la educación, estos son: Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, la que establece en su *Artículo 1º*. “... todo individuo gozará de las garantías que otorga esta Constitución...”; además en su *Artículo 3º* señala que “... Todo individuo tiene derecho a recibir educación básica (preescolar, primaria y secundaria) y media superior, gratuita y obligatoria”. Según esta ley el Estado deberá promover, proteger y asegurar el pleno ejercicio de los derechos humanos y libertades fundamentales así como lo relativo a la educación.

Por otra parte, la Ley General para la Inclusión de las Personas con Discapacidad (LGIPD), propone las condiciones en las que el Estado deberá promover, proteger y asegurar los derechos humanos y libertades fundamentales de las personas con discapacidad en un marco de respeto, igualdad y equiparación de oportunidades.

Para esta ley la *Educación Especial* está destinada a individuos con discapacidades transitorias o definitivas, así como a aquellos con aptitudes sobresalientes. “Atenderá a los educandos de manera adecuada a sus propias condiciones, con equidad social incluyente y con perspectiva de género” (LGIPD, 2011; pág. 2). Mientras que la *Educación Inclusiva* “propicia la integración de personas con discapacidad a los planteles de educación básica regular, mediante la aplicación de métodos, técnicas y materiales específicos” (LGIPD, 2011; pág. 2).

En el mismo sentido, el Capítulo III del apartado de educación, el *Artículo 12*, refiere a que la Secretaría de Educación Pública, promoverá el derecho a la educación de las personas con discapacidad, proporcionando los apoyos didácticos, materiales, técnicos y cuenten con personal docente capacitado; (LGIPD, 2011; Apartado IV, pág. 25); también está obligada a ofrecer a los estudiantes con discapacidad, materiales y todos aquellos



apoyos que se identifiquen como necesarios para brindar una educación con calidad; (LGIPD, 2011; Apartado V, pág. 25).

Para esta ley (LGIPD), las *Personas con Discapacidad* son todas:

“aquellas que por razón congénita o adquirida presenta una o más deficiencias de carácter físico, mental, intelectual o sensorial, ya sea permanente o temporal y que al interactuar con las barreras que le impone el entorno social, pueda impedir su inclusión plena y efectiva, en igualdad de condiciones con los demás”. (LGIPD, 2011; Artículo 2º, Apartado XXI, pág. 24).

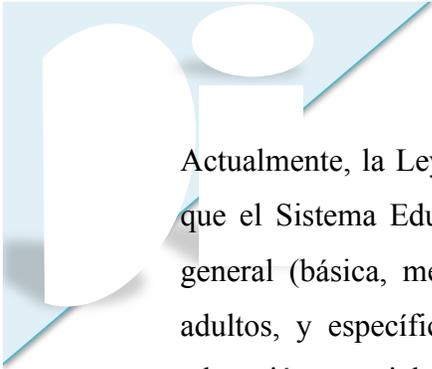
Desde la perspectiva de la Convención sobre los Derechos de las Personas con Discapacidad (CDPD) se define a la discapacidad como:

Concepto que evoluciona y que resulta de la interacción entre las personas con deficiencias y las barreras a la actitud y al entorno que evitan su participación plena y efectiva en la sociedad, en igualdad de condiciones con los demás (CDPD, 2014, pág. 1).

Mientras que a las *Personas con Discapacidad* las considera como aquellas que “tengan deficiencias físicas, mentales, intelectuales o sensoriales a largo plazo, que al interactuar con diversas barreras puedan impedir su participación plena y efectiva en la sociedad en igualdad de condiciones con las y los demás” (CDPD, 2014, pág. 4).

Por otra parte para la Asociación Americana de Discapacidades Intelectuales y del Desarrollo (AAID, por sus siglas en inglés), el concepto de Discapacidad Intelectual ha evolucionado y en gran parte se ha relacionado con el rendimiento intelectual de una persona. Definiéndola como:

Limitaciones significativas tanto en el funcionamiento intelectual como en conducta adaptativa tal y como se ha manifestado en habilidades adaptativas sociales, conceptuales y prácticas. Esta discapacidad se origina antes de los 18 años (AAID, 2011, pág. 12).



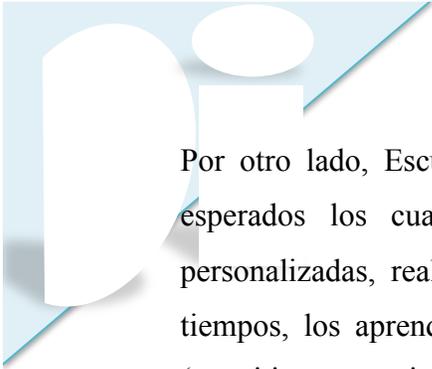
Actualmente, la Ley General de Educación (LGE, 2014), refiere en sus artículos 37 al 39 que el Sistema Educativo Nacional (SEN) comprende la educación inicial, la educación general (básica, media superior y superior), la educación especial y la educación para adultos, y específicamente en su artículo 41 señala que el ámbito de actuación de la educación especial:

La educación especial está destinada a personas con discapacidad, transitoria o definitiva, así como a aquellas con aptitudes sobresalientes. Para quienes no logren esa integración, esta educación procurará la satisfacción de necesidades básicas de aprendizaje para la autónoma convivencia social y productiva, para lo cual se elaborarán programas y materiales de apoyo didácticos necesarios. (LGE, 2014, pág. 19).

Desde la perspectiva que interesa a la investigación en su contexto de marco legal institucional, se carece de condiciones para que las personas con discapacidad intelectual puedan acceder a la educación inclusiva, también se ha identificado una contradicción en el uso adecuado del concepto respecto a la población, puesto que en la Ley General para la Inclusión de las Personas con Discapacidad, (LGIPD, 2011) la establece como deficiencia mental, cuando otras instancias competentes la definen como discapacidad intelectual.

Como se podrá notar, de manera legal e institucional hay un interés mediano en ofrecer las condiciones para que las personas con discapacidad puedan tener acceso a la educación. Sin embargo, debido a aquella diversidad de artículos y leyes, no hay algo en concreto que permita definir qué estrategias o métodos emplear para asegurar que las personas con discapacidad puedan lograr ese acceso a la educación.

Para la presente investigación, se toma en consideración la acepción de la educación inclusiva en el sentido que lo plantea Florian (2010), como un enfoque que se basa en el proceso de proporcionar apoyo para todos los estudiantes y diferenciando para algunos. Por lo tanto, la autora lo denomina *Pedagogía Inclusiva*, “reconoce las diferencias individuales entre los alumnos pero evita los problemas y el estigma asociados con la identificación de algunos alumnos como diferentes” (Florian, 2010, p. 34).



Por otro lado, Escudero y Martínez (2010), sugieren tomar en cuenta los aprendizajes esperados los cuales deben mantener un objetivo en singular, como trayectorias personalizadas, realización de proyectos no reducidos a la escolarización formal y sus tiempos, los aprendizajes en cuestión han de entenderse desde una perspectiva integral (cognitivos, emocionales y sociales).

Concluyen afirmando que la educación inclusiva puede ser lograda en su totalidad si se suman esfuerzos de varios sectores que en ella intervienen desde los niveles políticos, escolares y sociales que integran la educación inclusiva.

### **1.1.2. Discapacidad intelectual en secundaria**

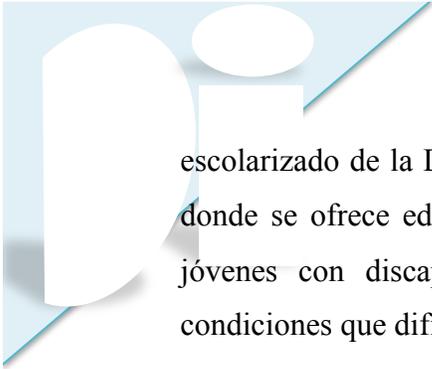
La educación básica en México, según García, Díaz y Vargas (2016), actualmente está integrada por los niveles de educación preescolar, primaria y secundaria, en donde se trabaja bajo un enfoque inclusivo atendiendo al plan de estudios SEP (2011), donde se establece la incorporación de alumnos de educación especial a un contexto diseñado para estudiantes regulares.

En lo sucesivo se entenderá como la encargada de administrar la educación pública a la Secretaría de Educación Pública (SEP) y como propuesta institucional al plan y programas de estudios donde los contenidos están definidos con un enfoque inclusivo en la educación básica, una característica de este plan son los principios pedagógicos que lo sustenta desde donde se favorece la inclusión para atender a la diversidad (SEP, 2011, pág.35).

El plan de estudios 2011, reconoce a la diversidad como: La que se ocupa de reducir al máximo la desigualdad del acceso a las oportunidades, y evita los distintos tipos de discriminación a los que están expuestos niños, niñas y adolescentes (SEP, 2011, pág. 35).

Promueve “la atención de los alumnos que, por su discapacidad cognitiva, física, mental o sensorial (visual o auditiva), tengan la necesidad de usar estrategias diferenciadas que promuevan la enseñanza y el aprendizaje, e identifique las barreras que lo obstaculizan” (SEP, 2011, pág. 35).

Con base en lo anterior, el modelo de atención de los servicios de educación especial se desarrolla mediante dos tipos de servicio: CAM y USAER. El primero es un servicio

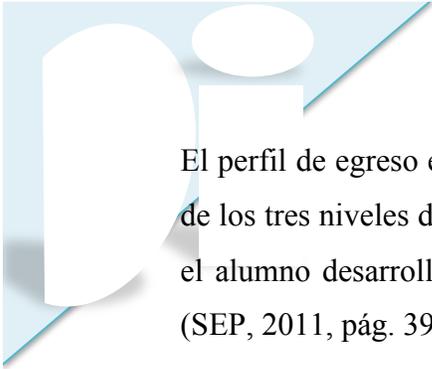


escolarizado de la Dirección de Educación Especial de la Secretaría de Educación Pública donde se ofrece educación inicial y básica (preescolar, primaria y secundaria) a niños y jóvenes con discapacidad, discapacidad múltiple, trastornos graves del desarrollo o condiciones que dificultan su ingreso en escuelas regulares (SEP, 2011b: 87).

El segundo es una instancia técnico-operativa de educación especial ubicada en espacios físicos de educación regular, que proporciona apoyos técnicos, metodológicos y conceptuales en escuelas de educación básica mediante el trabajo de un colectivo interdisciplinario de profesionales. Dichos apoyos especializados están orientados al desarrollo de escuelas y aulas inclusivas mediante el énfasis en la disminución o eliminación de las barreras para el aprendizaje y la participación que se generan en los contextos (SEP, 2011b: 127).

La Secretaría de Educación Pública (SEP), con la necesidad de dar respuesta a la inclusión que se menciona en su propuesta institucional, ofrece la serie *Diversidad en el aula. Inclusión de alumnos con discapacidad y de alumnos con aptitudes sobresalientes*, como material de apoyo específicamente en educación básica secundaria. Donde se resalta la necesidad de conocer las características específicas y con base en sus necesidades, ofrecer diversos apoyos que puedan favorecer su aprendizaje y participación dentro de los centros educativos. Sin embargo, se carece de un medio que oriente a los profesores de educación especial y primaria para enseñar todos los contenidos matemáticos a niños con discapacidad. Además, la serie no atiende toda la problemática que se presenta en nivel secundaria, a pesar de las propuestas de apoyo sugeridas en el material y de manera particular está ausente un tratamiento de las matemáticas de este nivel escolar en la serie.

En esta serie, se integra un apartado de manera general por cada tipo de discapacidad: auditiva, visual, motriz, múltiple, lenguaje, autismo, sobresalientes e intelectual, definiendo cada una, también menciona cómo detectar a un niño con discapacidad intelectual, cómo y quién debe hacer un diagnóstico especializado de discapacidad, cómo apoyar a un niño con discapacidad, consejos útiles para la familia de un niño con discapacidad intelectual, qué servicios de apoyo especializado requiere un niño con discapacidad.



El perfil de egreso en educación básica define al tipo de alumno que se requiere al término de los tres niveles de educación comprendidos en (preescolar, primaria y secundaria) donde el alumno desarrolle competencias que le sirvan para enfrentar los obstáculos de la vida. (SEP, 2011, pág. 39).

Específicamente en matemáticas para la educación secundaria es necesario que el estudiante utilice el cálculo mental, modelen y resuelvan, justifiquen, utilicen, emprendan, e identifiquen, todas estas habilidades, para resolver problemas de su entorno inmediato.

En el campo de formación que tiene que ver con el pensamiento matemático en nivel secundaria se espera que el alumno pueda transitar de la aritmética al álgebra y del razonamiento intuitivo al deductivo, y que se enfoque en resolver problemas (SEP, 2011, pág. 48).

Los estándares curriculares en matemáticas son aquellos conocimientos matemáticos que deben estar presentes en la población, el sentido numérico y pensamiento algebraico, forma espacio y medida, manejo de la información y la actitud hacia el estudio de las matemáticas, (SEP, 2011, pág. 88).

Desde la propuesta institucional para la educación básica en matemáticas las estrategias de enseñanza aprendizaje están pensadas para un tipo de estudiante estándar, no contempla la discapacidad de la población y sólo sugiere que se tomen en cuenta la diversidad como un modelo de inclusión, carece de estrategias que promuevan verdaderos actos de aprendizaje en matemáticas. Específicamente en álgebra se carece de estrategias que aborden la ecuación de primer grado en estudiantes con características asociadas a una discapacidad y faltan ejemplos que permitan diseñar estrategias de enseñanza que puedan servir de guía en la propuesta de secuencias para abordar los temas de ecuación lineal en estudiantes con discapacidad intelectual.

Por lo que se denota la pertinencia del trabajo de investigación, ya que el plan y programas de estudios (SEP. 2011) carecen indiscutiblemente de un apartado que atienda la diversificación en los planes de clases, propuestas didácticas que impacten directamente en las estrategias de enseñanza y aprendizaje en especial en el área de la matemática y sobre todo en el caso de la discapacidad intelectual.

### 1.1.3. Discapacidad intelectual y matemáticas

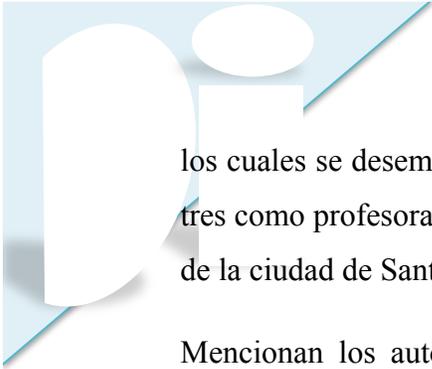
En este apartado se presentan algunas de las investigaciones que tienen por interés el estudio de la enseñanza de las matemáticas a niños con discapacidad intelectual. Se rescata la importancia del acercamiento del contenido matemático establecido en la currícula de la educación básica.

Arias y Prieto (2015) han indagado sobre la discapacidad intelectual de niños de primero de primaria y su aprendizaje en matemáticas. De manera particular, los autores señalan que para el tema de conteo, se necesitan más situaciones variadas, motivantes y relacionadas con el mundo que les rodea para poder contextualizar su aprendizaje. Se puede lograr un progreso matemático en el desarrollo del conteo sobre todo si las actividades van acompañadas por un desarrollo oral.

Los autores proponen la modificación de actividades tradicionales que busquen incorporar actividades manipulativas y representativas por medio de materiales concretos. Esta idea cobra más fuerza con alumnos que muestran dificultades intelectuales porque el punto de partida no va a ser el de la generalidad, sino que debemos de pensar que nos movemos en cotas diferentes.

Por su parte, Cordero (2012) establece fases para el tránsito de la manipulación a la operación de números por parte de los niños con discapacidad intelectual, estas son: fase de lenguaje manipulativo, fase de lenguaje verbal, fase de lenguaje simbólico y la fase de resolución numérica. Los resultados conciernen a que los alumnos con discapacidad intelectual leve necesitan mucho tiempo para lograr un aprendizaje y que las actividades de conteo usadas han mejorado la manera de comprender el concepto de número pero que está determinado según su ritmo de aprendizaje, características y deficiencias individuales.

Por otra parte, Montaner, Martín, Guzmán, Blanco y Díaz (2017), presentan un estudio, cuyo propósito es explorar las oportunidades de aprendizaje (ODA) de las matemáticas que se generan en la escuela especial y escuelas regulares con programas de integración escolar (PIE) para estudiantes con discapacidad intelectual, centrada en la construcción del concepto de número y del aprendizaje de las operaciones básicas a través de cosas concretas. El estudio se realizó con nueve profesores de esta modalidad educativa, tres de



los cuales se desempeñan como directores, tres como coordinadores técnico-pedagógicos y tres como profesoras de cursos de primer ciclo básico (8 y 11 años), tres escuelas especiales de la ciudad de Santiago de Chile.

Mencionan los autores que se carece de información respecto de las oportunidades de aprendizaje que se proporcionan a estos estudiantes en ambos contextos, cuyo propósito es explorar las ODA de las matemáticas que se generan en centros de educación especial para estudiantes con discapacidad intelectual. Se realizaron entrevistas semiestructuradas con profesores y directivos de escuelas especiales, con el objetivo de indagar cuáles son sus creencias sobre la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con DI.

Los resultados muestran que se identificó como barrera de aprendizaje la falta de planificación de un currículo flexible que se adapte a las necesidades individuales, de uso de material concreto y de una evaluación individualizada de los estudiantes.

Fernández y Sahuquillo (2015), presentan un plan de intervención que se implementó a un alumno del 2º año de Educación Primaria (7 años de edad) diagnosticado con una Discapacidad Intelectual Moderada que presenta dificultades de aprendizaje en matemáticas. El objetivo fue desarrollar destrezas prenuméricas (clasificación, seriación y correspondencia), sentido de número, numeración, valor posicional, operaciones de suma y resta. Los autores identificaron la falta de material especializado para trabajar las matemáticas con los casos de discapacidad intelectual moderada. No obstante uno de sus resultados fue el uso de material concreto, que ayudó al alumno adquirir el sentido de número (de una y dos cifras) y afianzar las habilidades prenuméricas.

Como se puede notar de los antecedentes, son pocas las investigaciones que se han interesado en desarrollar un pensamiento matemático en personas con discapacidad intelectual. Las que existen se han centrado en el tratamiento del número y sus operaciones, dejando por un lado otras áreas de las matemáticas como sería el álgebra, geometría, probabilidad o estadística.

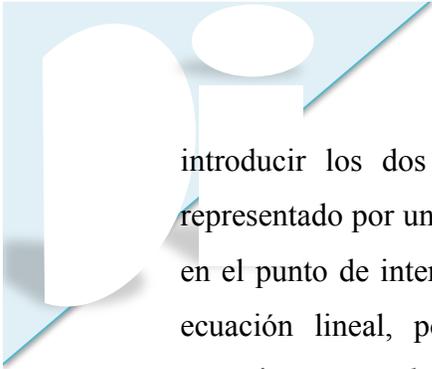
#### 1. 1. 4. Enseñanza de la ecuación lineal

En esta sección se presentan algunas de las investigaciones que reportan modelos de enseñanza de la ecuación lineal. Resaltan algunas estrategias con materiales en concreto, uso de recursos tecnológicos y estrategias del tipo transformacional.

García, Díaz y Vargas (2016) proponen una estrategia de enseñanza de la ecuación lineal para el nivel secundaria en particular con estudiantes del 2° año, de 12 y 14 años de edad, la cual sustentan con el método de la balanza y los registros de representación semiótica, todo lo anterior con el uso de material concreto. El objetivo principal es la comprensión del concepto ecuación lineal solo para aquellas de solución única y positiva. De los resultados, según los autores, los estudiantes pudieron distinguir entre la literal en su uso como incógnita o como variable. Además, se logró una conexión entre los registros gráfico y algebraico, al usar la balanza como un instrumento.

Por otra parte, Andonegui (2007) en su propuesta de enseñanza para la ecuación lineal, señala que se pueden aplicar diversas alternativas para la resolución de ecuaciones de primer grado, como por ejemplo el método transformacional, que implica el uso de la balanza de manera gráfica donde los términos numéricos y coeficientes son todos positivos. Se puede representar esta situación mediante la imagen de una balanza en equilibrio (imagen de la igualdad), donde cada platillo simboliza cada miembro de la ecuación utilizando figuras geométricas en lugar de números y literales.

Durante el procedimiento de resolución, a partir de la ecuación inicial, Andonegui va nombrando las transformaciones que se aplican en cada paso y se van generando ecuaciones equivalentes como resultado. El equilibrio final traduce la equivalencia en “peso” de los objetos contenidos en cada platillo; es decir, el valor de la igualdad aritmética inicial. El autor señala que el procedimiento es útil para manipular y captar visualmente las transformaciones que afectan a cada miembro de la ecuación (platillo) y que van generando la cadena de ecuaciones equivalentes que nos llevan a la solución. Su limitación consiste en que los términos numéricos y los coeficientes de la incógnita deben ser todos positivos. También Bernal, (2011), Según el autor, en el internet encontramos programas en línea como Pan Balance, en este programa se trabaja con la balanza virtual con la opción de



introducir los dos miembros de una ecuación lineal. Cada miembro a su vez será representado por una recta en el plano cuya solución se determina por el valor de la abscisa en el punto de intersección. A través de esta representación gráfica de la solución de una ecuación lineal, podemos lograr conexiones intra-matemáticas con temas de cursos posteriores como la representación gráfica de una recta para funciones lineales y funciones constantes. Concluye el autor diciendo que el uso de las herramientas tecnológicas (TIC) es útil para la enseñanza sobre ecuaciones de primer grado con una incógnita.

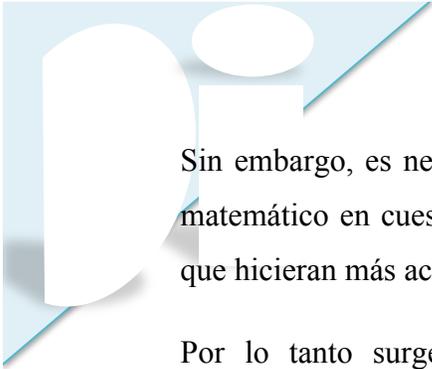
## **1.2. El problema de investigación**

Con antelación se ha documentado sobre las dificultades de enseñanza de las matemáticas, en particular del álgebra y sus múltiples implicaciones en el área de la matemática educativa. En la educación básica secundaria los planes y programas de estudios de los tres grados escolares, a pesar del enfoque de atención a la diversidad que se presenta en éstos, el contenido en álgebra es generalizado lo que da pie a que estudiantes con discapacidad no puedan acceder a ellos y que posteriormente serán utilizados en el grado inmediato superior (García, Díaz y Vargas, 2016).

Según la revisión de antecedentes, hasta el momento, en los documentos oficiales toman en consideración la atención a la diversidad, se sugiere la adaptación de materiales didácticos y de estrategias diversificadas que puedan promover una educación integral. Lo que no argumentan esos documentos, es la carencia de ejemplos que en efecto aterricen en la enseñanza de las matemáticas.

El interés de elaborar una estrategia como recurso didáctico para la enseñanza de ecuaciones de primer grado; surge por mi experiencia como docente en un sistema educativo inclusivo que se rige en los planes y programas de la SEP (2011). Teniendo en cuenta lo anterior se forman grupos de 53 alumnos regulares y 2 con discapacidad, atendiendo a las exigencias de la inclusión educativa.

Asimismo, de acuerdo con la literatura consultada, se carece de investigaciones que analicen el desempeño de los estudiantes con discapacidad en el tema de la ecuación lineal.



Sin embargo, es necesario señalar aquellas ventajas y formas de acceder al conocimiento matemático en cuestión, ya que esto favorecería a los docentes de educación regular para que hicieran más accesible la matemática de la secundaria.

Por lo tanto surgen las siguientes inquietudes ¿Si a un estudiante con habilidades matemáticas le es difícil la aplicación de ecuaciones en la resolución de problemas; en qué grado será desarrollar sus habilidades un estudiante con discapacidad? ¿Hasta qué punto el profesor de matemáticas puede intervenir en estos resultados? ¿Se podrán mejorar las propuestas tradicionales de enseñanza y producir verdaderas experiencias de aprendizaje?

No se tiene respuesta en este trabajo de tesis a estas inquietudes, pero en conjunto con los antecedentes, sí dieron pie para el planteamiento de la siguiente pregunta de investigación:

***¿Cuáles son las estrategias de enseñanza y de aprendizaje que promueven la comprensión de la ecuación lineal en estudiantes con discapacidad intelectual?***

Responder a la pregunta implicaría ofrecer alternativas del tratamiento de las matemáticas a personas con discapacidad intelectual bajo el enfoque de educación inclusiva. Es decir, las actividades propuestas no sólo beneficiarían a los niños con discapacidad, sino a todos los estudiantes por que atendería la diversidad en los ritmos de aprendizaje que se genera en el aula.

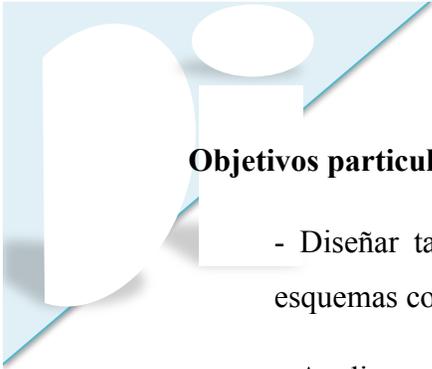
### **1.2.1. Objetivos**

Para obtener una respuesta a la pregunta de investigación se establece el siguiente objetivo general:

***Analizar la comprensión de la ecuación lineal de estudiantes con discapacidad intelectual***

Realizar este análisis implica poner atención en el desempeño de los estudiantes con discapacidad intelectual ante tareas que involucran el uso de la ecuación lineal. Es decir, poner en evidencia las estrategias que emplean los estudiantes, los caminos distintos, las formas distintas (López-Mojica, 2013) en que acceden al conocimiento matemático.

Para lograr el objetivo general se proponen los siguientes:



### **Objetivos particulares:**

- Diseñar tareas para la enseñanza de la ecuación lineal en función del uso de esquemas compensatorios de los estudiantes con discapacidad intelectual.
- Analizar el desempeño de los estudiantes con discapacidad intelectual en tareas sobre la ecuación lineal.

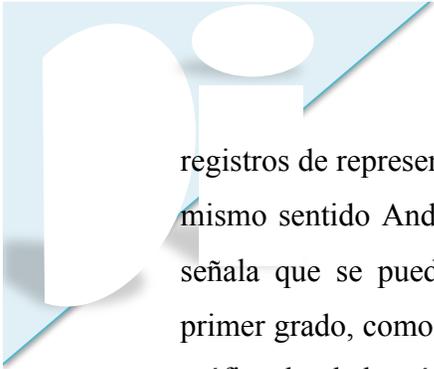
### **1.3. Justificación del problema**

Según los antecedentes, en México está plasmada en la ley, la inclusión de personas con discapacidad al ámbito educativo para que puedan desarrollarse en la vida laboral futura propiciando una integración a la sociedad (SEP, 2011). Se estipula además una educación inclusiva que toma en cuenta a la población regular, indígena y con discapacidad. En el caso particular de la población con discapacidad, propone tomar en cuenta sus características propias de su afección, pero se ve limitada por la falta de estrategias de enseñanza aprendizaje adecuadas para este sector de la población.

En documentos oficiales (LGIPD, 2011) se reconoce el derecho a la educación y también se percibe una carencia de información sobre el tipo de estrategias que promueven una inclusión educativa. Como caso particular, los alumnos con discapacidad intelectual son incorporados a la educación secundaria regular sin una evaluación diagnóstica que determine el tipo y nivel de afección que presenta. ¿Por qué es importante lo anterior? Porque en función a ello es el tipo de actividades que se pueden implementar.

Según López-Mojica (2013), hay una carencia de investigaciones que den cuenta de las características del pensamiento matemático de estudiantes con discapacidad. Por otra parte, Montaner, Martín, Guzmán, Blanco y Díaz (2017), señalan que la enseñanza de las matemáticas excluye del currículo ofrecido a estudiantes con discapacidad intelectual y de espacios para el desarrollo de otras habilidades matemáticas.

Por otra parte, García, Díaz y Vargas (2016), proponen una estrategia de enseñanza de la ecuación lineal para el nivel secundaria, la cual sustentan con el método de la balanza y los



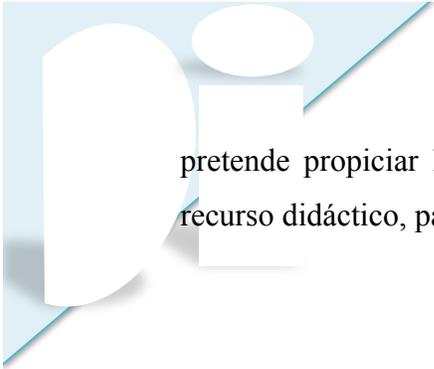
registros de representación semiótica, todo lo anterior con el uso de material concreto. En el mismo sentido Andonegui (2007), en su propuesta de enseñanza para la ecuación lineal, señala que se pueden aplicar diversas alternativas para la resolución de ecuaciones de primer grado, como el método transformacional que implica el uso de la balanza de manera gráfica donde los términos numéricos y coeficientes son todos positivos.

Como lo comentan en su investigación García, Díaz y Vargas (2016), se considera que el uso de materiales concretos puede favorecer la significancia del concepto matemático por parte de los niños con discapacidad intelectual. Es decir, le otorgan sentido por el uso, que los estudiantes logran una conexión entre los registros gráficos y algebraicos, al usar la balanza como un instrumento.

Fernández y Sahuquillo (2015) expresan que sobre la enseñanza de los temas de álgebra, en particular de ecuación lineal para secundaria a estudiantes con discapacidad, son pocas las investigaciones que se interesan por el tema. Los autores identificaron la falta de material especializado para trabajar las matemáticas porque se cree que por ser discapacidad intelectual, no van a aprender. Históricamente, se ha pensado que las personas con estas características tienen un bajo potencial de aprendizaje matemático por lo que, el álgebra es un área descuidada.

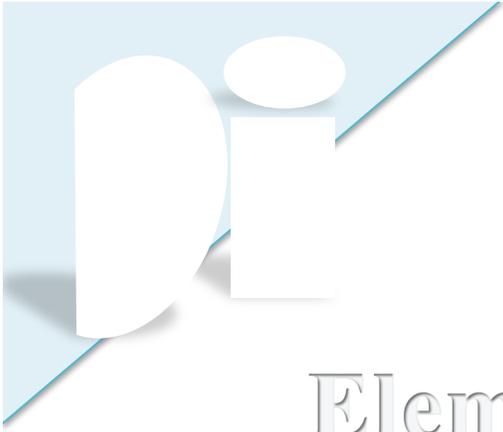
También se refieren a lo mismo Arias y Prieto (2015), quienes comentan sobre la modificación de actividades tradicionales para incorporar actividades manipulativas y representativas por medio de materiales concretos. Esta idea cobra más fuerza con alumnos que muestran dificultades intelectuales porque el punto de partida no va a ser el de la generalidad, sino que debemos de pensar que nos movemos en cotas diferentes.

Es necesario reconocer la problemática que enfrenta la educación al carecer de estrategias de enseñanza y aprendizaje adecuadas en la comprensión de la ecuación lineal o de primer grado en la enseñanza de las matemáticas en alumnos integrados en la escuela regular y que presentan características asociadas a una discapacidad intelectual, por considerar que este grupo de la población no podrá acceder a otros conocimiento que las operaciones básicas de la aritmética. Lo que nos ha conducido a elaborar una propuesta de enseñanza, en donde se



pretende propiciar la comprensión de ecuaciones lineales, mediante la utilización de un recurso didáctico, particularmente se hace uso de una balanza concreta.





## Capítulo 2.

# Elementos teóricos de la investigación

En este capítulo se presentan, de manera detallada, cada uno de los elementos teóricos que sirvieron para el análisis de la producción de los estudiantes, el diseño de las actividades que permitieron la comprensión de estudiantes con discapacidad y los elementos que justifican la propuesta de niveles de comprensión de los niños con discapacidad intelectual. Para lo anterior, se emplearon los tres ejes rectores para la investigación en educación especial. Éstos consisten en un eje epistemológico en el cual interesa lo relativo al conocimiento matemático de la ecuación lineal. En el eje cognitivo se tomaron en cuenta las características de la discapacidad intelectual, así como los esquemas compensatorios ligados a ésta. En el eje didáctico se tomó en consideración lo referente a las estrategias diferenciadas para la enseñanza de la ecuación lineal y el enfoque de la pedagogía inclusiva.

### **2.1. Elementos matemáticos**

En esta sección se presenta un acercamiento a los elementos de la ecuación lineal, nociones de equivalencia e igualdad. Éstos permitirían el desarrollo conceptual en los estudiantes e intervinieron en el diseño de las tareas.

### 2.1.1. Ecuación lineal

De acuerdo a Dugopolski (2002), una ecuación lineal con una incógnita  $x$ , es una expresión que se puede escribir de la forma  $ax + b = 0$ . Donde “ $a$  y  $b$ ” son números  $\mathbb{R}$  y  $a \neq 0$ .

Tabla 2.1. Características de la ecuación lineal.

Concepto	Definición	Ejemplos
Equivalencia	Propiedad que presentan dos cantidades de tener el mismo valor	$3 + 2x = 7$
Igualdad:	Es la relación definida para dos números que indica que los dos tienen el mismo valor. La relación de identidad se denota con el símbolo $=$ . Las propiedades de la igualdad son las siguientes	$a = a$ (reflexiva) Si $a = b$ , entonces $b = a$ (simétrica) Si $a = b$ y $b = c$ entonces $a = c$ (transitiva)
Coefficiente	Es un número que multiplica a una literal. Es decir, es el factor numérico de un término.	$2x$ , el número 2 es el coeficiente.
Literal	Son las letras que se emplean para representar toda clase de cantidades, ya sean conocidas o desconocidas.	$a, b, c, d \dots$
Incógnita	Símbolo literal cuyo valor se desconoce.	$t, u, v, x, y, z$ , etc.
Operación algebraica	En álgebra elemental, las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y extracción de raíz son las operaciones algebraicas.	$( ), +, -, \cdot, /, =$ ,
Monomios	Es una expresión algebraica que consta de un solo término	$3a, -5b, \frac{x^2y}{4n^3}$ .
Grado de una ecuación	El grado de una ecuación polinomial es el mayor exponente al cual aparece elevada su incógnita.	$1 + 2x^2 - 4x^3 = 7x^4 - x$
Expresión algebraica	Una expresión algebraica es una combinación de símbolos matemáticos (literales, números, operaciones, etc.) que tenga sentido. Por ejemplo,	$a, 5x, \sqrt{4a}, (a + b)c, \frac{(5x - 3y)a}{x^2}$
Miembro en una igualdad	Expresiones que se encuentran a la derecha y a la izquierda del signo de igual son los miembros.	$x^2y^2 - 2x = x^2 - 10xy$ miembro izquierdo    miembro der

Nota. Adaptado de «Diccionario ilustrado de conceptos matemáticos», 2011, pp. 109-125. México.

Otros autores como Vizmanos, Hernández, Alcaide, Moreno y Serrano (2011), definen a la ecuación como: una igualdad entre dos expresiones formadas por letras, las incógnitas y números, relacionados por operaciones aritméticas. En este mismo sentido, Andonegui (2007) define una ecuación como una igualdad aritmética en la que hay algún número desconocido. Menciona también que algunas ecuaciones pueden compartir la misma solución, las que lo hacen se denominan ecuaciones equivalentes.

Bernal (2011) argumenta que las ecuaciones de primer grado con una incógnita son igualdades que solo se verifican para un determinado valor numérico. En esencia, las ecuaciones, son problemas que nos presentan relaciones entre cantidades que se definen por otra desconocida llamada incógnita.

Respecto a la ecuación lineal, interesan los elementos: igualdad, equivalencia, monomio, miembro, coeficiente, término, parte literal, incógnita, grado y expresión del tipo  $ax + b = c$ . Junto con los términos también están las notaciones (+, -, /, =, las letras  $a, b, c \dots x, y, z \dots$  usadas como coeficientes y/o incógnitas, y los paréntesis ( ) ), y los elementos necesarios para el correcto tratamiento de los elementos involucrados en el tema (ver Tabla 2.1).

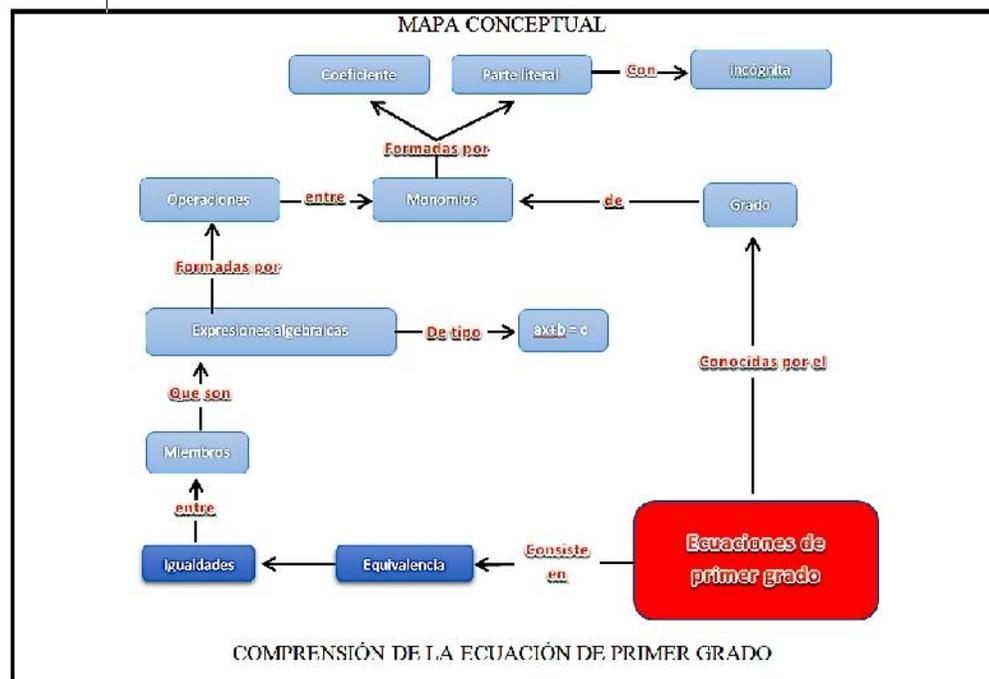
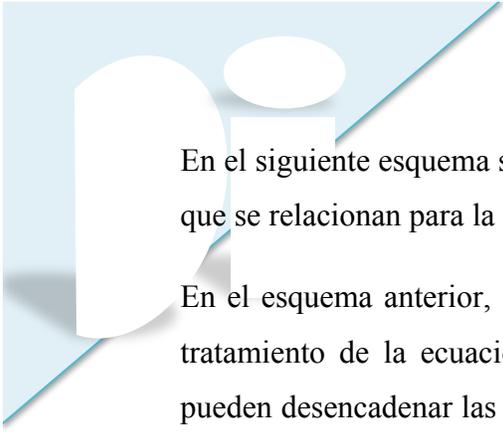


Figura 2.1. Relación de elementos que estructuran conceptualmente la ecuación lineal.



En el siguiente esquema se establece una posible ruta de los elementos de la ecuación lineal que se relacionan para la constitución del concepto matemático.

En el esquema anterior, se establece que las nociones matemáticas fundamentales para el tratamiento de la ecuación lineal son la igualdad y la equivalencia. A partir de ello se pueden desencadenar las posibles relaciones de los demás elementos que van a constituir el concepto matemático ecuación.

### **2.1.2. Equivalencia e igualdad**

Como se adelantó líneas arriba, las nociones fundamentales para iniciar la conceptualización de la ecuación lineal es la equivalencia y la igualdad. Para Chalé-Can, Font y Acuña (2017) la equivalencia es una noción compleja con dos significados parciales que se conocen como sintáctico y semántico que deben ser articulados.

Equivalencia sintáctica: dos expresiones  $f$  y  $g$  son equivalentes sintácticamente cuando la aplicación de unas determinadas reglas, fijadas previamente, permiten considerar que es válida.

Equivalencia semántica: dos expresiones son equivalentes semánticamente cuando se tiene un contexto en el que los símbolos de las expresiones adquieren significado y en el que, además, se puede decir que estos dos significados son el mismo.

Molina, Castro y Castro (2009) describen a la igualdad como una expresión de una acción: “un significado bidireccional que amplía el significado del operador reconociendo la propiedad simétrica de la igualdad. Se lleva a cabo en oraciones con operaciones y símbolos en un solo lado del signo igual, ya sea a la derecha o a la izquierda” (p. 347).

Los autores se refieren a la equivalencia como una expresión que se produce cuando el signo igual se utiliza para relacionar dos representaciones de un mismo objeto matemático.

Molina, Castro y Castro (2009) realizan la distinción de elementos indispensables para la equivalencia:

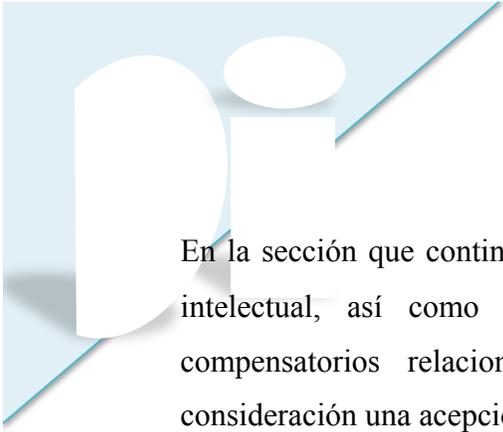
- ❖ Equivalencia numérica: expresión de la igualdad del valor numérico de dos expresiones aritméticas (por ejemplo,  $4 + 5 = 3 + 6$ ;  $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ ).

- ❖ El signo igual conecta dos representaciones del mismo número. Este significado es referido como el significado relacional del signo igual para contrastarlo con "el operacional / aritmético" significado de este símbolo (p. 347).
- ❖ Equivalencia simbólica: expresión de la igualdad del valor numérico de dos expresiones algebraicas para todos los valores de la variable (por ejemplo  $(x^2 + 2x = x(x - 2))$ )
- ❖ Equivalencia por definición o notación: expresión de la equivalencia de dos expresiones aritméticas o algebraicas según una relación de equivalencia definido al significado de la notación en uso ( $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$  como fracciones,  $100\text{cm} = 1\text{m}$ ,  $\frac{a}{b} = ab^{-1}$ ) (pp.347).

Castro y Molina, (2007) definen a la igualdad como un símbolo matemático, el signo igual es la representación de un concepto o idea matemática. Se utiliza para indicar una relación de igualdad entre dos expresiones matemáticas que se escriben a ambos lados de dicho signo. Normalmente, la igualdad de dichas expresiones no tiene por qué apreciarse a simple vista, al ser representaciones diferentes de un mismo objeto matemático.

Este significado es el que permite al alumno conocer a las igualdades en su diferente contexto como resultado de una operación o como expresiones algebraicas. El signo igual colocado entre dos expresiones aritméticas o algebraicas da lugar a "un todo" que constituye una sentencia o proposición que puede ser verdadera o falsa.

Por otra parte, Kieran y Filloy (1989), discuten la idea extendida entre los estudiantes que comienzan con el álgebra de que el signo igual es la "señal de hacer algo" antes que un símbolo de la equivalencia entre los lados izquierdo y derecho de una ecuación, viene indicada por su renuencia inicial a aceptar proposiciones tales como  $4 + 3 = 6 + 1$ . El pensar que el lado derecho debería indicar el resultado esto es,  $4 + 3 = 7$  les permite dotar de significado a ecuaciones tales como  $2x + 3 = 7$ , pero no a ecuaciones tales como  $2x + 3 = x + 4$ .



## 2.2. Elementos cognitivos

En la sección que continua se extiende lo relativo a las características de la discapacidad intelectual, así como a los procesos cognitivos relativos a ésta; los esquemas compensatorios relacionados a la discapacidad intelectual, también se toma en consideración una acepción de comprensión en matemáticas.

### 2.2.1. Características de la discapacidad intelectual

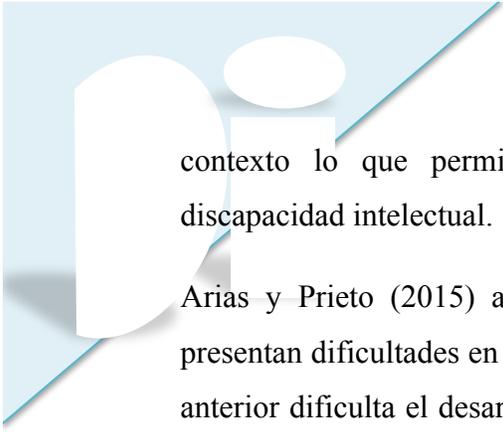
Schalock (2017) se refiere a la discapacidad intelectual y del desarrollo (DID), como un concepto que evoluciona y que actualmente se está adaptando a nuevas necesidades que están íntimamente relacionadas con los apoyos proporcionados a estas personas. Destacando la calidad de vida, la definición de discapacidad intelectual y la estructura de factores del comportamiento adaptativo. Es decir, interesan las características de la persona más que las limitaciones que provoca la discapacidad.

El autor sostiene que con estas nuevas ideas sobre las necesidades y apoyos a personas con DID, “se pueden crear entornos que impulsen el crecimiento, que apoyen a las personas y que se adapten a las necesidades psicológicas de los individuos” (Schalock, 2017, p. 18) para lograr la autonomía, la competencia y el establecimiento de nexos personales.

En este mismo sentido Verdugo (2003) caracteriza a la discapacidad intelectual por “limitaciones significativas en el funcionamiento intelectual y en la conducta adaptativa, expresada en las habilidades adaptativas conceptuales, sociales y prácticas” (p.6). Expone el autor una definición que incorpora cinco dimensiones (Verdugo, 2003):

- ❖ Dimensión I: Habilidades Intelectuales
- ❖ Dimensión II: Conducta adaptativa (conceptual, social y práctica)
- ❖ Dimensión III: Participación, Interacciones y Roles Sociales
- ❖ Dimensión IV: Salud (salud física, salud mental, etiología) Dimensión
- ❖ Dimensión V: Contexto (ambientes y cultura)

Siendo la dimensión de *habilidades intelectuales*, de *conductas adaptativas* y *contexto* las más relevantes para la presente investigación. Lo anterior dado a que es imperante el estudio de las habilidades que desarrollen una conducta adaptativa influenciada por el



contexto lo que permitiría un acercamiento al pensamiento de las personas con discapacidad intelectual.

Arias y Prieto (2015) argumentan que las personas con discapacidad intelectual leve, presentan dificultades en el uso de la memoria a corto y largo plazo; además señalan que lo anterior dificulta el desarrollo de su lenguaje. Al respecto López- Mojica (2018) identifica que jóvenes con discapacidad intelectual activan procesos cognitivos como la atención, la percepción y la memoria de trabajo, y por su uso se vuelven esquemas compensatorios ante tareas matemáticas de probabilidad.

Arias y Prieto (2015) proponen cuatro fases para analizar el lenguaje matemático en alumnos con discapacidad intelectual:

- ❖ Fase de lenguaje manipulativo: el niño observa, manipula y opera sobre los objetos descubriendo sus propiedades y las relaciones entre ellos.
- ❖ Fase del lenguaje verbal: los niños verbalizan lo que van realizando con los objetos;
- ❖ Fase del lenguaje simbólico: el niño pasa de lo concreto a lo abstracto, es decir, representa gráficamente lo realizado con los objetos
- ❖ Fase de resolución numérica: es donde opera con los signos abstractos, como son los números (p.47)

Marchesi, Coll y Palacios (2007) mencionan que una de las características del aprendizaje de los alumnos con dificultades de aprendizaje es la relación en el uso del pensamiento estratégico, para enfrentar problemas y generar nuevos conocimientos, como un déficit de la capacidad de autorregulación que les impide comprender la importancia de las estrategias, aplicarlas y transferirlas a nuevas tareas.

Los autores proponen dos procesos de transferencia producidos en el aprendizaje de estos alumnos. La transferencia de la vía baja (*low road*), se trata de la generalización de esquemas generados por la memoria, mientras que la vía alta (*high road*) exige una descontextualización y reestructuración mediante la abstracción de una estrategia aplicada en un contexto diferente. Una característica de la estrategia usada por estudiantes con dificultades de aprendizaje es por la vía baja y presentan dificultades con la transferencia deliberada.

## 2.2.2. Esquemas compensatorios de la Discapacidad Intelectual

Vygotski (1997) consideró a los *esquemas compensatorios* como los que asumen la función de los que por ciertas circunstancias no fueron desarrollados o son deficientes. El autor señaló que el desempeño de los niños con alguna discapacidad se ajusta a su contexto social; en ese sentido se toma en cuenta la insuficiencia, ante el tipo de tarea y en un ambiente para analizar su desempeño en tareas matemáticas.

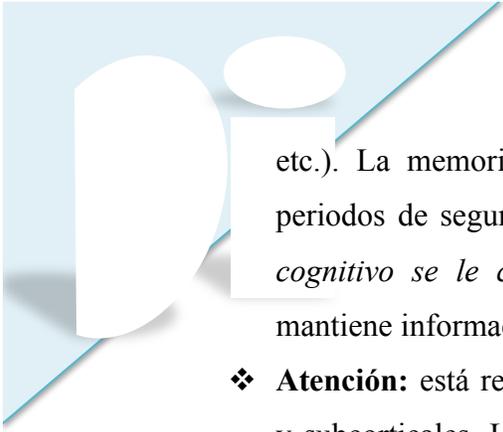
Según Vygotsky (1997), los niños con ausencias o limitaciones logran lo mismo que un niño regular; pero lo hacen de otra manera, por un camino distinto. Por lo que interesa identificar aquellos caminos distintos, aquellas maneras distintas.

López-Mojica (2013) señala que los esquemas compensatorios para niños con discapacidad intelectual, surgen ante la insuficiencia que cierto individuo tiene en su desempeño, compensando el desarrollo cognitivo como la atención, la percepción (visual, motriz, auditivo y gesticular) y la memoria. El autor señala que para la discapacidad intelectual, los esquemas compensatorios que se activan ante tareas matemáticas son: la memoria de trabajo que, acompañada del esquema visual, favorece el desarrollo de la memoria a largo plazo.

Para Álvarez y Trápaga (2008) los procesos cognitivos son aquellos que están relacionados con los procesos de la actividad intelectual que hacen posible reconocer objetos, personas poder hablar, leer, escribir y ejecutar acciones como pensar, tomar decisiones y recordar hechos y que están relacionados con la memoria, la atención y la percepción.

Los autores definen a las funciones cognitivas como la memoria, la atención y la percepción de la siguiente manera:

- ❖ **Memoria:** *mecanismos relacionados con la búsqueda de la información almacenada gracias a la educación formal e informal y la experiencia acumulada a lo largo de la vida* (Álvarez y Trápaga 2008, Pag. 101). Se clasifica, según un parámetro temporal en: memoria sensorial, de corto plazo y largo plazo. La memoria sensorial permite mantener la información durante milisegundos y se distinguen subtipos según la modalidad sensorial de que se trate (visual, auditiva,



etc.). La memoria a corto plazo permite mantener y manejar información por periodos de segundos; también se denomina *memoria inmediata* y a este proceso cognitivo se le conoce como *memoria de trabajo*. La memoria a largo plazo mantiene información por minutos, meses, años e incluso toda la vida.

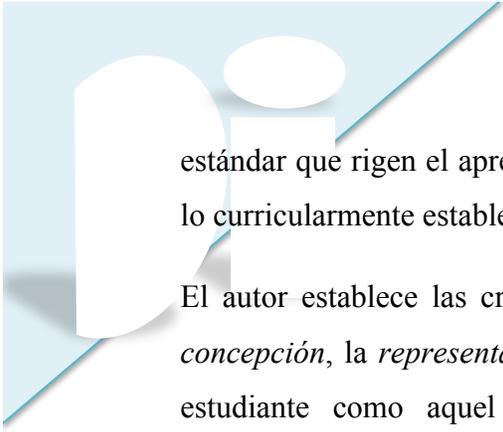
- ❖ **Atención:** está relacionado con diferentes circuitos anatomofuncionales, corticales y subcorticales. Los procesos atencionales abarcan desde el estado de alerta de la conciencia hasta la capacidad de controlar el procesamiento de la información del cerebro.
- ❖ **Percepción:** se refiere al conjunto de procesos mentales mediante el cual una persona selecciona, organiza e interpreta la información proveniente de estímulos, pensamientos y sentimientos, a partir de su experiencia previa, de manera lógica o significativa.

Al respecto Inhelder (1971) considera al desarrollo de las personas con discapacidad intelectual como una organización progresiva de un mecanismo operatorio. En consecuencia, lo “que interesa del pensamiento del niño es su estructura y funcionamiento, por lo que analiza sus nociones y su integración en sistemas sucesivos de conjunto” (p. 56). En este mismo sentido, Para López-Mojica (2013) es importante conocer cada una de las particularidades de las afecciones: “cuestiones biológicas, de conducta, de lenguaje, psicológicas; pues lo anterior nos daría una pauta para el diseño y el desarrollo de actividades de enseñanza” (p.57).

Además López-Mojica (2013) argumenta que los alumnos de educación especial pasan por las mismas dificultades que los niños de educación regular, pero la diferencia radica en que son más marcados sus procesos cognitivos de la memoria, de la atención y del lenguaje.

### **2.2.3. Comprensión en matemáticas**

Para esta investigación el término comprensión en matemáticas se toma de Kastberg (2002), quien define que un estudiante comprendió un concepto matemático cuando basado sobre el análisis de la evidencia disponible, el sistema de creencias atribuido a el estudiante es consistente con las creencias culturalmente aceptadas del concepto. Es decir, el autor no se refiere a cualquier creencia sino a aquellas específicas consistentes a la matemática



estándar que rigen el aprendizaje, es decir, las creencias de los estudiantes que se apegan a lo curricularmente establecido.

El autor establece las creencias de los estudiantes en cuatro categorías de evidencia: la *concepción*, la *representación*, la *conexión* y *aplicación*. Se refiere a la concepción de un estudiante como aquel sentimiento para comunicar ideas sobre el concepto. Una representación es un símbolo que el estudiante usa para comunicar el concepto. Una conexión es una relación entre representaciones. Y una aplicación es el uso del concepto para resolver un problema.

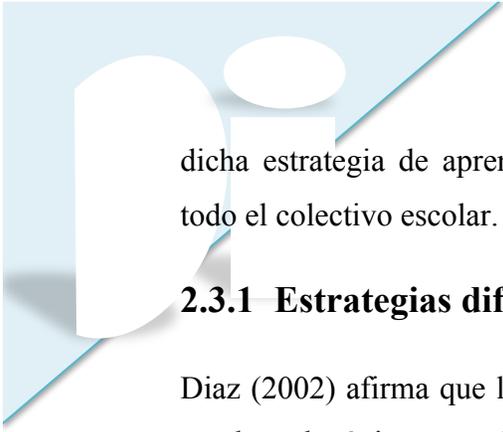
Usaremos las categorías de prueba de Kastberg (2002) como propuesta de tareas diferenciadas a estudiantes con Discapacidad Intelectual, para conocer su nivel de comprensión del concepto matemático (igualdad y equivalencia), que se pone en juego y la ecuación lineal o de primer grado como conector con otros objetos matemáticos.

### **2.3. Elementos didácticos**

Para esta sección interesa lo concerniente al tipo de estrategias que provoquen en el individuo un conocimiento, sin perder de vista la singularidad ni descuidar la generalidad de la diversidad en el aula (Florian, 2010; Díaz, 2002).

Florian (2010) propone la *pedagogía inclusiva*, se basa en el proceso de proporcionar apoyo a todos los alumnos, teniendo en cuenta las diversas características y necesidades de aprendizaje de cada uno. La autora señala que independientemente del tipo de discapacidad o de la categoría de la necesidad específica, se recomiendan las mismas estrategias de enseñanza. El énfasis debe radicar en la aplicación de una estrategia de enseñanza más que en el uso de una estrategia diferente, más que pensar en las diferencias entre los alumnos, es más útil pensar en términos de los logros del aprendizaje.

Es decir que la pedagogía inclusiva es el proceso de proporcionar apoyo a todos los alumnos, diferenciando para algunos, con un enfoque que ofrezca oportunidades de aprendizaje ricas y que sean suficientemente accesibles para todos, de tal forma que ellos sean capaces de participar en la dinámica del aula (Florian, 2010). En el entendido de que si



dicha estrategia de aprendizaje sirve para un estudiante con discapacidad funciona para todo el colectivo escolar.

### **2.3.1 Estrategias diferenciadas**

Díaz (2002) afirma que las estrategias de enseñanza son medios o recursos para prestar la ayuda pedagógica y que los factores también pueden ser relevantes para otras modalidades de enseñanza, como aquella que se imparte por medio de materiales textuales o mediante la computadora, donde, sin duda, tomarán matices diferenciales.

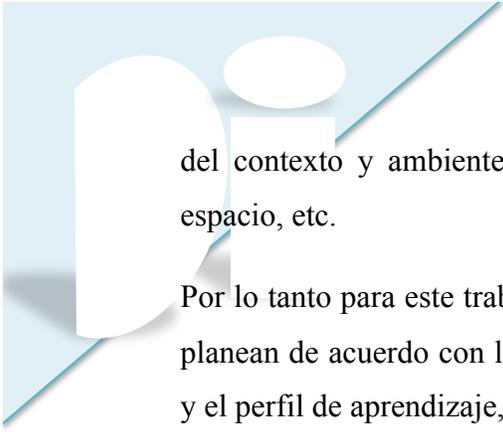
Las estrategias de enseñanza son el conjunto de actividades que se planean de acuerdo con las necesidades que se tengan, los objetivos que se persigan y la naturaleza del curso que se imparte, todo con la finalidad de hacer efectivo el proceso de aprendizaje (Díaz, 2002, p. 220).

La autora plantea temas de manejo de la información que desarrollan cada una de las variables siguientes: capacidad de almacenaje, duración de almacenamiento, modo de almacenaje y tipo de pérdida de la información, los cuales tienen que ver con la memoria sensorial, memoria a corto plazo y la memoria a largo plazo (Díaz, 2002).

Por su parte, Tomlinson (2005) argumenta que una estrategia diferenciada se basa en la premisa de que los estudiantes aprenden mejor cuando el docente toma en cuenta las diferencias de aprendizaje por la aptitud, interés y perfil de aprendizaje. Así como también por las múltiples formas de presentar el material a los alumnos para “proveer diferentes caminos para adquirir contenido, para procesar la información y para generar productos” (Tomlinson, 2001, p. 3).

La autora define a la aptitud como el nivel de destreza para comprender los contenidos y el conocimiento que el alumno tenga sobre éste. Es decir, conocer el nivel cognitivo del estudiante y el conocimiento previo, experiencias pasadas, y actitudes sobre la escuela (Tomlinson, 2003).

Por interés se refiere a los temas que el estudiante le interesa explorar o lo motivan a aprender. El perfil de aprendizaje, menciona la autora, cómo el alumno aprende y procesa la información, si prefiere trabajar en forma grupal o individual, así como las preferencias



del contexto y ambiente, es decir, si el alumno prefiere trabajar en silencio o necesita espacio, etc.

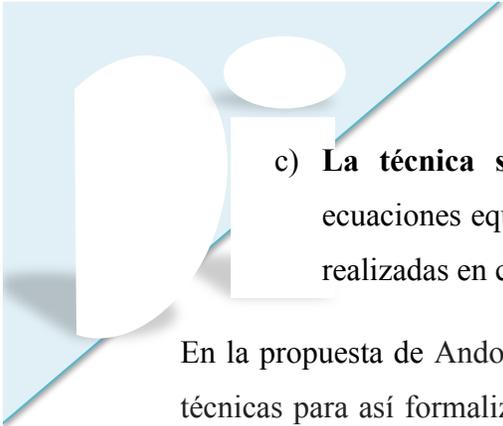
Por lo tanto para este trabajo la estrategia diferenciada es el conjunto de actividades que se planean de acuerdo con las necesidades que se tengan en cuenta como la actitud, el interés y el perfil de aprendizaje, ante la diversidad del aula.

### **2.3.2. Técnicas de enseñanza**

Una de las propuestas a considerar en la introducción de la ecuación lineal, es la planteada por Andonegui (2007). El autor expresa que, para el acercamiento a la comprensión de la ecuación es iniciar con el análisis de la *ecuación original* y a ésta decomponerla en expresiones equivalentes, para así, atribuirle un significado a la incógnita (Andonegui 2007).

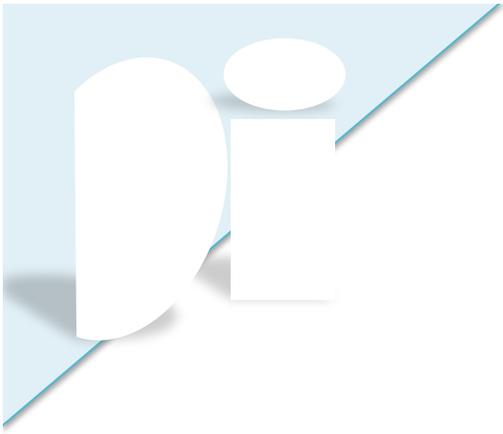
La propuesta de Andonegui (2007) consiste en tres técnicas (de la balanza, del gráfico transformacional, simbólica habitual), “las cuales pueden presentar diversas alternativas de aplicación, de acuerdo con la naturaleza de los términos que presente la ecuación” (19).

- a) **La técnica de la balanza.** Consiste en manipular y captar visualmente (imagen de una balanza) las transformaciones que afectan a cada miembro de la ecuación (platillos), a manera de percibir el equilibrio (imagen del equilibrio) de éstos, conforme se va generando una cadena de ecuaciones equivalentes. “Su limitación consiste en que los términos numéricos y los coeficientes de la incógnita deben ser todos positivos” (Andonegui, 2007, p. 19).
- b) **La técnica del gráfico transformacional.** El procedimiento implica que, a partir de la ecuación original, se van realizando sus transformaciones a ecuaciones equivalentes de manera detallada. Se prescinde de la balanza, así como de la limitante de términos positivos, y evoluciona a expresiones algebraicas. Por tanto, “las transformaciones en las expresiones generan la forma canónica de la ecuación” (Andonegui, 2007, p. 20).



c) **La técnica simbólica habitual.** Ésta consiste en presentar la cadena de ecuaciones equivalentes en su forma simbólica, sin señalar las transformaciones realizadas en cada paso (Andonegui, 2007).

En la propuesta de Andonegui (2007) se puede identificar la fortaleza de las dos primeras técnicas para así formalizar en la tercera. En ese sentido, se podría conjeturar el atribuirle sentido a la equivalencia de expresiones matemáticas en la ecuación lineal.





# Capítulo 3.

## Metodología de la investigación

En este capítulo se describen los métodos, se analizan los instrumentos y reportan las técnicas de registro de información que permitieron responder a la pregunta y alcanzar los objetivos. También se muestran las características de los participantes y análisis de las tareas, a manera de conformar la estrategia de enseñanza diferenciada, que permita obtener los niveles de comprensión según las características de los jóvenes con discapacidad intelectual.

### **3.1. Enfoque de la investigación**

Para Burns (2005), una investigación del tipo cualitativa permite un diseño, una estructura o guía para planificar, implementar y analizar un estudio cuyo objetivo primordial es describir las cualidades de un fenómeno, tanto como sea posible. En ese sentido, la presente investigación se ajusta al enfoque cualitativo (Vasilachis, 2006), pues son de interés los desempeños de los estudiantes ante las tareas de la actividad matemática *ecuación lineal*. Según Vasilachis (2006), la investigación cualitativa busca estudiar la realidad de los estudiantes, en su contexto natural dentro del aula. Los resultados se van integrando a la investigación y dan paso a la autocrítica por el investigador (Ojeda, 2006), que en este caso también fue el docente titular.

### 3.2. Procedimiento de la investigación

La pesquisa se desarrolló en tres fases: documental, indagación y comprensión.

1. La *fase documental* tuvo como objetivo la constitución de elementos teóricos, análisis de referencias, revisión de propuestas institucionales, con el fin de proponer la pregunta de investigación, crear los objetivos y establecer el escenario empírico. Además, permitió definir el problema de investigación. Particularmente, consistió en el análisis de las definiciones de diferentes autores para poder llevar a cabo la introducción de igualdad y equivalencia; se analizaron diferentes artículos que han favorecido la comprensión de los estudiantes con alguna característica asociada a la discapacidad intelectual en temas de álgebra, en particular con la ecuación lineal; se desarrollaron guiones de enseñanza.
2. La *fase de indagación* permitió al docente titular plantear actividades de enseñanza a manera de explorar el desempeño de los jóvenes con discapacidad incorporados en aulas regulares del nivel secundaria. A partir de los resultados obtenidos fue que se propuso la estrategia diferenciada que más adelante se analiza. Se tuvo un primer acercamiento a la comprensión de la ecuación lineal de estudiantes con discapacidad intelectual; se diseñaron tareas matemáticas sobre la igualdad y la equivalencia; se perfilaron los esquemas compensatorios que usan los estudiantes con discapacidad intelectual al resolver tareas de las nociones igualdad y equivalencia.
3. La *fase de comprensión* permitió perfeccionar la estrategia de enseñanza para profundizar en el desempeño de los estudiantes y así poder establecer los niveles de comprensión de la ecuación lineal, dada las respuestas de éstos. En particular, esta fase se enfocó en la comprensión de los niños sobre las ideas de igualdad y equivalencia enseñadas en las aulas. Se identificaron casos para profundizar en el uso de esquemas compensatorios. Permitted identificar el canal de comunicación con el alumno y las tareas diferenciadas. Esa información se complementó con lo identificado en la fase de indagación, durante las actividades de enseñanza sobre igualdad y equivalencia.

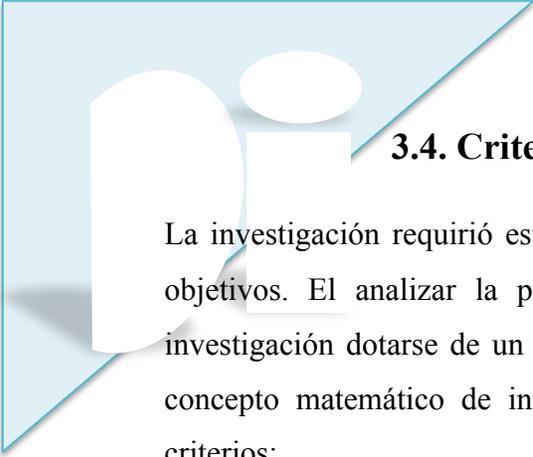
### 3.3. Métodos, instrumentos y técnicas

En cada fase de la investigación se normaron y sistematizaron las acciones, así como los instrumentos de recopilación de datos necesarios para informar sobre las preguntas y los objetivos. La Tabla 3.1 resume los métodos, instrumentos y técnicas en cada una de ellas.

Tabla 3.1. Métodos, instrumentos y técnicas por fase de la investigación.

	<b>Fase I Documental</b>	<b>Fase II Indagación</b>	<b>Fase III Comprensión</b>
<b>Método</b>	Investigación documental	Experienciación	Experimento de enseñanza
<b>Instrumento</b>	Guión de análisis	Guión de actividades	Guión de observación y de enseñanza
<b>Técnicas</b>	Escritura en papel Matrices	Escritura en papel Videograbación	Escritura en hojas de control Videograbación

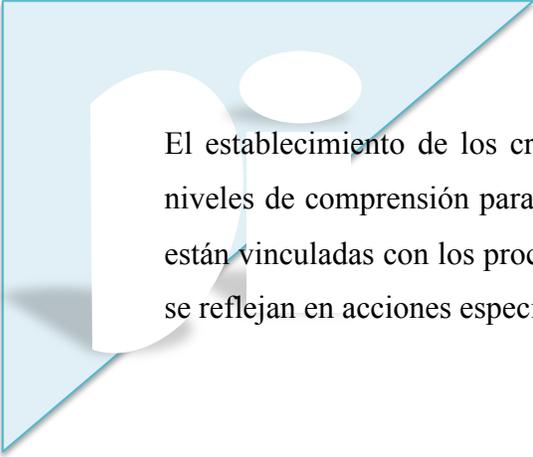
Como se adelantó, la investigación documental permitió constituir el problema de investigación, además orientó a establecer un primer contacto con los participantes, es decir, se tuvo una comprensión de la discapacidad intelectual. La experienciación (Maturana, 2003) favoreció, al docente titular, un proceso de indagación y reflexión de su propia práctica (Ojeda, 2006) respecto a la enseñanza de temas matemáticos a jóvenes con discapacidad intelectual. El experimento de enseñanza, permitió diseñar el entorno de aprendizaje para la introducción de los estudiantes en la resolución de tareas mediante la generación paulatina de maneras de razonar (Rojano, 2014). Se establecieron condiciones para poder profundizar en el análisis de los desempeños de los estudiantes y poder establecer los niveles de comprensión.



### 3.4. Criterios de análisis para la investigación

La investigación requirió establecer criterios que permitieran alimentar a las preguntas y objetivos. El analizar la producción de los estudiantes con discapacidad orilló a la investigación dotarse de un aparato conceptual para dar evidencia de la comprensión del concepto matemático de interés. Así se tuvo inclinación por establecer los siguientes criterios:

1. ***Nociones matemáticas.*** Según los elementos teóricos, un primer acercamiento a la idea de ecuación lineal (Dugopolski, 2002) se tiene con las nociones de equivalencia e igualdad. Además de la estructura matemática. Es decir, interesó lo relativo a identificar la bidirección en la estructura los elementos de ambos lados de la ecuación (Chalé-Can, Font y Acuña, 2017), así como la propiedad simétrica de la igualdad (Molina, Castro y Castro, 2009).
2. ***Esquemas compensatorios.*** Dada la naturaleza del escenario empírico, se requirió de documentarse sobre las características de la discapacidad intelectual. Acorde a lo señalado en López-Mojica (2013), es necesario enfatizar las potencialidades que presentan esta población. Por tanto, es preciso señalar las habilidades adaptativas (Verdugo, 2003) y los esquemas compensatorios de memoria, atención y percepción (López-Mojica, 2018; Vygotski, 1997; Álvarez y Trápaga, 2008).
3. ***Producción de respuestas.*** Schalock (2017) señala que las personas con discapacidad presentan un comportamiento adaptativo, que complementado con lo que señala Vergudo (2003), se puede reflejar en las conductas y acciones de los individuos en determinada situación. Entonces, el tipo de producción (Arias y Prieto, 2015) que emitan los participantes ante las situaciones matemáticas permitirá un acercamiento a su comprensión. De manera particular el foco para este criterio son: *expresiones matemáticas* (signos, símbolos, nomenclatura de la ecuación lineal); *expresiones manipulativas* de los objetos matemáticos o físicos, según demande la situación matemática; *expresiones verbales*, que pueden estar acompañadas de gestos, escritura, dibujos, señas.



El establecimiento de los criterios permitirá establecer la red conceptual para definir los niveles de comprensión para la ecuación lineal. Así se tiene que las nociones matemáticas están vinculadas con los procesos cognitivos a manera de esquemas compensatorios y éstos se reflejan en acciones específicas que se evidencian en la producción de respuestas.

### **3.5. Características de los participantes**

La investigación se desarrolló en las instalaciones de la Escuela Secundaria General Dr. Raymundo Abarca Alarcón, ubicada en la zona 09 en el centro del estado de Guerrero, dependiente de la Secretaría de Educación Pública. La institución cuenta con un director y sub director, un grupo de personas como equipo de apoyo: un médico, una enfermera, dos terapeutas del lenguaje, dos psicólogos, dos trabajadoras sociales, además del personal administrativo y de intendencia.

El plantel incluye a 63 docentes (22 profesoras y 41 profesores) que cubren los tres grados educativos (primero, segundo y tercero) y las diferentes materias (matemáticas, biología, física, química, etc.).

La escuela secundaria cuenta con una matrícula de 900 estudiantes, de los cuales 460 (40%) son hombres y el 540 (60%) son mujeres. Se tienen 30 alumnos (3.3%), de los 900, con necesidades educativas especiales asociadas a una discapacidad; predomina la discapacidad intelectual leve (USAER). Estos fueron los estudiantes participantes de la investigación y a quienes se les aplicó las actividades de enseñanza (ver Tabla 3.2).

La conformación de los grupos estuvo sujeta a las cuestiones institucionales del escenario empírico. En las aulas interactuaban en promedio 10 alumnos, de los cuales presentaban discapacidad, problemas motrices, discapacidad intelectual, por citar algunos casos.

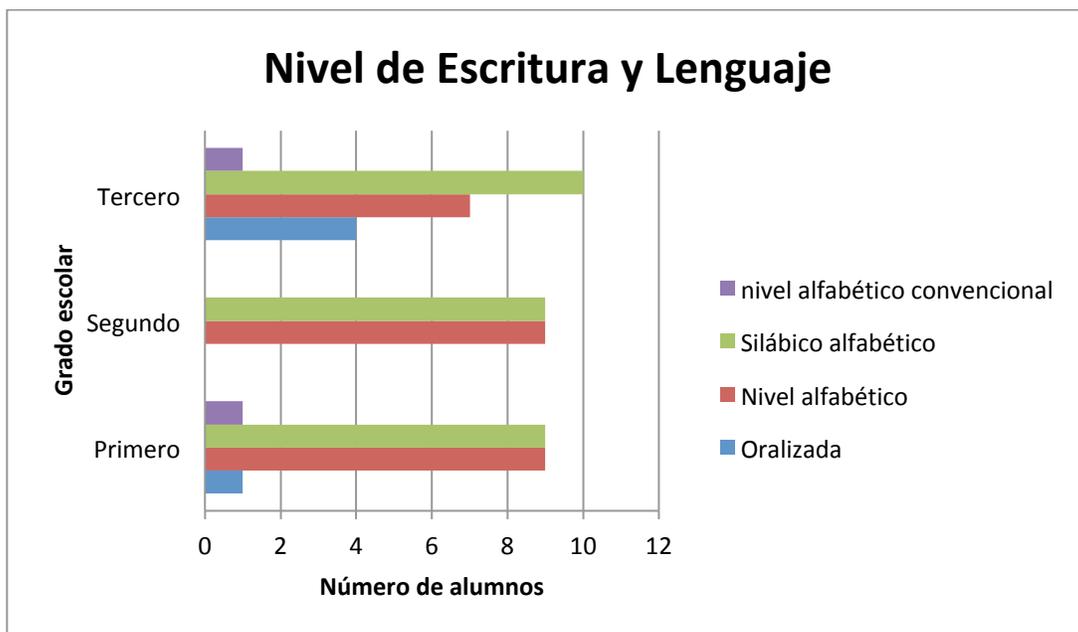
Una descripción de los participantes de la investigación se presenta en la Tabla 3.2, en ésta se puede identificar la diversidad de afecciones que conforman las aulas inclusivas de la secundaria, distribuidos dos alumnos con discapacidad por aula en los 18 grupos.

Tabla 3.2. Conformación de las aulas de los participantes.

Docente	Nivel-grado	Afecciones	Estudiantes
IM	1° secundaria	8 DI, 1 HU, 1 DID	10
IM	2° secundaria	7 DI, 1 TDAH, 1 PLG	9
IM	3° secundaria	5 DI, 1 HUI, 1 HUD, 1 TDAH, 1 DV, 1 HBP, 1 DM	11
		20 DI, 1 DID, 2 TDIH, 1 HU, 1 PLG, 1 HUI, 1 HUD, 1 DM, 1 DV, 1 HUP	30

HUI= Hipoacusia Unilateral Izquierdo; HUD= Hipoacusia Unilateral Derecho; HBP= Hipoacusia Bilateral Profunda; PLG=Problemas de Lenguaje; TDAH= Trastorno por déficit de atención e hiperactividad; DM= Discapacidad motriz.

Para la valoración inicial de esta investigación, se tomaron los datos proporcionados por la Unidad de Servicios y Apoyos a la Educación Regular (USAER). El diagnóstico resalta el lenguaje y la escritura (ver Tabla 3.3), que permitieron conocer cuáles son los canales de comunicación para interactuar con los estudiantes.



Grafica 3.1. Nivel de escritura y lenguaje (USAER).

### 3.5.1. Temporalidad

La investigación se desarrolló dentro del horario y tiempo establecidos por el plantel escolar. Dado que el docente titular también fue uno de los investigadores, el interés por el proyecto y la acogida en el escenario empírico fue de aproximadamente dos años. El docente desarrollaba las indagaciones del proyecto en un tiempo de 1 hora en tres días de la semana. Los resultados y el análisis de la práctica se discutía en un seminario de investigación en donde se proporcionaba información sobre las características de las discapacidades y el contenido matemático.

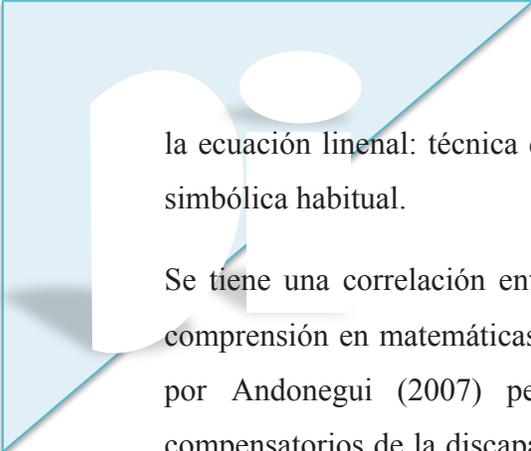
### 3.6. Propuesta: *Estrategia de Enseñanza Diferenciada*

La propuesta que se constituyó, con el fin de identificar niveles de comprensión para la ecuación lineal, se ajusta a lo señalado por Florian (2010) respecto a la Pedagogía Inclusiva. Este enfoque establece que se deben generar condiciones para que todos los alumnos puedan acceder al conocimiento, en este caso el matemático, teniendo en consideración las diversas características de aquellos, sin perder la peculiaridad de los que tienen discapacidad.

El otro elemento fundamental para el diseño fue el enfoque de estrategia diferenciada (Diaz, 2002). El cual consiste en proponer un conjunto de tareas variadas que pueden “proveer diferentes caminos para adquirir contenido, para procesar la información y para generar productos” (Tomlinson, 2001, p. 3). En concordancia con Arias y Prieto (2015), las tareas consideran las características de los estudiantes con discapacidad intelectual, éstas son claras, precisas y requieren, de manera gradual, el uso de material concreto.

Las tareas se organizan en función a las categorías propuestas por Kastberg (2002), para la comprensión en matemáticas, y en conjunto forman la estrategia de enseñanza diferenciada. Así se tienen cuatro tipos de tareas: *concepción, representación, conexión y aplicación*.

El modelo de enseñanza, propuesto por Andonegui (2007), fue primordial para la propuesta de *estrategia de enseñanza diferenciada*, éste incorpora tres técnicas para el aprendizaje de



la ecuación lineal: técnica de la balanza, técnica del gráfico transformacional y la técnica simbólica habitual.

Se tiene una correlación entre los niveles propuestos por Kastberg (2002), respecto a la comprensión en matemáticas y dado que interesa la ecuación lineal, las técnicas señaladas por Andonegui (2007) permitieron prefigurar los tipos de tareas. Los esquemas compensatorios de la discapacidad intelectual, recuperan las características de los procesos cognitivos asociados al pensamiento matemático, éstos fueron considerados también en las tareas de las nociones matemáticas: equivalencia e igualdad. Con lo anterior, se consideró la atención a la diversidad sin descuidar las particularidades (Florian, 2010) de los casos con discapacidad intelectual.

### **3.6.1. Tareas de la categoría *concepción***

En esta categoría se tienen las tareas que provocarían acciones del tipo exploratorias. Es decir, acciones donde el estudiante manipule objetos concretos para compararlos, sopesarlos, modificarlos. Estas acciones están encaminadas a las nociones de equivalencia de la cantidad de objetos y la igualdad respecto al valor de cada uno de ellos. El contexto es el uso de una balanza física, que permita la identificación, por medio de la atención, del equilibrio en ella.

Por ejemplo, se planteó la actividad “Ruleta de colores” (ver Figura 3.1) para introducir la noción de igualdad y equivalencia. Mediante cuatro círculos divididos en varios colores, los cuales representan cantidades fraccionarias. La actividad implica relacionar el dibujo con la parte numérica para señalar las dos magnitudes iguales.

Las respuestas sugerirían, en un primer acercamiento, la relación entre dos representaciones (figural y numérica) a manera de identificar la equivalencia en expresiones matemáticas, así como la igualdad en el valor de la magnitud.

### Actividad: Ruleta de colores.

**Objetivo:** explorar el nivel de equivalencia e igualdad.

**Consigna.** Analiza la siguiente situación, luego realicen lo que se pide. El estudiante unirá con una línea el enunciado con el círculo de colores, según corresponda con la descripción.

Figura 1		Círculo con el color rojo que equivale a $\frac{3}{4}$ de total.
Figura 2		¿Cuál de los círculos está coloreado en partes iguales?
Figura 3		¿En qué círculo hay menos amarillo?
Figura 4		Círculos que representa $\frac{1}{8}$ del color azul.

Figura 3.1. Actividad de comparación. Categoría Concepción.

### 3.6.2. Tareas de la categoría *representación*

Las tareas de esta categoría refieren al uso manipulativo de objetos físicos de diferente tamaño, peso y forma. La consigna primordial fue mantener el equilibrio en una balanza dado un conjunto de objetos. Para lo anterior, la técnica de la balanza (Andonegui, 2007) permitió al estudiante realizar transformaciones a los conjuntos de objetos en cada platillo de la balanza para lograr el equilibrio (equivalencia e igualdad).

Una tarea en concreto fue “La actividad Cubos” (ver Figura 3.2). Tuvo como objetivo el uso del signo igual; en esta actividad se trabajó con material concreto: cubos de madera de tres diferentes tamaños, peso y color. Se fomentó la manipulación de los diferentes tipos de cubos hasta que se encontrará una relación entre ellos. Además, el trabajar con el signo igual no es una invitación para obtener el resultado numérico de una operación, sino la familiarización con una actividad de “equilibrio” y de “simetría” (Chalé-Can, Font y

Acuña, 2017; Molina, Castro y Castro, 2009), y así desarrollar la idea de que las expresiones comparadas tienen el mismo valor.

**Actividad: Cubos**

**Objetivo:** Introducir un uso del signo igual.

**Consigna.** Analiza la siguiente situación, luego realicen lo que se pide. El estudiante manipulará cierta cantidad de cubos (en físico) de diferente tamaño y color. Encuentra una relación entre diferentes cubos (orden, peso, color, tamaño, etc.)

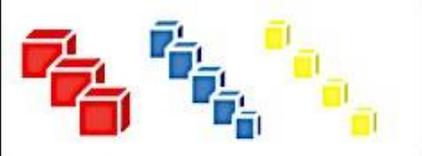
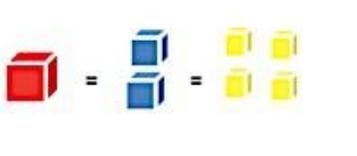
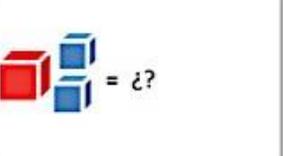
		
---	--	---

Figura 3.2. Actividad de igualación. Categoría Representación.

### 3.6.3. Tareas de la categoría *conexión*

Para esta categoría se aplicó la técnica de la balanza (Andonegui, 2007), el objetivo fue representar las propiedades de las operaciones con números naturales y, de este modo, introducir el equilibrio. El procedimiento es útil para manipular y captar visualmente las transformaciones que afectan a cada platillo (miembro de la ecuación) y que van generando la cadena de ecuaciones equivalentes. Se trabajó con términos numéricos y coeficientes de la incógnita positivos.

Este tipo de actividades permiten otorgarle significado al signo igual, por medio de la conexión que se establece entre la forma gráfica y las expresiones algebraicas, con acciones como “quitar” ó “poner” (ver Figura 3.3).

### Actividad: La balanza

**Objetivo:** Representación, en la balanza y por medio del gráfico, de objetos y expresiones matemáticas.

**Consigna.** Analiza la siguiente situación, luego realicen lo que se pide. El estudiante manipulará la balanza física de forma que comparará diferentes elementos (cubos de madera, canicas, tornillos, etc.). Además, representa en el cuaderno los resultados del equilibrio en la balanza.

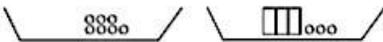
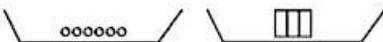
Balanzas	Símbolos	
	$2x + 9 = 5x + 3$	
Quitar 	Restar $2x$ en ambos miembros	
	$2x - 2x + 9 = 5x - 2x + 3$	
Quitar 	$9 = 3x + 3$	
	Restar 3 unidades en ambos miembros	
De donde:	$9 - 3 = 3x + 3 - 3$	
 = 	$6 = 3x$	
	$\frac{6}{3} = x$	
	<table border="1" data-bbox="1052 1140 1149 1178"><tr><td><math>2 = x</math></td></tr></table>	$2 = x$
$2 = x$		

Figura 3.3. Actividad de significación. Categoría Conexión.

#### 3.6.4. Tareas de la categoría *aplicación*

Para esta categoría se propusieron actividades en las que se aplicaría el concepto de ecuación lineal en la resolución de problemas (ver la Figura 3.4). Para tal efecto se empleó la técnica simbólica habitual (Andonegui, 2007), en la que el estudiante debería de presentar la cadena de ecuaciones equivalentes sin recurrir a señalar los pasos en cada una de ellas.

### Actividad: Solución de problemas

**Objetivo:** emplear la representación gráfica.

**Consigna.** Analiza la siguiente situación, luego realicen lo que se pide.

1. Hacer una representación gráfica (mediante cubos, cuadrados o barras) de las relaciones que existen entre los datos del problema.
2. Designar a una cantidad desconocida del problema la incógnita.
3. A partir del paso 3 definir el valor de la(s) cantidad(es) faltante(s) con relación a.
4. Establecer la ecuación correspondiente y resolver.

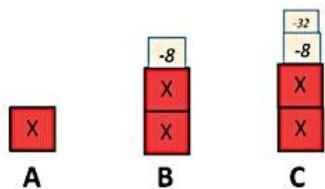
Ejercicio	Representación gráfica (relación entre los datos)	Método Simbólico habitual
Repartir \$152 entre A, B y C de modo que la parte de B sea \$8 menos que el duplo de la de A y \$32 más que la de C.	 <p>A: <math>X</math> B: <math>X</math> (con <math>-8</math> encima) C: <math>X</math> (con <math>-8</math> encima) y <math>-32</math> encima de ese.</p>	Luego: $A = X$ $B = 2X - 8$ $C = 2X - 40$ $5X - 48 = 152$ $5X = 200$ $X = \frac{200}{5} = 40$  Sustituyendo: $A = \$40$ $B = 2(40) - 8 = \$72$ $C = 2(40) - 40 = \$40.$

Figura 3.4. Actividad de solución. Categoría Aplicación.

En esta categoría se prescinde de la balanza y poco a poco el estudiante manipula las expresiones algebraicas. El procedimiento para este nivel sería el uso de hojas de trabajo. Su limitación consiste en que los términos numéricos, los coeficientes de la incógnita y las soluciones deben ser todos enteros positivos.



## Capítulo 4.

# Desempeño de los estudiantes en la Estrategia de Enseñanza Diferenciada

En el presente capítulo se muestra la aplicación de la Estrategia de Enseñanza Diferenciada que se diseñó en función a las características de los estudiantes con discapacidad intelectual. Para tener un primer acercamiento a su comprensión, se analizaron los desempeños según los criterios de análisis (nociones matemáticas de equivalencia e igualdad, esquemas compensatorios y el tipo de producción en sus respuestas) en las categorías de tareas que la componen. Se pudo identificar que siete de los diez estudiantes emplearon la técnica de la balanza para transitar en las categorías (concepción, representación, conexión y aplicación). Además, cinco alumnos lograron transitar en todas las tareas, lo que sugiere un acercamiento a la noción de equivalencia. A pesar de que en ocasiones descuidaban el uso del signo igual, su producción sugiere la relación entre los elementos de cada miembro de la igualdad y se mantuvo también la estructura de la ecuación. Respecto a los esquemas compensatorios, los estudiantes emplearon los del tipo primarios y secundarios para consolidar la noción de ecuación lineal.

## 4.1. Desempeños en la categoría concepción

Según las evidencias, los estudiantes mostraron un acercamiento a las nociones de orden y cardinalidad de un conjunto, cuando al explorar el material concreto (cubos) en relación a sus características (tamaño, color y peso), forman grupos manteniendo la cardinalidad y así permitirles la comparación de los conjuntos. Se permitió que los alumnos manipularan el material, pues según Kastberg (2002) en la categoría concepción interesa la idea que se tenga respecto al concepto matemático. También se puede señalar el uso de esquemas compensatorios primarios (perceptual motriz y perceptual visual) al comparar los elementos de los conjuntos. El tipo de producción en las respuestas fueron del tipo manipulativas y expresiones verbales, acompañadas de gestos.

### 4.1.1. Nociones matemáticas

Una de las primeras nociones matemáticas que se identificaron fue la de orden. Por ejemplo, el caso de **AY-2F** (Discapacidad Intelectual) al proporcionarle el material concreto, exploró manipulando los objetos y su producción sugiere un orden de los cubos en relación a su tamaño; además conformó conjuntos de cubos por el color (ver Figura 4.1). Al respecto de la cardinalidad solo se tomó en cuenta para indicar el número o cantidad de elementos de los conjuntos que se formaron al término de la actividad.



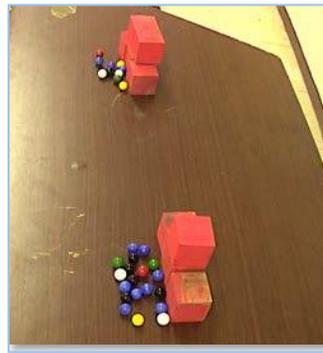
*Figura 4.1.* Ordena los cubos en relación a su tamaño.

Para el caso de **EM-2D** (Discapacidad Intelectual) como resultado de su desempeño al explorar el material concreto, pudo establecer un acercamiento a la noción de orden al agrupar en conjuntos de elementos según alguna de su característica. Es decir, relacionó para cada cubo la cantidad de canicas correspondientes (véase la Figura 4.2). Por otra parte, no se logra establecer la cardinalidad de los conjuntos. Puesto que no pudo establecer algún tipo de relación con otro tipo de material.



*Figura 4.2.* Ordena los cubos y las canicas.

Según el desempeño que presentó **AG-2C** (Discapacidad Intelectual), tiene consolidada la noción de orden y cardinalidad de conjuntos. Exploró el material y presentó conjuntos de elementos agrupados en cantidades diferentes que mantenían una relación entre sus elementos; en este caso resaltó la relación de que para cada cubo le correspondían dos canicas (véase la Figura 4.3).



*Figura 4.3.* Ordena los cubos y los relaciona con las canicas.

Como se puede observar, **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual) estableció la relación entre el número de cubos con el número de canicas solicitadas, al parecer la estudiante tiene acercamientos al pensamiento relacional. Pues además de lo anterior, mantiene la cardinalidad y puede dar respuesta para cualquier número de cubos.

#### 4.1.2. Esquemas compensatorios

Como se adelantó líneas arriba, los esquemas compensatorios identificados en las actividades de la categoría concepción fueron del tipo primarios (Vygotski, 1997; López-Mojica, 2013), es decir aquellos relacionados con el campo perceptual. Por ejemplo, **AY-2F**, (Discapacidad Intelectual) al formar los conjuntos de cubos dada la categoría color, recurrió al esquema perceptual motriz para sopesar con sus manos los cubos y al esquema perceptual visual para ordenarlos en filas. Es decir, de los cubos desordenados observa aquellos con las mismas características (ver figura 4.4a), para después sostener en sus manos y corroborar en peso la igualdad (ver figura 4.4b) de los objetos y finalmente ordenar en filas los conjuntos de cubos (ver figura 4.4c).



a). Observa los cubos



b). Corroborar la igualdad



c). Forma los conjuntos

*Figura 4.4.* Uso de los esquemas compensatorios perceptuales para el orden.

De manera similar, **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual) recurrió a un proceso parecido que en la figura anterior (figura 4.4), inició con el uso del esquema perceptual visual para señalar la característica común en los objetos, posteriormente corrobora la igualdad entre ellos comparándolos y finalmente ordena. La diferencia en la estudiante radica en que ella empleó también un esquema secundario, pues estableció la relación entre dos conjuntos de

diferente categoría (cubos con canicas). Es decir, para ordenar y comparar usó la memoria de trabajo.

En el caso de **EM-2D** (Discapacidad Intelectual), resultó en su desempeño un acercamiento a la noción de orden al poner en uso del esquema compensatorio visual y motriz, logra colocar el mismo número de elementos en un mismo conjunto. Todas las producciones logradas por el estudiante identifican que solo pone atención en mantener el mismo número de elementos en los conjuntos pero no establece ninguna relación entre ellos.

### 4.1.3. Producción de respuestas

El caso de **AY-2F** (Discapacidad Intelectual) usó expresiones del tipo manipulativas con los materiales concretos. Al presentarle los cubos con diferentes características (tamaño, peso y color) al inicio de la actividad, de inmediato tomó los cubos de mayor tamaño, uno en cada mano, para compararlos y confirmar que eran del mismo tamaño y poderlos ordenar en grupos (véase la figura 4.5).



*Figura 4.5. Comparación por tamaño*

Dada la característica de la estudiante **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual), la producción más frecuente en sus respuestas fueron manipulativas para esta categoría de concepción. Las expresiones fueron sobre los materiales concretos, para corroborar la igualdad en los cubos los toma y compara al parecer con el perceptual visual (ver figura 4.6). A diferencia del caso anterior, no es necesario compararlos para identificar que pertenecen al mismo conjunto. Algo similar pasó con las canicas, en este caso en particular la estudiante produce

dos conjuntos de diferentes materiales (canicas y cubos) que relaciona según el número de elementos que los componen.



*Figura 4.6.* Toma los cubos y ordena los conjuntos.

El estudiante **EM-2D** (Discapacidad Intelectual) al igual que sus compañeros, usó las expresiones de tipo manipulativas en los materiales concretos. Al mostrarle los diferentes materiales tangibles (cubos y canicas) con diferentes características (color, peso y tamaño), el estudiante logró formar conjuntos de diferentes elementos conformado por cubos de una sola medida.

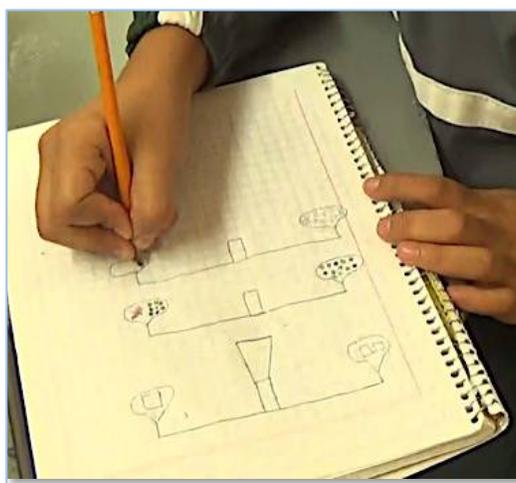
## **4.2. Desempeños en la categoría representación**

Las tareas para esta categoría tenían como fin el uso de los objetos y desarrollar la idea de equilibrio en una balanza. Según las evidencias los estudiantes mostraron un acercamiento a la noción de equivalencia, además se sugiere el uso de la técnica de la balanza (Andonegui, 2007), que consiste en manipular y captar visualmente (imagen de una balanza) las transformaciones que afectan a cada miembro de la ecuación (platinos), a manera de percibir el equilibrio (imagen del equilibrio). Para esta categoría de tareas, además de los esquemas compensatorios primarios, se identificaron esquemas compensatorios secundarios, como el uso de la memoria de trabajo. El tipo de producción de respuestas

además de expresiones manipulativas acompañadas con gestos, se recurrió a expresiones figúrales relativos al equilibrio.

#### 4.2.1. Nociones matemáticas

En el caso de la estudiante **AA-2E** (Discapacidad Intelectual), identifica la equivalencia como resultado de la comparación de los diferentes cubos por su peso. Realiza en su dibujo la representación gráfica del modelo de una balanza (Andonegui, 2007) la cual contiene en sus extremos platos con cuadrados (representando cubos) y círculos (representando canicas) ambas combinaciones mantienen a la balanza en equilibrio (ver figura 4.7), reflejando en la estudiante la noción matemática de equivalencia.

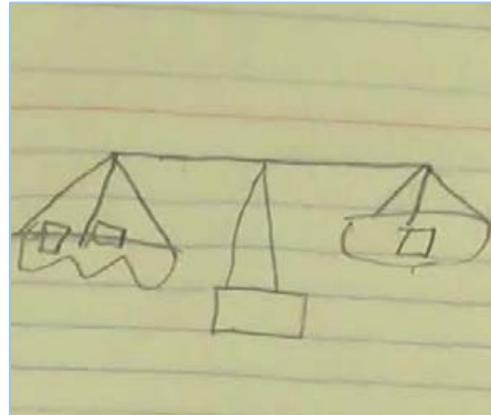


*Figura 4.7.* Representación gráfica de la balanza en equilibrio.

En el caso del estudiante **CD-2C** (Discapacidad Intelectual) identifica la equivalencia como resultado de la comparación de diferentes cubos (material concreto) en una balanza en físico que se utilizó como medio para comparar los cubos por su peso. Como resultado de la actividad previa el estudiante **CD-2C** realizó una representación gráfica del modelo de una balanza que mantiene a la balanza en equilibrio como resultado de las comparaciones entre los elementos (cubos) y sus diferentes características (peso y tamaño) teniendo como resultado de la actividad un acercamiento a la noción de equivalencia.

Otro de los casos que identificó la equivalencia fue **AY-2F** (Discapacidad Intelectual), señaló el peso de un cubo por otros más pequeños y sopesó (sostuvo en sus manos) los

objetos. Como resultado de la comparación de los materiales concretos (cubos) y el uso de la balanza en físico (véase la figura 4.8), realizó una representación gráfica del modelo de una balanza logrando establecer una relación de peso donde se mantienen en equilibrio dando evidencia de la noción de equivalencia.



*Figura 4.8.* Comparación del peso de los objetos y su representación gráfica.

#### **4.2.2. Esquemas compensatorios**

Los esquemas compensatorios identificados fueron del tipo primarios y secundarios. Los primarios son el perceptual visual y perceptual motriz. En cambio el secundario fue la memoria de trabajo. En el caso de la estudiante **AA-2E** (Discapacidad Intelectual) usó el esquema perceptual visual y motriz, pudo comparar los elementos concretos (cubos) para estimar sus pesos. Las evidencias graficas recabadas en este caso son mínimas. Lo anterior se relaciona con la adaptación de la estudiante a la actividad puesto que era la primera vez que se trabajaba con este tipo de materiales.

El estudiante **CD-2C** (Discapacidad Intelectual), al igual que el caso anterior, usó el esquema perceptual visual y motriz para identificar la relación de equivalencia de los elementos (cubos) al compararlos y tomar en cuenta sus características (peso y tamaño) logrando establecer una relación de peso entre un cubo grande y dos cubos pequeños.

Un proceso que se identificó en la mayoría de los casos fue el siguiente: para la equivalencia, el estudiante identificó con el esquema perceptual visual los cubos que tienen la misma forma y tamaño, corrobora con el esquema perceptual motriz sopesando cada

cubo que tengan las mismas características, posteriormente emplea la balanza para confirmar la equivalencia en pesos y representa con un dibujo la equivalencia (uso de la memoria de trabajo).

Por ejemplo, **AY-2F** (Discapacidad Intelectual), señaló el peso de un cubo por otros más pequeños y sopesó (sostuvo en sus manos) los objetos (véase la figura 4.9). Como resultado de la comparación de los materiales concretos (cubos) y el uso de la balanza en físico (véase la figura 4.9), realiza una representación gráfica del modelo de una balanza (véase la figura 4.9) logra establecer una relación de peso donde se mantienen en equilibrio dando evidencia de la noción de equivalencia.



a) Sopesar los cubos

b) Corroborar el peso

c) Mantener el equilibrio

*Figura 4.9.* Uso de esquemas compensatorios para la equivalencia.

Dada la característica del estudiante **AY-2F** (Discapacidad Intelectual), presenta una limitante en construir una oración para explicar lo que sucede en la actividad pero, identifica la equivalencia del peso de un cubo por otros más pequeños que sopesó (tomo con sus manos) y comparó. Además muestra como sus brazos son desequilibrados si no se mantiene la relación anterior haciendo alusión a una balanza. Determinando que para afrontar la actividad usó los esquemas motriz y visual para estimar los peso. El estudiante **AY-2F** muestra aceptación al uso de la balanza en físico al observar que las relaciones mantienen a la balanza en equilibrio.

### 4.2.3. Producción de respuestas

En este tipo de categorías de tareas, se pudo identificar que los alumnos usaban, para las nociones matemáticas, expresiones manipulativas acompañadas de gestos y representación en dibujos. En el caso de la estudiante **AA-2E** (Discapacidad Intelectual) usó el tipo de expresiones verbales al explicar que las dos cantidades de objetos con el mismo número en cada lado de la balanza se mantienen en equilibrio si se conserva la misma cantidad en cada plato que sostiene la balanza (véase la figura 4.10).



*Figura 4.10.* Uso de expresiones verbales para justificar el equilibrio.

El estudiante **CD-2C** (Discapacidad Intelectual) usó el tipo de expresiones verbales al explicar que los objetos que sostiene la balanza son de igual peso, por eso mantienen el equilibrio. Además de formar dos grupos de elementos (cubos y canicas) que al quitarles el mismo número y tipo de elementos a cada grupo, obteniendo como resultado grupos pero con menos elementos que siguen manteniendo el equilibrio como el grupo inicial.

**AY-2F** (Discapacidad Intelectual) por la naturaleza de su afeción no puede explicar de forma verbal, en su caso pone en uso el tipo de expresiones manipulativas al realizar los acomodos del material manipulable (cubos) en dos grupos (véase la figura 4.11) el primero conformado por un cubo grande y el segundo grupo formado por dos cubos pequeños que al sostenerlos en las manos indica que pueden mantener el equilibrio estableciendo por tanto una relación de peso entre ambas cantidades.



Figura 4.11. Forma grupos de cubo que estima son de igual peso.

### 4.3. Desempeños en la categoría conexión

Para la categoría conexión los estudiantes emplean el uso de la técnica del *gráfico transformacional* (Andonegui, 2007, p. 20). El procedimiento implica que, a partir de la ecuación original, se van realizando transformaciones a expresiones equivalentes de manera detallada. Se prescinde de la balanza en físico para transitar a lo abstracto y emplear el uso de un signo, en este caso el que representa la igualdad. Se utilizan los esquemas compensatorios secundarios (memoria de trabajo y de corto plazo), los estudiantes recuerdan el trabajo manipulativo y lo representan en sus respuestas con gráficos que tienen como resultado la equivalencia.

#### 4.3.1. Nociones matemáticas

En el caso del estudiante **YM-2E** (Discapacidad Intelectual) partió de la técnica de la balanza (Andonegui, 2007) para arribar a un método más abstracto, con el cual use un signo que pueda representar la igualdad, para este caso el estudiante emplea la técnica del gráfico transformacional (Andonegui, 2007). El estudiante representa por medio de platos los miembros de una ecuación y para representar los término emplea un cubo para cada  $x$ , un círculo para cada unidad numérica y el signo igual para establecer la relación entre los objetos (véase la figura 4.12); lo anterior sugiere que el estudiante mantiene la estructura de la ecuación.

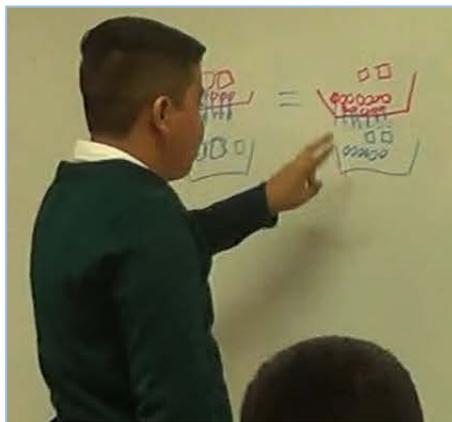


Figura 4.12. Uso del signo de igualdad.

El estudiante **CD-2C** (Discapacidad Intelectual) emplea la técnica del gráfico transformacional (Andonegui, 2007) al realizar cambios de las expresiones que sugieren la estructura de la ecuación. Como se nota en la siguiente figura (véase la figura 4.13), los dibujos se van cancelando conforme se tiene una representación similar y así el estudiante corrobora la equivalencia.



Figura 4.13. Representación de la igualdad.

Para el caso de **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual) como el caso anterior sugiere que se ocupó la técnica del gráfico transformacional, el desempeño del estudiante es diferente, comienza a resolver la ecuación cuando en sus dibujos inicia a realizar las modificaciones y expresar los objetos en formas equivalentes. De tal manera que pone su atención en el uso del signo igual para mantener la relación de los objetos (véase la figura 4.14), el estudiante cancela un cubo que representa la incógnita  $x$ , también cancela el mismo número de

círculos que en este caso son la parte numérica este proceso se aprecia en ambos platillos tomados como miembros teniendo como resultado expresiones equivalentes que al final muestran la figura de la igualdad que mantienen el equilibrio de la balanza de manera natural.



Figura 4.14. Uso del signo de igualdad.

### 4.3.2. Esquemas compensatorios

En esta categoría de tareas, los estudiantes ponen en uso la memoria de trabajo como esquema compensatorio secundario, pues lograron transitar de lo concreto a lo abstracto. Como el caso del estudiante **YM-2E** (Discapacidad Intelectual) usó la memoria de trabajo donde aparece la representación inicial del signo igual. El estudiante recupera las nociones de las actividades anteriores para plasmar en un gráfico (véase la figura 4.15) donde tienen la necesidad de usar un símbolo.

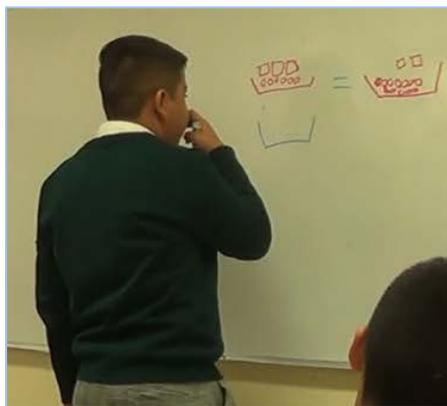
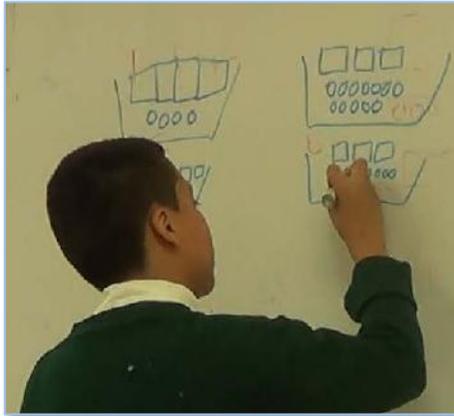


Figura 4.15. Representación inicial del signo igual.

A diferencia del caso anterior, el estudiante **CD-2C** (Discapacidad Intelectual) no inicia con el signo igual. El estudiante utiliza la memoria de trabajo, para plasmar en un gráfico (véase la figura 4.16) los platillos que representan los miembros de la ecuación que a pesar de las transformaciones no se afecta la igualdad dando como evidencia un resultado que sigue manteniendo la equivalencia.



*Figura 4.16.* Representación inicial de la igualdad mediante el equilibrio.

Al igual que los casos anteriores, en las tareas de la categoría conexión, en el caso de **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual), pone en uso el esquema memoria de trabajo, al representar un gráfico (véase la figura 4.17) que simboliza los miembros de una ecuación. Al inicio de la actividad utiliza el signo de la igualdad para unir las representaciones y confirmar que después de cada transformación se mantiene la equivalencia dándole sentido al signo de la igualdad por su uso.



*Figura 4.17.* Representación inicial del signo igual.

Para este caso, la escritura en papel pone en juego un nivel más abstracto, pues la estudiante no sólo representa las equivalencias de los objetos en el cuerpo de la ecuación, sino que opera las expresiones para tener la solución a ésta.

### 4.3.3. Producción de respuestas

Para este tipo de tareas, las respuestas de los estudiantes se relacionan en el uso del signo igual, pues éste permite conectar entre ambos platillos de una balanza (representación de la incógnita “ $x$ ”) y círculos (representando la parte numérica) dando evidencia de la noción o estructura de la ecuación lineal o de primer grado. Por ejemplo, el trabajo manipulativo que se realizó con anterioridad el estudiante **YM-2E** (Discapacidad Intelectual), encaminó sus respuestas a que identificara con expresiones matemáticas el uso de la igualdad representada en una balanza en equilibrio. Mediante signos y símbolos que ocupa para comunicar la idea de igualdad, en particular en este caso el estudiante se le dificulta exponer las respuestas de manera verbal el procedimiento que emplea es la representación de un gráfico.

El estudiante **CD-2C** (Discapacidad Intelectual) exterioriza sus respuestas de formas matemáticas expresadas en símbolos y signos con el uso de la igualdad representada en una balanza en equilibrio. Para esta tarea el estudiante recuerda el trabajo manipulativo con la balanza la cual plasma en papel logrando identificar los platos como miembros de la ecuación, que para mantenerla en equilibrio antepones el uso del signo igual (véase la figura 4.18).

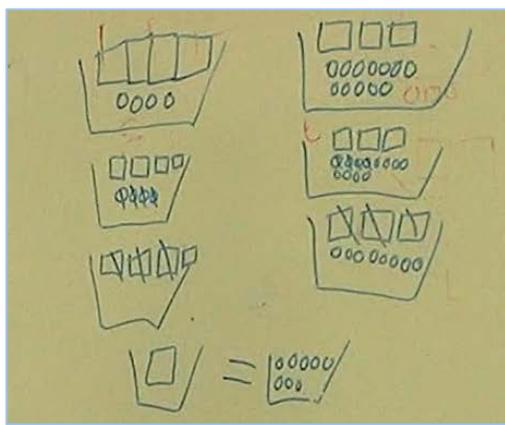
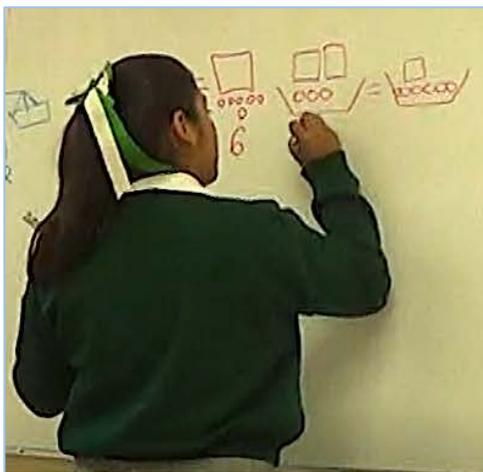


Figura 4.18. Uso de signos y símbolos como expresiones matemáticas.

Para el caso de **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual) expresa el tipo de respuestas matemáticas en signos que utiliza para simbolizar los miembros de una ecuación, al inicio de la actividad utiliza la igualdad para unir las representaciones y confirmar que después de cada transformación se mantiene la equivalencia dándole sentido al signo (véase la figura 4.19).



*Figura 4.19.* Uso de signos y símbolos como expresiones matemáticas.

#### **4.4. Desempeños en la categoría aplicación**

Para esta categoría los estudiantes emplean la técnica simbólica habitual (Andonegui, 2007). Ésta consiste en presentar la cadena de expresiones equivalentes relacionadas con los datos del problema, sin señalar las transformaciones realizadas en cada paso. Emplean el esquema compensatorio secundario como la memoria de trabajo y de corto plazo. Para el tipo de respuestas usan las representaciones gráficas (cubos, cuadrados o barras) para trabajar con las relaciones que existen entre los datos del problema y establece la estructura de la ecuación lineal mediante el uso de expresiones matemáticas.

##### **4.4.1. Nociones matemáticas**

Para esta categoría de aplicación, a diferencia de la anterior, los estudiantes asignan números a las representaciones gráficas y así confirman el uso de la estructura de la ecuación de primer grado o lineal. Lo anterior permite establecer que las nociones

matemáticas fundamentales para el tratamiento de dicha ecuación son la igualdad y la equivalencia, que de acuerdo con Andonegui (2007), la tarea de resolver una ecuación termina al obtener el valor de la incógnita.

Para el caso de **AY-2F** (Discapacidad Intelectual) en esta actividad el alumno utiliza las representaciones gráficas (cubos y círculos) para relacionarlos con los datos del problema. Presenta una limitación en identificar la estructura de la ecuación. Para encontrar una solución de forma numérica, el estudiante sí puede establecer que para mantener el equilibrio ambos platos (miembros) puede cancelar la misma cantidad de elementos de cada lado y reconocer que a cada cubo le corresponde cierta cantidad de círculos (Véase la figura 4.20).



*Figura 4.20.* Relaciones que existen entre los datos del problema.

A diferencia del caso anterior, la alumna **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual) puede identificar la estructura de la ecuación ( $2x + 3 = x + 6$ ), para posteriormente trabajar con ella, permitiendo desarrollar de forma gráfica la solución y asignarle la parte numérica para darle un valor a su resultado (véase la figura 4.21).



Figura 4.21. Estructura de la ecuación.

En el caso del estudiante **CD-2C** (Discapacidad Intelectual), en esta tarea, el alumno identifica y trabaja con la estructura de la ecuación que, a diferencia de los dos casos anteriores, no es necesario visualizar las transformaciones para resolver la actividad y puede asignar la parte numérica para encontrar el valor de la incógnita (representada en cubos) (Véase la figura 4.21).

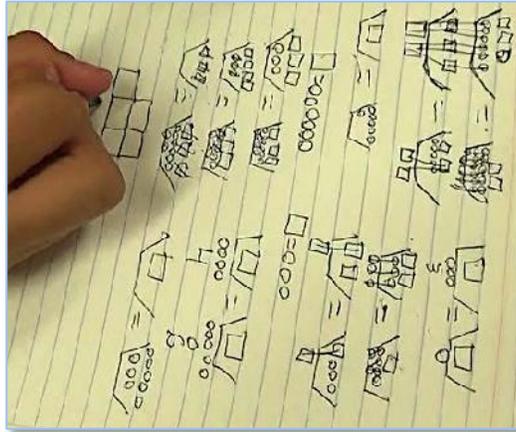


Figura 4.21. Prescinde de la visualización de las transformaciones de la ecuación.

#### 4.4.2. Esquemas compensatorios

Para esta categoría de aplicación, en la mayoría de los estudiantes se identificó el uso de la memoria de trabajo como esquema compensatorio secundario, en correlación con la parte

visual y motriz, para pasar de lo concreto a lo abstracto. El estudiante **AY-2F** (Discapacidad Intelectual) identifica la noción de equivalencia en este tipo de tarea, asigna números para establecer la estructura de la ecuación ( $3x + 6 = 2x + 12$ ), representada en cubos para la  $x$  y en círculos para la parte numérica (véase la figura 4.22).



*Figura 4.22.* Uso del esquema secundario memoria de trabajo.

Para la estudiante **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual) influyó el trabajo manipulativo y los esquemas primarios (atención y motriz), con los cuales estableció la relación de los objetos y que fueron la antesala de los esquemas secundarios (memoria de trabajo y de corto plazo) para que la alumna comprendiera la estructura de la ecuación y para poder usarla en la solución de la actividad (véase la figura 4.23).



*Figura 4.23.* Uso del esquema secundario memoria de trabajo.

En el caso del estudiante **YM-2E** (Discapacidad Intelectual) de manera natural utiliza el esquema compensatorio secundario memoria de trabajo y de corto plazo, para incorporar la noción matemática de equivalencia e igualdad representada en el modelo de la balanza para encontrar la solución del problema.

#### 4.4.3. Producción de respuestas

Para esta categoría de aplicación, los tipos de producciones emitidas por los estudiantes indican, según Arias y Prieto (2015), un acercamiento al contenido matemático y su comprensión, combinando con el uso de las expresiones matemáticas como los signos, símbolos y expresiones del tipo manipulativo que fueron trabajadas por los alumnos. Por ejemplo, el alumno **AY-2F** (Discapacidad Intelectual) responde a la actividad con expresiones matemáticas del tipo simbólico, porque utilizan signos y símbolos para encontrar una solución que puede comprobar el resultado con un valor numérico. Asigna valores a sus representaciones gráficas (Véase la figura 4.24).

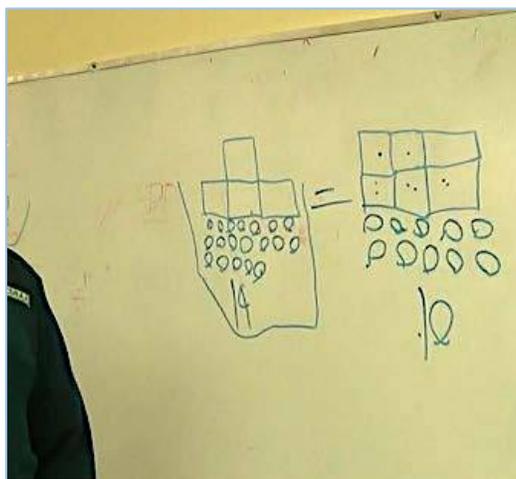


Figura 4.24. Uso de expresiones matemáticas.

Para el caso de **CD-2C**, (Discapacidad Intelectual) es imperante para el estudiante el uso del gráfico como respuesta matemática, que ha sido influenciado por el trabajo manipulativo que usó anteriormente. A diferencia de la mayoría de sus compañeros, el alumno asigna números a los gráficos identificando a la estructura de la ecuación la cual

puede darle solución y encontrar su valor numérico ( $2x + 3 = x + 6$ ), representando la incógnita con cubos y la parte numérica con círculos (Véase la figura 4.25).

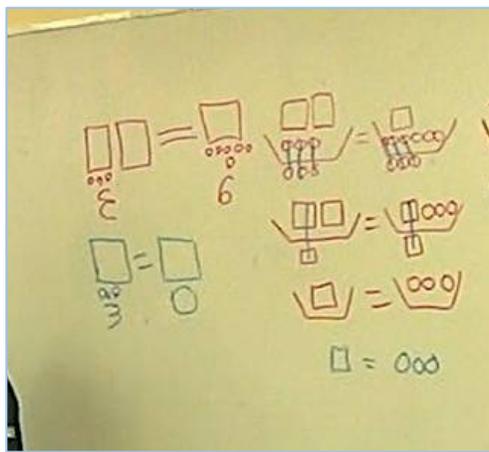


Figura 4.25. Uso de expresiones matemáticas y números.

Para el caso de **AG-2C**, (Discapacidad Intelectual), su tipo de respuesta es común con los demás compañeros que lograron transitar en las diferentes categorías; con el uso de expresión matemática, ella puede identificar el uso de signos y símbolos para desarrollar sus representaciones que corresponden a los datos de una ecuación a resolver y al asignar números puede encontrar una solución con valor numérico (Véase la figura 4.26).



Figura 4.26. Uso de expresiones matemáticas.

## 4.5. Comentarios del capítulo

Del desempeño de los estudiantes se pudo señalar que, para transitar en las cuatro categorías de tareas que formaban la Estrategia de Enseñanza Diferenciada, recurrieron a las nociones matemáticas de equivalencia e igualdad, así como a la estructura de la ecuación; también es de señalar que emplearon esquemas compensatorios primarios (perceptual visual y perceptual motriz) y secundarios (memoria de trabajo y a corto plazo). El tipo de respuestas que emitieron fueron del tipo expresiones manipulativas con gestos, expresiones matemáticas y dibujos. En la siguiente tabla 4.1 se resume la frecuencia según las categorías de análisis.

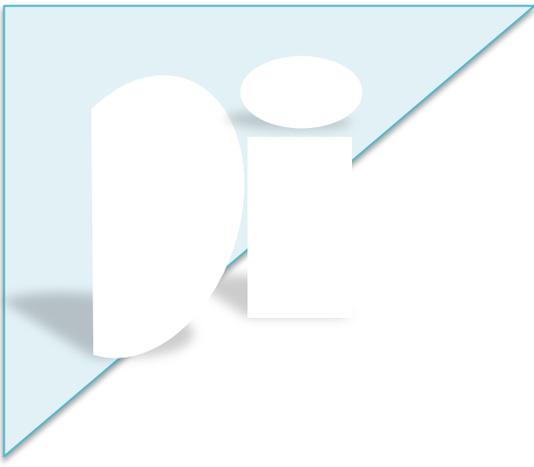
*Tabla 4.1.* Frecuencia de criterios identificados para cada categoría.

	<b>Nociones Matemáticas</b>	<b>Esquemas Compensatorios</b>	<b>Tipo de respuestas</b>
<b>Concepción</b>	- Cardinalidad - Conjunto	- Perceptual visual - Perceptual motriz	- Expresiones del tipo manipulativas
<b>Representación</b>	- Igualdad - Equivalencia	- Memoria - Atención	- Expresiones del tipo manipulativas - Expresiones verbales
<b>Conexión</b>	- Cantidades desconocidas - Indicios de incógnitas	- Memoria de trabajo - Atención	- Expresiones matemáticas
<b>Aplicación</b>	- Uso de cantidades desconocidas - Estructura de la ecuación	- Memoria de trabajo - Memoria de corto plazo	- Expresiones matemáticas

Respecto al acercamiento a la comprensión de la ecuación lineal, se puede señalar que, el transitar en las categorías de actividades de la Estrategia de Enseñanza Diferenciada, permitió de manera gradual arribar al uso de la estructura de la ecuación, pasando por las nociones de equivalencia e igualdad. En la tabla 4.2, se muestra una evolución de las nociones matemáticas según las categorías de tareas por estudiante.

*Tabla 4.2. Tránsito de los estudiantes en las diferentes categorías.*

<b>Estudiante</b>	<b>Concepción</b>	<b>Representación</b>	<b>Conexión</b>	<b>Aplicación</b>
<b>AA-2E</b>	Noción de orden	Identifica la equivalencia		
<b>JJ-2A</b>	Noción de orden	Identifica la equivalencia		
<b>EM-2D</b>	Noción de orden	Identifica la igualdad y la equivalencia	Uso del signo	
<b>AY-2F</b>	Noción de orden	Identifica la equivalencia	Uso del signo	Relaciona entre los datos del problema.
<b>AD-2C</b>	Noción de orden, establece conjuntos	Identifica la igualdad y la equivalencia	Uso del signo	Relaciona entre los datos del problema.
<b>YM-2E</b>	Noción de orden, establece conjuntos	Identifica la igualdad y la equivalencia	Uso del signo	Relaciona entre los datos del problema. Indicios del esquema de la ecuación lineal
<b>AG-2C</b>	Ordena en función a la tarea, establece conjuntos y su cordialidad	Identifica la igualdad y la equivalencia	Uso del signo	Relaciona entre los datos del problema. Indicios del esquema de la ecuación lineal





## Capítulo 5.

# Propuesta de niveles de comprensión para la ecuación lineal

En este capítulo se proponen y describen cuatro niveles de comprensión para la ecuación lineal. La propuesta se justifica en función a las características de las personas con discapacidad intelectual, es decir potenciar aquellos aspectos cognitivos que sí pueden desarrollar. Además se tomó en consideración los desempeños de los estudiantes ante la estrategia de enseñanza diferenciada (ver capítulo 3 y capítulo 4). Según los desempeños de los participantes, la comprensión de la ecuación lineal se pudiera desarrollar en cuatro niveles: *de exploración*, *operatorio*, *transitivo* y *de abstracción*. En el progreso de los niveles se van consolidando las nociones matemáticas (van de nociones de equivalencia e igualdad a la estructura de la ecuación). Esta propuesta de niveles de comprensión resume las estrategias de aprendizaje empleadas por los estudiantes con discapacidad intelectual participantes en el presente estudio, por lo que al final del presente capítulo se muestran el tipo de tareas que servirían para lograr la constitución del concepto matemático ecuación lineal.

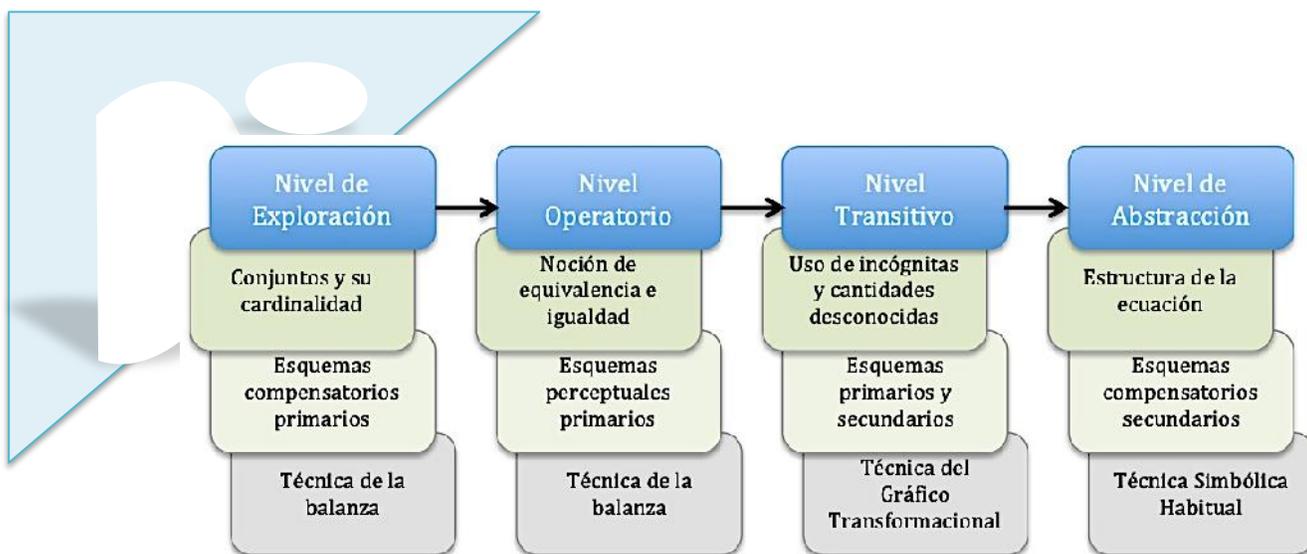
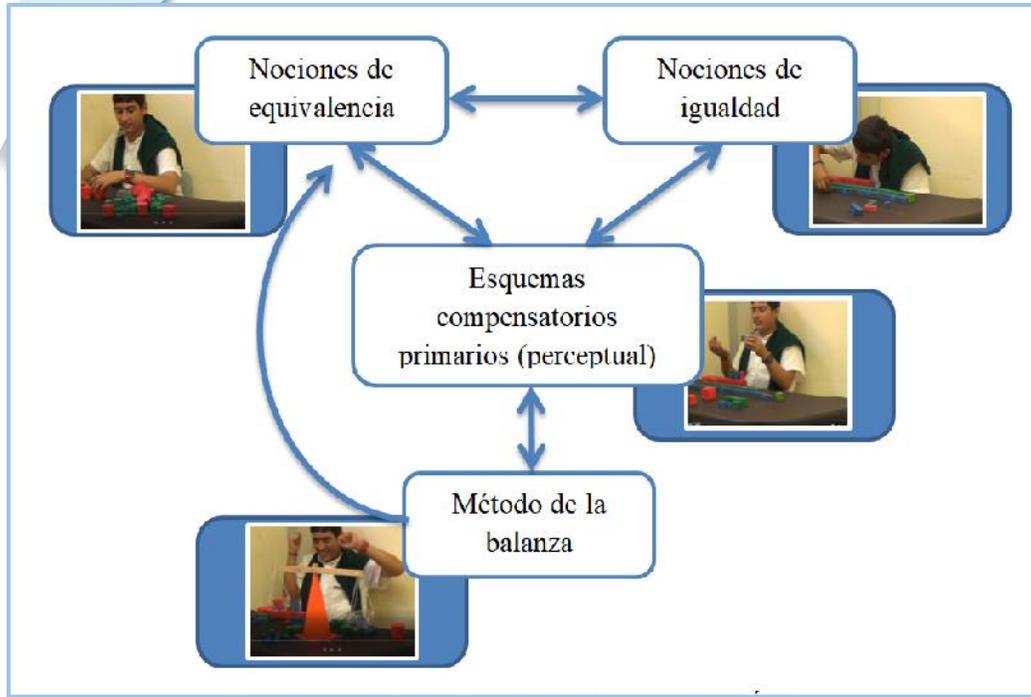


Figura 5.1. Estrategia de aprendizaje de estudiantes con discapacidad intelectual.

La lógica de los niveles de comprensión es la siguiente: en cada uno de ellos se va estructurando una noción matemática, relacionada con cierto esquema compensatorio y el tipo de respuesta dependen del nivel de consolidación del que se traten; así se tendrá una comprensión más apegada a las características de las personas con discapacidad intelectual y la respuesta sería propia de la población. Es de notar que el conjunto de los niveles de comprensión forman una estrategia de aprendizaje de los estudiantes.

### 5.1. Nivel de exploración

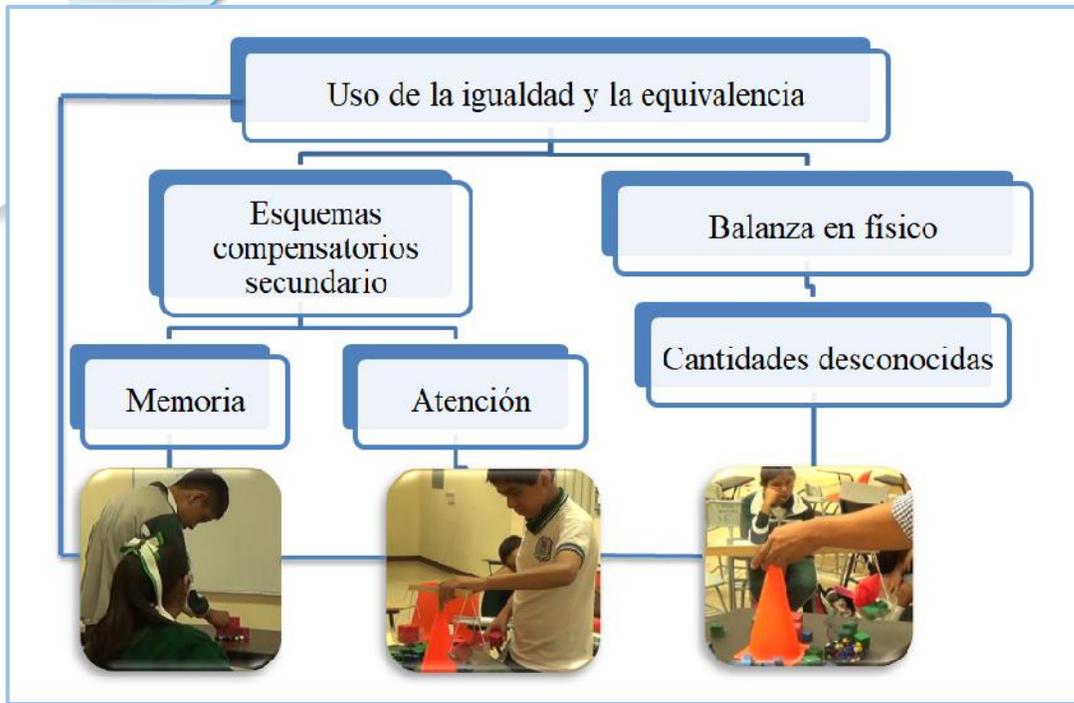
En este nivel se trabaja con las primeras nociones matemáticas de igualdad y equivalencia, en el momento en que el estudiante explora el material concreto (cubos) en relación a sus características (tamaño, color y peso) para ordenar y comparar conjuntos de objetos; es decir, correspondería a la comparación de los conjuntos dada la cardinalidad de éstos. Se caracteriza también, por el uso del esquema compensatorio perceptual asociado a la noción de equivalencia, es imperante el uso de la balanza en físico para otorgarle sentido a las instrucciones y nociones matemáticas. El material en concreto permite manipular la balanza (material concreto) para mostrar en qué se afecta cada lado de ésta (platinos) a manera de percibir el equilibrio. Por lo tanto, el tipo de respuesta que se esperan para este nivel son expresiones manipulativas asociadas con gestos, también se puede recurrir a dibujos que prefiguren un equilibrio (ver figura 5.2).



*Figura 5.2.* Estrategia de aprendizaje en el nivel exploratorio.

## 5.2. Nivel operatorio

Para este nivel se pudo identificar que el estudiante opera con las nociones matemáticas de igualdad y equivalencia; con el uso de la técnica de la balanza, manipuló y registró gráficamente (dibujo de una balanza) las transformaciones que afectan a cada miembro de la ecuación (platinos), a manera de percibir y mantener el equilibrio en ésta. El estudiante generaba una cadena de expresiones equivalentes y en consecuencia se activó el esquema compensatorio secundario (memoria de trabajo y atención) asociados al concepto matemático en uso. Es de señalar que se comenzó la introducción de cantidades desconocidas. Los estudiantes recurrieron a expresiones manipulativas y expresiones matemáticas para ir generando las equivalencias y percibir el equilibrio en la balanza (véase Figura 5.3).



*Figura 5.3.* Estrategia de aprendizaje en el nivel operatorio.

### 5.3. Nivel transitivo

En este nivel se establece un tránsito entre lo físico-manipulable y lo abstracto; es decir, de manera gradual se prescinde de la balanza en físico y se explora/opera con signos/símbolos expresiones equivalentes. Se recurre a un significado del signo igual para instituir la relación entre los elementos que mantienen la estructura de la ecuación lineal. El estudiante para transitar de lo concreto a lo abstracto, emplea el uso de la técnica del gráfico transformacional. El procedimiento implica que, a partir de la ecuación original dada, se vayan realizando transformaciones gráficas (cubos, cuadrados o barras) en ecuaciones equivalentes de manera detallada, de lo anterior se pretende constituir la estructura de la ecuación. En este nivel el estudiante opera con cantidades desconocidas para poder introducir la noción de incógnita. Todo lo anterior requiere del uso de esquemas compensatorios tanto primarios (perceptuales) como secundarios (memorias: de trabajo y corto plazo, y la atención). Por tanto, para el presente nivel interesa el proceso que hay entre lo concreto y lo abstracto (véase Figura 5.4), lo cual en parte, se reflejaría en el tipo

de respuestas de los estudiantes, éstas son del tipo expresiones matemáticas, uso de signos matemáticos y el uso del signo igual.

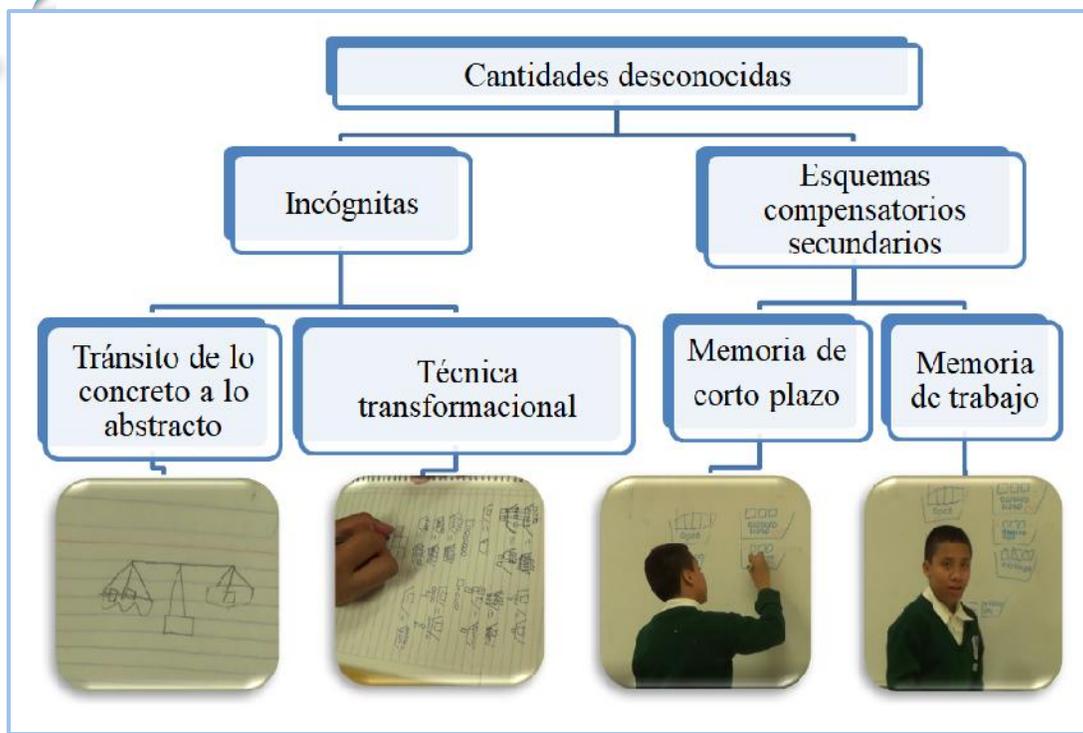


Figura 5.4. Estrategia de aprendizaje en el nivel transitivo.

#### 5.4. Nivel de abstracción

Para este nivel los estudiantes emplean las representaciones numéricas de las relaciones que existen entre los datos del problema para establecer la estructura de la ecuación lineal mediante el uso de expresiones matemáticas (literales e incógnitas). Con el uso de la técnica simbólica habitual se comenzó a trabajar con cantidades desconocidas; los signos correspondientes fueron: la  $x$  se representaba con un cuadrado (véase Figura 5.5) y las literales por círculos. Para operar la expresión anterior, se iban cancelando en ambos miembros de la ecuación y así generar una nueva expresión diferente a la anterior pero que mantenía el equilibrio. El proceso que se generaba permitía dotar de sentido a la incógnita y poder visualizar el resultado. El estudiante utiliza esquemas compensatorios secundarios, pues pone en uso la memoria de trabajo y de corto plazo como estrategia para encontrar una

solución al problema planteado. Se prescinde totalmente del material concreto, las expresiones de los estudiantes son matemáticas y simbólicas.

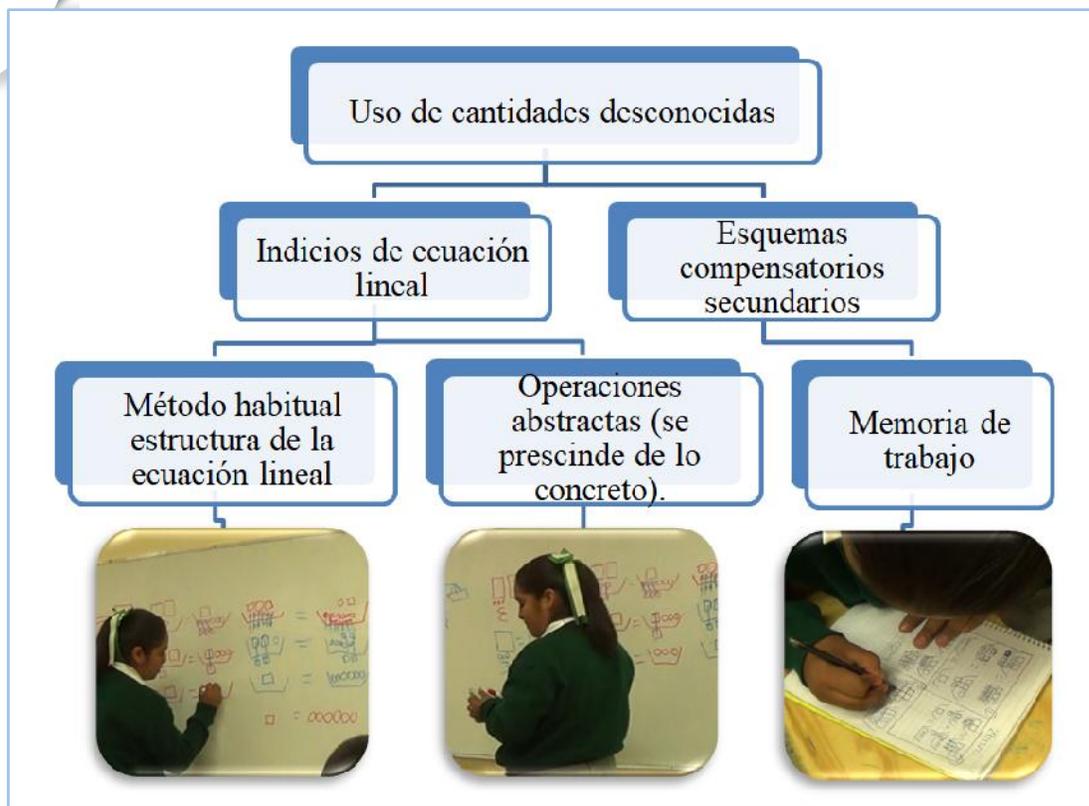


Figura 5.5. Estrategia de aprendizaje en el nivel de abstracción.

## 5.5. Comentarios del capítulo

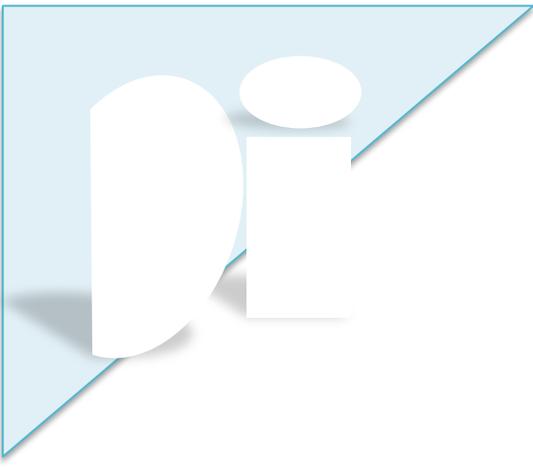
En este capítulo se da muestra de una propuesta de niveles de comprensión para la ecuación lineal que es generada según los desempeños de los estudiantes ante la enseñanza del concepto matemático y sus propias características reportadas en investigaciones. Los niveles de comprensión permiten establecer un acercamiento a las nociones matemáticas de equivalencia e igualdad que generarían el concepto de ecuación lineal. La propuesta se basó en los niveles de comprensión de Kastberg (2002) y los esquemas compensatorios asociados a la discapacidad intelectual (López-Mojica, 2013). Se destaca un tránsito de lo concreto a lo abstracto, para arribar a la estructura de la ecuación y la idea de equivalencia e igualdad. La diferencia de los presentes niveles de comprensión a los propuestos por

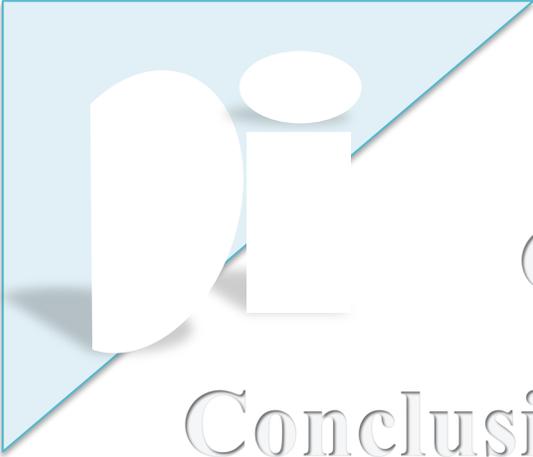
Kastberg (2002), radica en que los primeros consideran las características muy particulares de las personas con discapacidad intelectual, es decir que se promueve un comportamiento adaptativo (Schalock, 2017) según el contenido matemático a desarrollar y parte de elementos en concreto para que, de manera gradual, asignen un significado (Arias y Prieto, 2015).

Para asegurar que los estudiantes puedan transitar en los cuatro niveles de comprensión para la ecuación lineal, en la siguiente tabla se proponen los tipos de tareas que deberían desarrollarse. Estos tipos de tareas corresponden y están en concordancia a los niveles propuestos.

*Tabla 5.1. Tareas que favorecen los niveles de comprensión*  
(Rodríguez, Miranda y López-Mojica, 2018).

	<b>Tareas de exploración</b>	<b>Tareas operatorias</b>	<b>Tareas de transición</b>	<b>Tareas de abstracción</b>
<b>Tareas diferenciadas para la comprensión de la ecuación lineal</b>	Nociones de equivalencia e igualdad	Uso de la equivalencia y la igualdad	Cantidades desconocidas e Indicios de incógnitas	Uso de cantidades desconocidas e Indicios de ecuación lineal
	Esquema compensatorios: perceptuales ( <i>visual, motriz, auditivo y gesticular</i> )	Esquemas compensatorios: <i>Memoria, Atención</i>	Esquemas compensatorios: <i>Memoria de trabajo, Atención</i>	Método habitual de solución ecuación lineal <i>Memoria de trabajo, corto plazo</i>
	Balanza en físico	Técnica de la balanza en físico con cantidades desconocida	Tránsito de lo concreto a lo abstracto  Técnica gráfico transformacional	Operaciones abstractas (se prescinde de lo concreto).





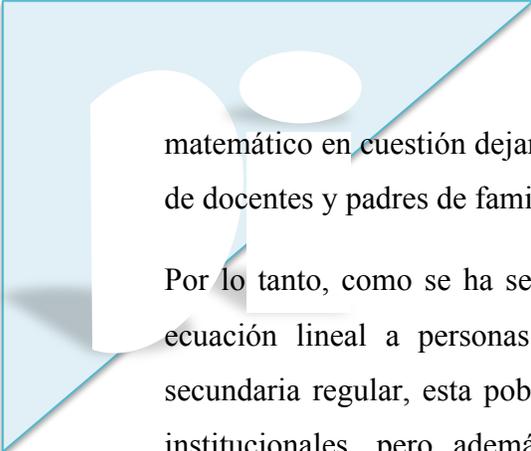
## Capítulo 6.

# Conclusiones y prospectiva de la investigación

El interés de la investigación fue analizar el desempeño de los estudiantes con discapacidad intelectual ante la ecuación lineal, por lo que se propuso una Estrategia de Enseñanza Diferenciada. Además, para tener un acercamiento al pensamiento matemático, de las estrategias de aprendizaje identificadas se organizaron y propusieron niveles de comprensión por los cuales transitarían los estudiantes con discapacidad intelectual. Por lo tanto, el presente capítulo presenta las reflexiones finales del estudio, así como pretende responder de manera sucinta la pregunta de investigación y señalar el alcance de los objetivos.

### **6.1. Sobre la pregunta de investigación**

Debido a la naturaleza del fenómeno estudiado en el presente documento, la pregunta de investigación se pretende responder en dos sentidos, sobre las estrategias de enseñanza y las de aprendizaje. Por una parte identificar las estrategias de enseñanza que permitan un mejor acercamiento a la ecuación lineal por parte de los docentes establecería un marco de referencia para su enseñanza a la población con discapacidad. Por otro lado, señalar las estrategias de aprendizaje que siguen los estudiantes con discapacidad respecto al contenido



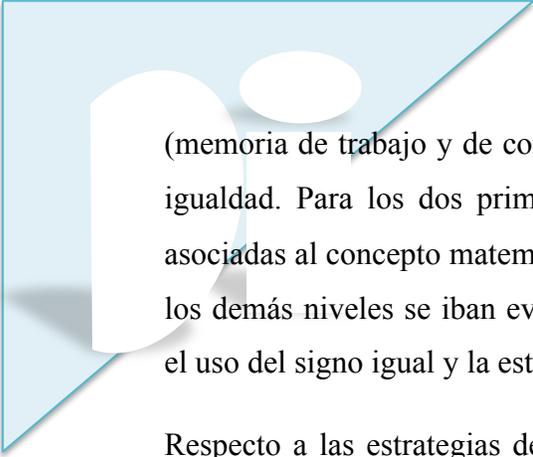
matemático en cuestión dejaría clara una alternativa de su tratamiento en las aulas por parte de docentes y padres de familia.

Por lo tanto, como se ha señalado, se tuvo un primer acercamiento a la enseñanza de la ecuación lineal a personas con discapacidad intelectual incorporadas en una escuela secundaria regular, esta población es atendida con el resto de los estudiantes en horarios institucionales, pero además se les ofrece apoyo extra clase, se formó el club de regularización en matemáticas.

Dada la preocupación por el acercamiento a la ecuación lineal, se planteó la pregunta sobre cuáles son las estrategias de enseñanza y aprendizaje que promueven la comprensión de la ecuación lineal. Según los resultados de la investigación una posible estrategia de enseñanza corresponde a la interrelación de los siguientes elementos: el enfoque de la pedagogía inclusiva según lo señalado por Florian (2010), las técnicas de enseñanza de la ecuación lineal según Andonegui (2007), los niveles de comprensión planteados por Kastberg (2002), los esquemas compensatorios asociados a la discapacidad intelectual (López-Mojica, 2013), las fases para analizar el lenguaje matemático en alumnos con discapacidad intelectual (Arias y Prieto, 2015) y la propuesta de estrategias diferenciadas de Tomlinson (2003). En conjunto permitieron establecer una Estrategia de Enseñanza Diferenciada (EED), la cual no solo favorecería el acercamiento de la ecuación lineal a las personas con discapacidad sino a todo el alumnado (ver capítulo 3 sección 3.6).

La Estrategia de Enseñanza Diferenciada se analizó con tres criterios: nociones matemáticas (equivalencia, igualdad y estructura de la ecuación), esquemas compensatorios (primarios y secundarios) y el tipo de producción que tuvieron los estudiantes (expresiones matemáticas, manipulativas y/o verbales). Lo anterior permitió señalar el tránsito de nociones de equivalencia e igualdad a la estructura de la ecuación por parte de los estudiantes.

En concordancia con lo planteado por Kastberg (2002) en la EED se pueden señalar cuatro niveles de comprensión: *concepción*, *representación*, *conexión* y *aplicación*. En los niveles se pusieron en uso esquemas compensatorios primarios como la percepción (visual, motriz, auditivo y gesticular) para después evolucionar a esquemas compensatorios secundarios



(memoria de trabajo y de corto plazo) asociados a la noción matemática de equivalencia e igualdad. Para los dos primeros niveles el tipo de respuesta fue del tipo manipulativas asociadas al concepto matemático de la equivalencia e igualdad y conforme se transitaba en los demás niveles se iban evolucionando los tipos de respuestas de nociones matemáticas, el uso del signo igual y la estructura de la ecuación lineal.

Respecto a las estrategias de aprendizaje, este sentido de la pregunta de investigación se respondería de la siguiente manera. Según los desempeños de los estudiantes con discapacidad, recurrieron a estrategias de aprendizaje propias de la discapacidad. Por lo tanto, estas estrategias de aprendizaje se organizaron en cuatro niveles y en conjunto permitirían señalar la comprensión de la ecuación lineal.

Por lo tanto, para favorecer la comprensión de la ecuación lineal a estudiantes con discapacidad intelectual es necesario transiten en los cuatro niveles propuestos, estos son: *de exploración*, *operatorio*, *transitivo* y *de abstracción* (ver capítulo 5). Para el nivel de exploración se identifican los conceptos matemáticos de conjuntos y su cordialidad activando los esquemas compensatorios primarios y el uso de la balanza en físico. El nivel operatorio se caracteriza por las nociones de igualdad y equivalencia, poniendo en uso los esquemas compensatorios primarios en el uso de la técnica de la balanza. El nivel transitivo trabaja con las incógnitas y cantidades desconocidas, los cuales activan los esquemas compensatorios primarios y secundarios y se emplea la técnica del gráfico transformacional. Y en el nivel transitivo se establece la estructura de la ecuación para activar los esquemas compensatorios secundarios con el uso de la técnica simbólica habitual.

Si bien se inició con la distinción de la pregunta de investigación en los dos sentidos, sobre estrategias de enseñanza y de aprendizaje, éstos se relacionan y a la par permiten señalar la comprensión de la ecuación lineal que tienen los estudiantes con discapacidad intelectual. Además, permite que los profesores de cualquier nivel educativo y que tengan un acercamiento a la población con discapacidad, puedan acercar el contenido matemático a esta población.

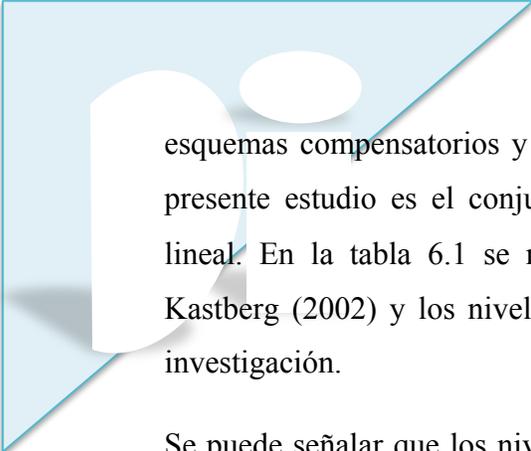
## 6.2. Sobre los objetivos de la investigación

El objetivo principal de la investigación fue analizar la comprensión de la ecuación lineal de estudiantes con discapacidad, para lograr lo anterior se recurrió a examinar los desempeños de los estudiantes ante tareas que promovieran nociones matemáticas previas al contenido de interés. Por lo tanto se diseñaron tareas para la ecuación lineal considerando esquemas compensatorios primarios y secundarios (percepción, atención y memoria), las características de la población con discapacidad como el comportamiento adaptivo, la cual se describe en el apartado anterior que está en relación a los cuatro niveles de tareas diferenciadas.

Tabla 6.1. Tareas diferenciadas para la comprensión de la ecuación lineal.

Categorías (Kastberg, 2002)	Concepción	Representación	Conexión	Aplicación
Niveles (López-Mojica, 2013)	<b>Exploración</b> <b>Tareas de exploración</b>	<b>Operaciones</b> <b>Tareas operatorias</b>	<b>Transición</b> <b>Tareas de transición</b>	<b>Abstracción</b> <b>Tareas de abstracción</b>
<i>Nociones matemáticas</i>	Nociones de equivalencia e igualdad	Uso de la equivalencia y la igualdad	Cantidades desconocidas e Indicios de incógnitas	Uso de cantidades desconocidas e Indicios de ecuación lineal
<i>Esquemas compensatorios</i>	Visual, motriz, auditivo y gesticular	Memoria, Atención	Memoria de trabajo, Atención	Memoria de trabajo, corto plazo
<i>Técnica de enseñanza</i>	Balanza en físico	Técnica de la balanza en físico con cantidades desconocidas	Tránsito de lo concreto a lo abstracto  Técnica gráfico transformacional	Método habitual de solución ecuación lineal  Operaciones abstractas (se prescinde de lo concreto).

Las tareas se diseñaron en función a esquemas compensatorios, nociones matemáticas, comportamiento adaptativo, fueron analizados con los criterios de nociones matemáticas,



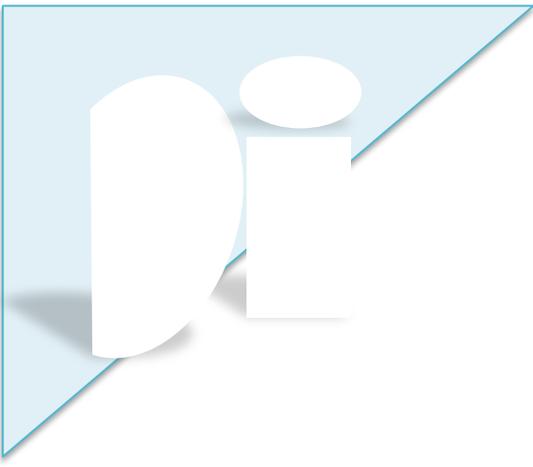
esquemas compensatorios y el tipo de respuestas matemáticas. Uno de los resultados del presente estudio es el conjunto de tareas que favorecen la comprensión de la ecuación lineal. En la tabla 6.1 se muestra la correlación entre los niveles de comprensión de Kastberg (2002) y los niveles de comprensión para la ecuación lineal resultados de esta investigación.

Se puede señalar que los niveles de Kastberg (2002) permitieron en una primera instancia acercar el contenido matemático a la población de interés, pero no recuperaba la naturaleza de la discapacidad intelectual, por lo que se recurrió a lo señalado por Arias y Prieto (2015) respecto al lenguaje matemático, pero éstos no señalaban lo correspondiente a la ecuación lineal. En cambio, la propuesta de López-Mojica (2013) se aproximó a examinar el desempeño de los estudiantes considerando la naturaleza de la discapacidad.

### **6.3. Los alcances y prospectiva de la investigación**

Según los resultados de la investigación se puede conjeturar un acercamiento al pensamiento matemático de los jóvenes con discapacidad intelectual incorporados a una Secundaria Regular. De manera particular es de señalar una alternativa a la enseñanza de la ecuación lineal a personas con discapacidad tomando como base las nociones de equivalencia e igualdad. Además, pone en mesa el tipo de producción que los estudiantes realizan sobre la solución de ecuaciones de primer grado.

La propuesta de los niveles de comprensión para la ecuación lineal, pudiera permitir ubicar a los estudiantes con discapacidad según su dominio matemático que se tenga al contenido. Lo anterior serviría para que los profesores puedan tener elementos y acercar con mayor precisión el contenido matemático, por tanto otro alcance fue generar tareas para la comprensión de la ecuación lineal.



## Referencias Bibliográficas

- AAMR (2002). Retraso mental: definición y análisis. Recuperado 02 de Junio de 2017, de <https://www.researchgate.net/publication/291050186>
- Álvarez y Trápaga (2008). Principios de neurociencias para psicólogos. Argentina: Paidós.
- Andonegui, M. (2007), introducción al algebra. Serie desarrollo del pensamiento matemático. Federación Internacional Fe y Alegría. No. 19. Caracas Venezuela.
- Arias y Prieto (2015). Aprendizaje de los números (del 0 al 9) en alumnos con discapacidad intelectual leve. *Revista nacional e internacional de educación inclusiva*, 8(5), 42-58. doi: ISSN 1889-4208
- Bernal, (2011), *problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita*, profesor en matemáticas de educación media, Ministerio de Educación de Panamá
- Burns (2005)
- Castro y molina (2007). Desarrollo de pensamiento relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. *Educación Matemática*, 19(2), 67-94. doi: ISSN 1665-5826
- Chalé-Can, Font, y Acuña, (2017). La semántica y la sintáctica en la equivalencia de expresiones algebraicas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponibles en, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- Cordero (2012)
- Díaz (2002). Estrategias de enseñanza. Un aprendizaje significativo Martínez, Hernández, García, Vásquez, Murad, Zurita, Glasvenger (Coord.), *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo* (1., p. 146-156). México: Mc Graw-hill interamericana.
- Dugopolski (2002)

- Escudero y Martínez (2010) Educación inclusiva y cambio escolar. *Revista iberoamericana de educación*. N.º 55 (2011), pp. 85-105 (ISSN: 1022-6508)
- Fernández y Sahuquillo (2015). Plan de intervención para enseñar matemáticas a alumnado con discapacidad intelectual. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(1), 11-23. doi: 2254-8351
- Florian (2010). La educación especial en la era de la inclusión: ¿El fin de la educación especial o un nuevo comienzo?. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva*.,7(2), 27-36. doi: ISSN 0718-5480
- García, Díaz y Vargas (2016). El uso de manipulables para propiciar la comprensión del significado de ecuaciones lineales en la escuela secundaria. *Unison / Epistemus 20 / Año 10/ 2016/ pág.: 55-6*
- Howard, San Martín, Salas, Blanco, P y Díaz, (2018). Oportunidades de aprendizaje en matemáticas para estudiantes con discapacidad intelectual. *Revista Colombiana de Educación*, (74), 197-219.
- Inhelder, B. (1971). *El diagnóstico del razonamiento en los débiles mentales*. España: Nova Terra.
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años (257-281)*. México: Santillana.
- Kastberg (2002).
- Kieran, C. y Filloy, E (1989), El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica 1989, 7 (3), pag. 229-240
- Ley General para las Personas con Discapacidad (2008, 1 de agosto). Diario Oficial de la Federación, México.
- Ley General para las Personas con Discapacidad (2008, 1 de agosto). Diario Oficial de la Federación, México.
- López – Mojica, J. (2013). *Pensamiento probabilístico y esquemas compensatorios en la educación especial*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y de

Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Cinvestav-IPN. Ciudad de México, México.

López-Mojica, J.M. (2018). Comprensión de la probabilidad de jóvenes con discapacidad intelectual. *Revista Científica*, 33(3), 306-315. Doi: <https://doi.org/10.14483/23448350.13326>

Molero, F. y Cuadrado, I. (2008). Atracción interpersonal: el papel de la semejanza de las características psicológicas en la satisfacción y la duración de las relaciones de pareja. En J. F. Morales, C. Huici, E. Gaviria y A. Gómez (Coords.), *Método, teoría e investigación en psicología social* (p. 365-375). Madrid: Pearson Educación.

Molina, Castro, Castro, (2009) Cómo entienden los Alumnos de Primaria el Signo Igual en las Ecuaciones Numéricas *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, vol. 7, núm. 1, abril, 2009, pp. 341-368 Universidad de Almería Almería, España

Maturana (2003). *Desde la Biología a la Psicología*. Argentina: Lumen-Editorial Universitaria.

Montaner, San Martín, Guzmán, Blanco, Díaz (2017) Oportunidades de aprendizaje en matemáticas para estudiantes con discapacidad intelectual *Revista Colombiana de Educación*, núm. 74, enero-junio, 2018, pp. 197-219 Universidad Pedagógica Nacional Bogotá, Colombia

Marchesi, Coll y Palacios (2007)

Rojano (2014)

Spratt y Florian (2014). Aplicar los principios de la pedagogía inclusiva en la formación inicial del profesorado: de una asignatura en la Universidad a la acción en el aula. *Revista de Investigación en Educación*.,11(3), 141-149. doi: ISSN 1697-5200

SEP (2011). *Plan de estudios 2011. Educación básica*. México: SEP.

Schalock (2017). Seis ideas que están cambiando el campo de las discapacidades intelectuales y del desarrollo en todo el mundo. Ediciones Universidad de

- Salamanca / CC BY-NC-ND Siglo Cero, vol. 49 (1), n.º 265, 2018, enero-marzo, pp. 7-19
- Tomlinson (2005), *Estrategias para trabajar con la diversidad en el aula* (2a ed.) Buenos Aires (Argentina): paidos
- Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obras Escogidas V*. España: Visor Dis.
- Vasilachis (2006)
- Vismar, Hernandez, Alcaide, Moreno y Serrano (2011)
- Verdugo (2003)
- Zapata y Comas (2006). Entornos de aprendizaje que facilitan el uso de Estrategias Instrucciones Diferenciadas. *PROSPECTIVA*, 4 (1), 58-62.